

2017 年天津市河北区中考模拟数学

一、选择题(本题共 12 个小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

1. 下列图形中, 不是中心对称图形的是()

- A. 平行四边形
- B. 圆
- C. 正八边形
- D. 等边三角形

解析: A、平行四边形是中心对称图形, 故本选项不符合题意;

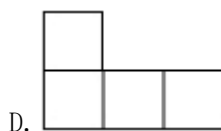
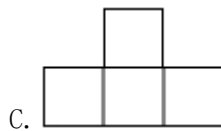
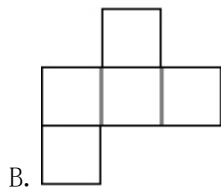
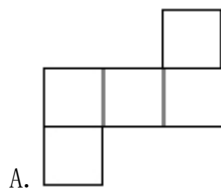
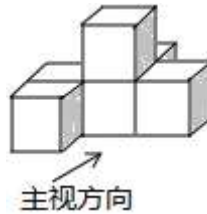
B、圆是中心对称图形, 故本选项不符合题意;

C、正八边形是中心对称图形, 故本选项不符合题意;

D、等边三角形不是中心对称图形, 故本选项符合题意.

答案: D.

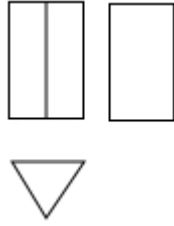
2. 由六个相同的立方体拼成的几何体如图所示, 则它的主视图是()



解析: 它的主视图有两层, 下面有 3 个小正方形, 上面中间位置有一个小正方形.

答案: C.

3. 如图中主三视图对应的三棱柱是()



- A.
- B.
- C.
- D.

解析：∵主视图和左视图都是长方形，
 ∴此几何体为柱体，
 ∵俯视图是一个三角形，
 ∴此几何体为三棱柱，
 ∵中间为一条实棱，
 ∴从正面能看到这条棱。

答案：A.

4. 已知 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 - 6x - 15 = 0$ 的两个根，则 $x_1 + x_2$ 等于 ()
- A. -6
 B. 6
 C. -15
 D. 15

解析：根据根与系数的关系即可得出 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ，代入数据即可得出结论。

答案：B.

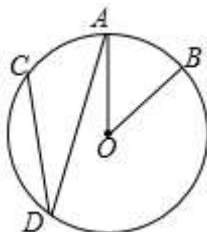
5. 二次函数 $y = x^2 - 4x - 4$ 的顶点坐标为 ()
- A. (2, -8)
 B. (2, 8)
 C. (-2, 8)
 D. (-2, -8)

解析：∵ $y=x^2-4x-4=(x-2)^2-8$,

∴其顶点坐标为(2, -8).

答案：A.

6. 如图，在 $\odot O$ 中， $AB=AC$ ， $\angle AOB=40^\circ$ ，则 $\angle ADC$ 的度数是()



A. 15°

B. 20°

C. 30°

D. 40°

解析：先由圆心角、弧、弦的关系求出 $\angle AOC=\angle AOB=40^\circ$ ，再由圆周角定理即可得出结论.

答案：B.

7. 一副完整的扑克牌，去掉大小王，将剩余的 52 张混合后从中随机抽取一张，则抽出 A 的概率是()

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{12}$

C. $\frac{1}{13}$

D. $\frac{1}{52}$

解析：先求出一副扑克牌，去掉大小王的张数，再求出 A 的个数，再根据概率公式解答即可.

答案：C.

8. 对于函数 $y=-\frac{3}{x}$ ，当 $x<0$ 时，函数图象位于()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

解析：∵反比例函数的比例系数为 $-3<0$,

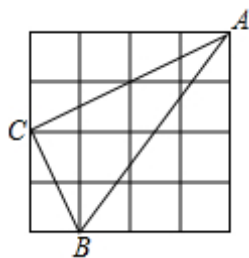
∴反比例函数的图象位于二、四象限，

∵ $x<0$,

∴反比例函数位于第二象限.

答案：B.

9. 如图，在 4×4 的正方形方格网中，小正方形的顶点称为格点， $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上，则图中 $\angle ABC$ 的余弦值是()



A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

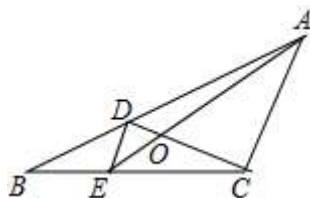
C. $\frac{1}{2}$

D. 2

解析：设小正方形的边长为 1，求出 AC、BC、AB 的长，利用勾股定理的逆定理证明 $\angle ACB=90^\circ$ ，即可解决问题.

答案：A.

10. 如图，D、E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB、BC 上的点，且 $DE \parallel AC$ ，AE、CD 相交于点 O，若 $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COA} = 1 : 25$ ，则 $S_{\triangle BDE}$ 与 $S_{\triangle CDE}$ 的比是()



A. 1: 3

B. 1: 4

C. 1: 5

D. 1: 25

解析：根据相似三角形的判定定理得到 $\triangle DOE \sim \triangle COA$ ，根据相似三角形的性质定理得到

$$\frac{DE}{AC} = \frac{1}{5}, \quad \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC} = \frac{1}{5}, \quad \text{结合图形得到 } \frac{BE}{EC} = \frac{1}{4}, \quad \text{得到答案.}$$

答案：B.

11. 已知抛物线 $y = -x^2 - 2x + 3$ 与 x 轴交于 A、B 两点，将这条抛物线的顶点记为 C，连接 AC、BC，则 $\tan \angle CAB$ 的值为()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

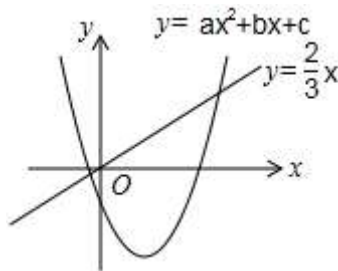
C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

D. 2

解析：先求出 A、B、C 坐标，作 $CD \perp AB$ 于 D，根据 $\tan \angle ACD = \frac{CD}{AD}$ 即可计算.

答案：D.

12. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 和正比例函数 $y = \frac{2}{3}x$ 的图象如图所示，则方程 $ax^2 + (b - \frac{2}{3})x + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根之和()



A. 大于 0

B. 等于 0

C. 小于 0

D. 不能确定

解析：设 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根为 x_1, x_2 ，由二次函数的图象可知 $x_1 + x_2 > 0$ ， $a > 0$ ，设方程 $ax^2 + (b - \frac{2}{3})x + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根为 m, n 再根据根与系数的关系即可得出结论.

答案：A.

二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

13. 计算 $\cos 60^\circ =$ _____.

解析：根据记忆的内容， $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ 即可得出答案.

答案： $\frac{1}{2}$.

14. 两个实数的和为 4，积为 -7，则这两个实数为_____.

解析：设其中一个实数为未知数，根据两实数和表示出另一个实数，根据积列出等量关系求解即可.

答案： $2 + \sqrt{11}$ 和 $2 - \sqrt{11}$.

15. 已知直角三角形的两直角边分别为 8 和 15，则这个三角形的内切圆的直径为_____.

解析：先利用勾股定理计算出斜边，然后利用直角三角形的内切圆的半径 $r = \frac{a+b-c}{2}$ (a, b

为直角边，c 为斜边) 计算出圆的内切圆的半径，从而得到内切圆的直径.

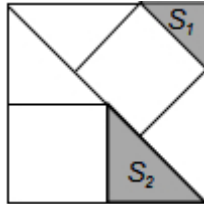
答案：6.

16. 若二次函数 $y=x^2-x-2$ 的函数值小于 0，则 x 的取值范围是_____.

解析：根据函数解析式可以确定图象与 x 轴的交点是 (-1, 0)，(2, 0)，又当 $y < 0$ 时，图象在 x 轴的下方，由此可以确定 x 的取值范围.

答案：-1 < x < 2.

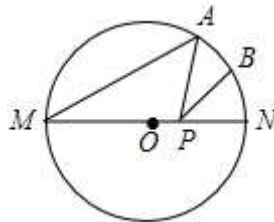
17. 有 3 个正方形如图所示放置，阴影部分的面积依次记为 S_1 ， S_2 ，则 $S_1 : S_2 =$ _____.



解析：设大正方形的边长为 x，再根据相似的性质求出 S_1 、 S_2 与正方形面积的关系，然后进行计算即可得出答案.

答案：4：9.

18. 如图，MN 是 $\odot O$ 的直径，MN=2，点 A 在 $\odot O$ 上， $\angle AMN=30^\circ$ ，B 为弧 AN 的中点，P 是直径 MN 上一动点，则 PA+PB 的最小值为_____.

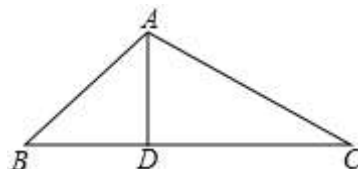


解析：首先利用在直线 L 上的同侧有两个点 A、B，在直线 L 上有到 A、B 的距离之和最短的点存在，可以通过轴对称来确定，即作出其中一点关于直线 L 的对称点，对称点与另一点的连线与直线 L 的交点就是所要找的点 P 的位置，然后根据弧的度数发现一个等腰直角三角形计算.

答案： $\sqrt{2}$.

三、解答题(本大题共 6 小题，共 66 分)

19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ ， $\angle B=45^\circ$ ， $\angle C=30^\circ$ ， $AD=1$ ，求 $\triangle ABC$ 的周长.



解析：先根据题意得出 $AD=BD$ ，再由勾股定理得出 AB 的长，在 $Rt\triangle ADC$ 中，根据直角三角形的性质得出 AC 及 CD 的长，进而可得出结论.

答案： $\because AD \perp BC$,

$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中,

$$\because \angle B + \angle BAD = 90^\circ, \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle BAD = 45^\circ,$$

$$\therefore AD = BD = 1, AB = \sqrt{2}.$$

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中,

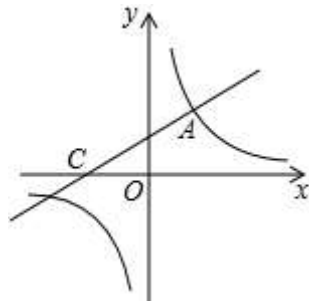
$$\because \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore AC = 2AD = 2,$$

$$\therefore CD = \sqrt{3}, BC = BD + CD = 1 + \sqrt{3},$$

$$\therefore AD + AC + BC = \sqrt{2} + \sqrt{3} + 3.$$

20. 如图, 直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 相交于点 $A(m, 3)$, 与 x 轴交于点 C .



(1) 求双曲线解析式;

(2) 点 P 在 x 轴上, 如果 $\triangle ACP$ 的面积为 3, 求点 P 的坐标.

解析: (1) 把 A 坐标代入直线解析式求出 m 的值, 确定出 A 坐标, 即可确定出双曲线解析式;

(2) 设 $P(x, 0)$, 表示出 PC 的长, 高为 A 纵坐标, 根据三角形 ACP 面积求出 x 的值, 确定出 P 坐标即可.

答案: (1) 把 $A(m, 3)$ 代入直线解析式得: $3 = \frac{1}{2}m + 2$, 即 $m = 2$,

$$\therefore A(2, 3),$$

把 A 坐标代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $k = 6$,

则双曲线解析式为 $y = \frac{6}{x}$;

(2) 对于直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$, 令 $y = 0$, 得到 $x = -4$, 即 $C(-4, 0)$,

设 $P(x, 0)$, 可得 $PC = |x + 4|$,

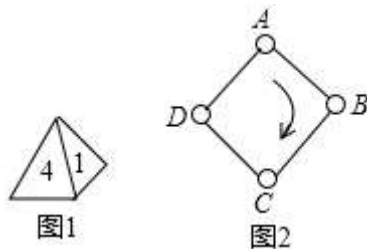
$\because \triangle ACP$ 面积为 3,

$$\therefore \frac{1}{2} |x + 4| \cdot 3 = 3, \text{ 即 } |x + 4| = 2,$$

解得: $x = -2$ 或 $x = -6$,

则 P 坐标为 $(-2, 0)$ 或 $(-6, 0)$.

21. 如图 1，一枚质地均匀的正四面体骰子，它有四个面并分别标有数字 1，2，3，4，如图 2，正方形 ABCD 顶点处各有一个圈，跳圈游戏的规则为：游戏者每掷一次骰子，骰子着地一面上的数字是几，就沿正方形的边顺时针方向连续跳几个边长。



例如：若从圈 A 起跳，第一次掷得 3，就顺时针连续跳 3 个边长，落到圈 D，若第二次掷得 2，就从 D 开始顺时针连续跳 2 个边长，落到圈 B，…设游戏者从圈 A 起跳。

(1) 若随机掷一次骰子，求落回到圈 A 的概率 P_1 ；

(2) 若随机掷两次骰子，用列表法或树状图法求出最后落回到圈 A 的概率 P。

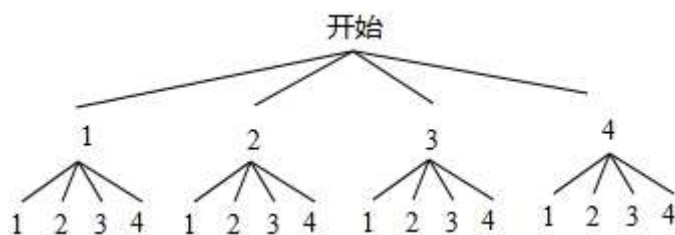
解析：(1) 由一枚质地均匀的正四面体骰子，它有四个面并分别标有数字 1，2，3，4，且落回到圈 A 时，需掷得 4，直接利用概率公式求解即可求得答案；

(2) 首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与最后落回到圈 A 的情况，再利用概率公式求解即可求得答案。

答案：(1) ∵ 一枚质地均匀的正四面体骰子，它有四个面并分别标有数字 1，2，3，4，且落回到圈 A 时，需掷得 4，

∴ 随机掷一次骰子，求落回到圈 A 的概率 $P_1 = \frac{1}{4}$ ；

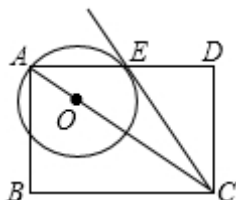
(2) 画树状图得：



∴ 共有 16 种等可能的结果，最后落回到圈 A 的有 4 种情况，

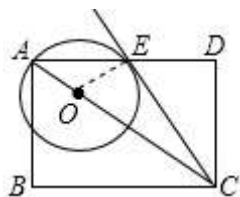
∴ 最后落回到圈 A 的概率 $P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ 。

22. 如图，在矩形 ABCD 中，点 O 在对角线 AB 上，以 OA 的长为半径的圆 O 与 AD 交于点 E，且 $\angle ACB = \angle DCE$ ，求证：CE 是 $\odot O$ 的切线。



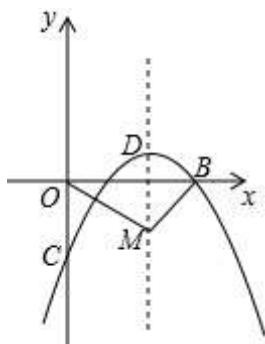
解析：连接 OE，根据矩形的性质求出 $\angle CAE = \angle BCA = \angle DCE$ ，求出 $\angle DCE + \angle CED = 90^\circ$ ，即可求出 $\angle AEO + \angle CED = 90^\circ$ ，求出 $\angle OEC = 90^\circ$ ，根据切线的判定推出即可。

答案：连接 OE，



$\because OA=OE,$
 $\therefore \angle CAD=\angle OEA,$
 \because 四边形 ABCD 是矩形,
 $\therefore \angle D=90^\circ, BC \parallel AD,$
 $\therefore \angle BCA=\angle CAD,$
 $\therefore \angle ACB=\angle DCE,$
 $\therefore \angle CAE=\angle DCE,$
 $\because \angle DCE+\angle CEB=180^\circ - \angle D=90^\circ,$
 $\therefore \angle OEA+\angle CED=90^\circ,$
 $\therefore \angle OEC=180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$
 $\therefore CE$ 是 $\odot O$ 的切线.

23. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y=ax^2+bx-2$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 其顶点为 D .



(1) 求抛物线的解析式;
 (2) 一动点 M 从点 D 出发, 以每秒 1 个单位的速度沿抛物线的对称轴向下运动, 连 OM, BM , 设运动时间为 t 秒 ($t=0$), 在点 M 的运动过程中, 当 $\angle OMB=90^\circ$ 时, 求 t 的值.

解析: (1) 把 $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 代入 $y=ax^2+bx-2$, 即可得到结果;

(2) 由 $y=\frac{2}{3}x^2+\frac{8}{3}x-2=\frac{2}{3}(x-2)^2+\frac{2}{3}$, 得到 $D(2, \frac{2}{3})$, 设 $M(2, m)$, 根据勾股定理列方程得到

$M(2, -\sqrt{2})$, 于是得到结论.

答案: (1) \because 抛物线 $y=ax^2+bx-2$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} 0 = a + b - 2 \\ 0 = 9a + 3b - 2 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = \frac{8}{3} \end{cases}$$

∴ 抛物线的解析式为: $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{3}x - 2$;

(2) ∴ $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{3}x - 2 = -\frac{2}{3}(x-2)^2 + \frac{2}{3}$,

∴ $D(2, \frac{2}{3})$,

设 $M(2, m)$,

∴ $O(0, 0)$, $B(3, 0)$,

∴ $\angle OMB = 90^\circ$,

∴ $OM^2 + BM^2 = OB^2$,

即 $m^2 + 2^2 + (3-2)^2 + m^2 = 9$,

∴ $m = \pm \sqrt{2}$,

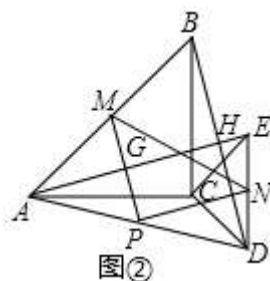
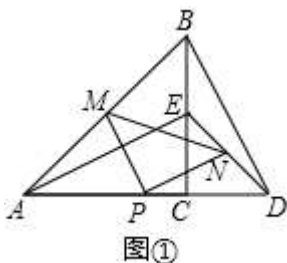
∴ $\sqrt{2} > \frac{2}{3}$,

∴ $M(2, -\sqrt{2})$,

∴ $DM = \sqrt{2} + \frac{2}{3}$,

∴ $t = \sqrt{2} + \frac{2}{3}$.

24. 如图①, $\triangle ABC$ 与 $\triangle CDE$ 是等腰直角三角形, 直角边 AC 、 CD 在同一条直线上, 点 M 、 N 分别是斜边 AB 、 DE 的中点, 点 P 为 AD 的中点, 连接 AE 、 BD 、 MN .



(1) 求证: $\triangle PMN$ 为等腰直角三角形;

(2) 现将图①中的 $\triangle CDE$ 绕着点 C 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 得到图②, AE 与 MP 、 BD 分别交于点 G 、 H , 请判断①中的结论是否成立, 若成立, 请证明; 若不成立, 请说明理由.

解析: (1) 由等腰直角三角形的性质易证 $\triangle ACE \cong \triangle BCD$, 由此可得 $AE = BD$, 再根据三角形中位线定理即可得到 $PM = PN$, 由平行线的性质可得 $PM \perp PN$, 于是得到结论;

(2) (1) 中的结论仍旧成立, 由 (1) 中的证明思路即可证明.

答案: (1) ∴ $\triangle ACB$ 和 $\triangle ECD$ 是等腰直角三角形,

∴ $AC = BC$, $EC = CD$, $\angle ACB = \angle ECD = 90^\circ$.

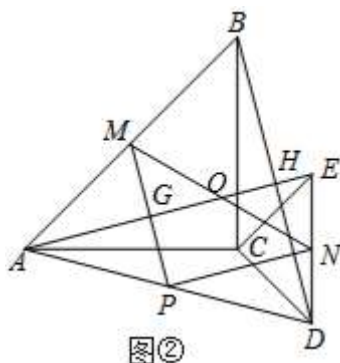
在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle BCD$ 中,
$$\begin{cases} AC = BC \\ \angle ACB = \angle ECD = 90^\circ, \\ CE = CD \end{cases}$$

∴ $\triangle ACE \cong \triangle BCD$ (SAS),

$\therefore AE=BD, \angle EAC=\angle CBD,$
 $\because \angle CBD+\angle BDC=90^\circ,$
 $\therefore \angle EAC+\angle BDC=90^\circ,$
 点 M、N 分别是斜边 AB、DE 的中点，点 P 为 AD 的中点，
 $\therefore PM=\frac{1}{2}BD, PN=\frac{1}{2}AE,$
 $\therefore PM=PN,$
 $\because PM\parallel BD, PN\parallel AE,$
 $\therefore \angle NPD=\angle EAC, \angle MPA=\angle BDC,$
 $\because \angle EAC+\angle BDC=90^\circ,$
 $\therefore \angle MPA+\angle NPC=90^\circ,$
 $\therefore \angle MPN=90^\circ,$
 即 $PM\perp PN,$
 $\therefore \triangle PMN$ 为等腰直角三角形；

(2) ①中的结论成立，

理由：设 AE 与 BC 交于点 O，如图②所示：



$\because \triangle ACB$ 和 $\triangle ECD$ 是等腰直角三角形，
 $\therefore AC=BC, EC=CD, \angle ACB=\angle ECD=90^\circ.$

在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle BCD$ 中，
$$\begin{cases} AC = BC \\ \angle ACB = \angle ECD = 90^\circ, \\ CE = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BCD$ (SAS)，
 $\therefore AE=BD, \angle CAE=\angle CBD.$
 $\because \angle AOC=\angle BOE, \angle CAE=\angle CBD,$
 $\therefore \angle BHO=\angle ACO=90^\circ,$
 $\therefore AE\perp BD,$
 点 P、M、N 分别为 AD、AB、DE 的中点，
 $\therefore PM=\frac{1}{2}BD, PM\parallel BD, PN=\frac{1}{2}AE, PN\parallel AE,$
 $\therefore PM=PN.$
 $\because AE\perp BD,$
 $\therefore PM\perp PN,$
 $\therefore \triangle PMN$ 为等腰直角三角形.