2013年湖北省孝感市中考真题数学

一、精心选一选，相信自己的判断！(本大题共12小题，每小题3分，共36分.)

1.(3分)计算-3^2的结果是(　　)

A.9

B.-9

C.6

D.-6

解析：$-3^2=-9$.

答案：B.

2.(3分)太阳的半径约为696000km，把696000这个数用科学记数法表示为(　　)

A.6.96×10^3

B.69.6×10^5

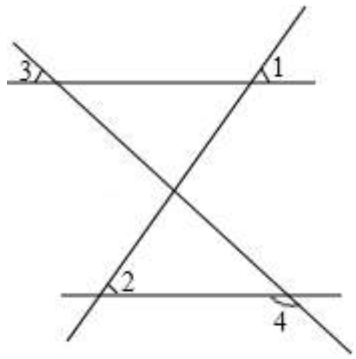
C.6.96×10^5

D.6.96×10^6

解析：将696000用科学记数法表示为6.96×10^5.

答案：C.

3.(3分)如图，∠1=∠2，∠3=40°，则∠4等于(　　)



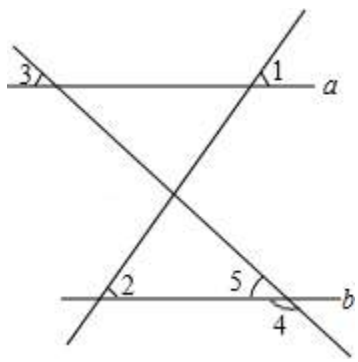
A.120°

B.130°

C.140°

D.40°

解析：∵∠1=∠2，∴a∥b，∴∠3=∠5，



∵∠3=40°，∴∠5=40°，∴∠4=180°-40°=140°，
答案：C.

4.(3分)下列计算正确的是(　　)
A. $a^3÷a^2=a^3•a^{-2}$
B. $\sqrt{a^2}=a$
C. $2a^2+a^2=3a^4$
D. $(a-b)^2=a^2-b^2$
解析：A、$a^3÷a^2=a^3•a^{-2}$，计算正确，故本选项正确；
B、$\sqrt{a^2}=|a|$，计算错误，故本选项错误；
C、$2a^2+a^2=3a^2$，计算错误，故本选项错误；
D、$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，计算错误，故本选项错误；
答案：A.

5.(3分)为了考察某种小麦的长势，从中抽取了10株麦苗，测得苗高(单位：cm)为：
16　9　14　11　12　10　16　8　17　19
则这组数据的中位数和极差分别是(　　)
A.13，16
B.14，11
C.12，11
D.13，11
解析：将数据从小到大排列为：8，9，10，11，12，14，16，16，17，19，
中位数为：13；
极差=19-8=11.
答案：D.

6.(3分)下列说法正确的是(　　)
A.平分弦的直径垂直于弦
B.半圆(或直径)所对的圆周角是直角
C.相等的圆心角所对的弧相等
D.若两个圆有公共点，则这两个圆相交
解析：A、平分弦(不是直径)的直径垂直于弦，故本选项错误；
B、半圆或直径所对的圆周角是直角，故本选项正确；
C、同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，故本选项错误；
D、两圆有两个公共点，两圆相交，故本选项错误，
答案：B.

7.(3分)使不等式 $x-1≥2$ 与 $3x-7<8$ 同时成立的x的整数值是(　　)
A.3，4
B.4，5
C.3，4，5
D.不存在

解析：根据题意得：$\begin{cases} x-1\geqslant 2 \\ 3x-7<8 \end{cases}$，解得：3≤x＜5，则 x 的整数值是 3，4；

答案：A.

8.(3 分)式子 $2\cos30^\circ-\tan45^\circ-\sqrt{(1-\tan60^\circ)^2}$的值是(　　)

A. $2\sqrt{3}-2$
B. 0
C. $2\sqrt{3}$
D. 2

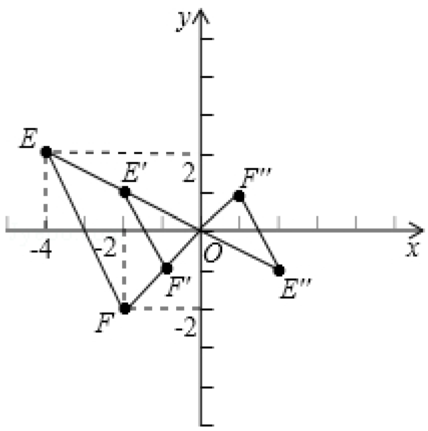
解析：原式$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-1-(\sqrt{3}-1)=\sqrt{3}-1-\sqrt{3}+1=0$.

答案：B.

9.(3 分)在平面直角坐标系中，已知点 E(-4，2)，F(-2，-2)，以原点 O 为位似中心，相似比为$\frac{1}{2}$，把△EFO 缩小，则点 E 的对应点 E′ 的坐标是(　　)

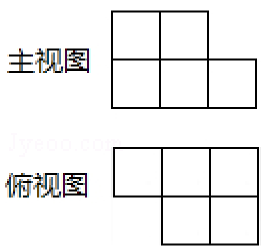
A. (-2，1)
B. (-8，4)
C. (-8，4)或(8，-4)
D. (-2，1)或(2，-1)

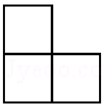
解析：根据题意得：

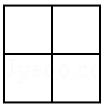


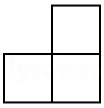
则点 E 的对应点 E′ 的坐标是(-2，1)或(2，-1). 答案：D.

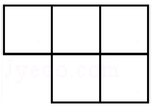
10.(3 分)如图，由 8 个大小相同的正方体组成的几何体的主视图和俯视图，则这个几何体的左视图是(　　)



A. 

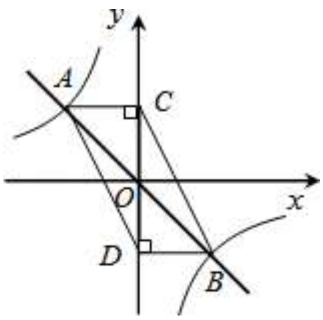
B. 

C. 

D. 

解析：∵该组合体共有 8 个小正方体，俯视图和主视图如图，
∴该组合体共有两层，第一层有 5 个小正方体，第二层有三个小正方体，且全位于第二层的最左边，
∴左视图应该是两层，每层两个，
答案：B.

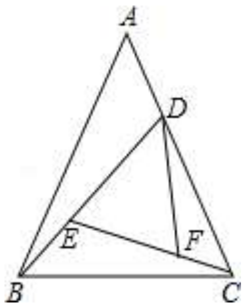
11.(3 分)如图，函数 y=-x 与函数 $y=-\frac{4}{x}$的图象相交于 A，B 两点，过 A，B 两点分别作 y 轴的垂线，垂足分别为点 C，D.则四边形 ACBD 的面积为(　　)



A. 2
B. 4
C. 6
D. 8

解析：∵过函数 $y=-\frac{4}{x}$的图象上 A，B 两点分别作 y 轴的垂线，垂足分别为点 C，D，
∴$S_{\triangle AOC}=S_{\triangle ODB}=\frac{1}{2}|k|=2$，
又∵OC=OD，AC=BD，∴$S_{\triangle AOC}=S_{\triangle ODA}=S_{\triangle ODB}=S_{\triangle OBC}=2$，
∴四边形 ABCD 的面积为：$S_{\triangle AOC}+S_{\triangle ODA}+S_{\triangle ODB}+S_{\triangle OBC}=4\times 2=8$.
答案：D.

12.(3 分)如图,在△ABC 中,AB=AC=a,BC=b(a＞b).在△ABC 内依次作∠CBD=∠A,∠DCE=∠CBD,∠EDF=∠DCE.则 EF 等于(　　)



A. $\frac{b^3}{a^2}$

B. $\frac{a^3}{b^2}$

C. $\frac{b^4}{a^3}$

D. $\frac{a^4}{b^3}$

解析：∵AB=AC，∴∠ABC=∠ACB，
又∵∠CBD=∠A，∴△ABC∽△BDC，
同理可得：△ABC∽△BDC∽△CDE∽△DFE，∴$\frac{AB}{BC}=\frac{BC}{CD}$，$\frac{CD}{BD}=\frac{DE}{CD}$，$\frac{AB}{CD}=\frac{AC}{CE}$，$\frac{EF}{DE}=\frac{DE}{CE}$，

∵AB=AC，∴CD=CE，解得：CD=CE=$\frac{b^2}{a}$，DE=$\frac{b^3}{a^2}$，EF=$\frac{b^4}{a^3}$.

答案：C.

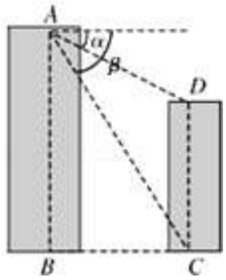
二、细心填一填，试试自己的身手！(本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

13.(3 分)分解因式：$ax^2+2ax-3a=$_____.
解析：$ax^2+2ax-3a=a(x^2+2x-3)=a(x+3)(x-1)$.
答案：$a(x+3)(x-1)$

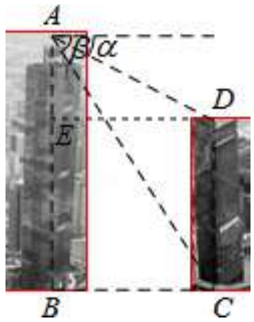
14.(3 分)在 5 瓶饮料中，有 2 瓶已过了保质期，从这 5 瓶饮料中任取 1 瓶，取到已过保质期饮料的概率为____(结果用分数表示).
解析：∵在 5 瓶饮料中，有 2 瓶已过了保质期，
∴从这 5 瓶饮料中任取 1 瓶，取到已过保质期饮料的概率为$\frac{2}{5}$;

答案：$\frac{2}{5}$.

15.(3 分)如图，两建筑物的水平距离 BC 为 18m，从 A 点测得 D 点的俯角 α 为 30°，测得 C 点的俯角 β 为 60°.则建筑物 CD 的高度为____m(结果不作近似计算).



解析：过点 D 作 DE⊥AB 于点 E，则四边形 BCDE 是矩形，



根据题意得：∠ACB=β=60°，∠ADE=α=30°，BC=18m，

∴DE=BC=18m，CD=BE，

在 Rt△ABC 中，AB=BC•tan∠ACB=18×tan60° $=18\sqrt{3}$(m)，

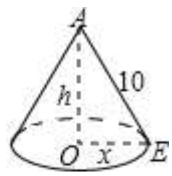
在 Rt△ADE 中，AE=DE•tan∠ADE=18×tan30° $=6\sqrt{3}$(m)，

∴DC=BE=AB-AE=$18\sqrt{3}-6\sqrt{3}=12\sqrt{3}$(m).

答案：$12\sqrt{3}$.

16.(3 分)用半径为 10cm，圆心角为 216° 的扇形做成一个圆锥的侧面，则这个圆锥的高为_cm.

解析：如图：圆的周长即为扇形的弧长，

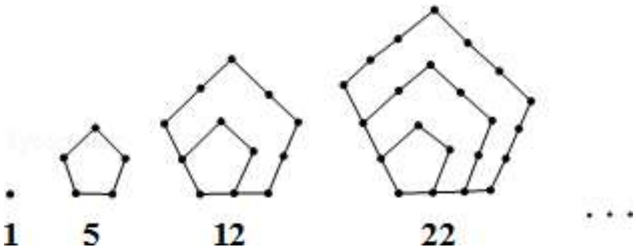


列出关系式答案：$\frac{n\pi r}{180}=2\pi x$，

又∵n=216，r=10，∴(216×π×10)÷180=2πx，解得 x=6，$h=\sqrt{10^2-6^2}=8$.

答案：8cm.

17.(3 分)如图，古希腊人常用小石子在沙滩上摆成各种形状来研究数.例如：称图中的数 1，5，12，22…为五边形数，则第 6 个五边形数是_______.



解析：∵5-1=4，12-5=7，22-12=10，

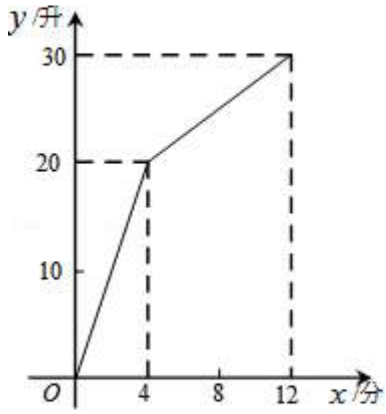
∴相邻两个图形的小石子数的差值依次增加 3，

∴第 5 个五边形数是 22+13=35，

第 6 个五边形数是 35+16=51.

答案：51.

18.(3 分)如图，一个装有进水管和出水管的容器，从某时刻开始的 4 分钟内只进水不出水，在随后的 8 分钟内既进水又出水，接着关闭进水管直到容器内的水放完.假设每分钟的进水量和出水量是两个常数，容器内的水量 y(单位：升)与时间 x(单位：分)之间的部分关系.那么，从关闭进水管起_____分钟该容器内的水恰好放完.



解析：由函数图象得：进水管每分钟的进水量为：20÷4=5 升

设出水管每分钟的出水量为 a 升，由函数图象，得 20+8(5-a)=30，解得：a=$\frac{15}{4}$，

故关闭进水管后出水管放完水的时间为：30÷$\frac{15}{4}$=8 分钟.

答案：8.

三、用心做一做，显显自己的能力！(本大题共 7 小题，满分 66 分.)

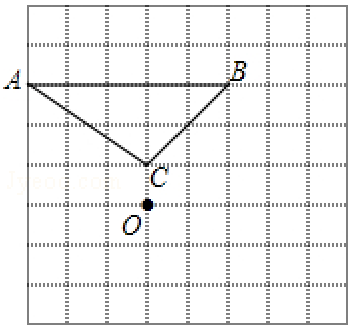
19.(6 分)先化简，再求值：$\frac{1}{x-y}\div(\frac{1}{y}-\frac{1}{x})$，其中 $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$，$y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

解析：先根据分式混合运算的法则把原式进行化简，再把 x 与 y 的值代入进行计算即可.

答案：原式=$\frac{1}{x-y}\div\frac{x-y}{xy}=\frac{1}{x-y}\cdot\frac{xy}{x-y}=\frac{xy}{(x-y)^2}$，

当 $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$，$y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$时，原式=$\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}=\frac{1}{8}$.

20.(8 分)如图，已知△ABC 和点 O.



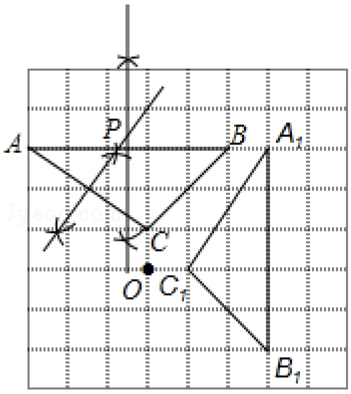
(1)把△ABC 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到$\triangle A_1B_1C_1$，在网格中画出$\triangle A_1B_1C_1$；

(2)用直尺和圆规作△ABC 的边 AB，AC 的垂直平分线，并标出两条垂直平分线的交点 P(要求保留作图痕迹，不写作法)；指出点 P 是△ABC 的内心，外心，还是重心？

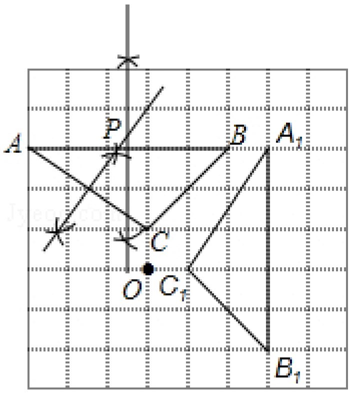
解析：(1)分别得出△ABC 绕点 O 顺时针旋转 90° 后的对应点坐标，进而得到$\triangle A_1B_1C_1$，

(2)根据垂直平分线的作法求出 P 点即可，进而利用外心的性质得出即可.

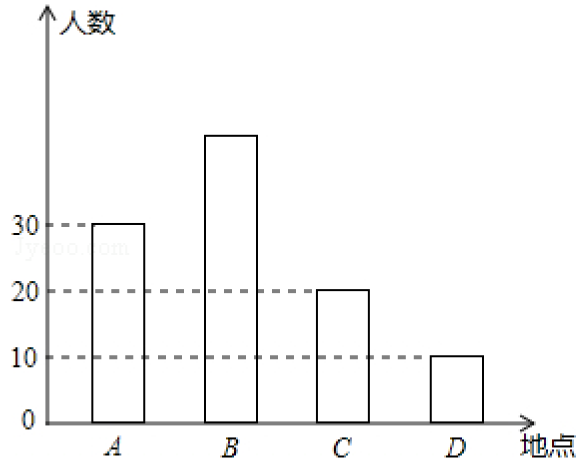
答案：(1)$\triangle A_1B_1C_1$如图所示；



(2)如图所示； 点 P 是△ABC 的外心.



21.(10 分)如图，暑假快要到了，某市准备组织同学们分别到 A，B，C，D 四个地方进行夏令营活动，前往四个地方的人数.



(1)去 B 地参加夏令营活动人数占总人数的 40%，根据统计图求去 B 地的人数？

(2)若一对姐弟中只能有一人参加夏令营，姐弟俩提议让父亲决定.父亲说：现有 4 张卡片上分别写有 1，2，3，4 四个整数，先让姐姐随机地抽取一张后放回，再由弟弟随机地抽取一张.若抽取的两张卡片上的数字之和是 5 的倍数则姐姐参加，若抽取的两张卡片上的数字之和是 3 的倍数则弟弟参加.用列表法或树形图分析这种方法对姐弟俩是否公平？

解析：(1)假设出去 B 地的人数为 x，根据去 B 地参加夏令营活动人数占总人数的 40%，进而得出方程求出即可；

(2)根据已知列表得出所有可能，进而利用概率公式求出即可.

答案：(1)设去 B 地的人数为 x，则由题意有：$\frac{x}{30+x+20+10}=40\%$；解得：x=40.

∴去 B 地的人数为 40 人.

(2)列表：

4	(1，4)	(2，4)	(3，4)	(4，4)
3	(1，3)	(2，3)	(3，3)	(4，3)
2	(1，2)	(2，2)	(3，2)	(4，2)
1	(1，1)	(2，1)	(3，1)	(4，1)
	1	2	3	4

∴姐姐能参加的概率 $P(姐)=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$,

弟弟能参加的概率为 $P(弟)=\frac{5}{16}$,

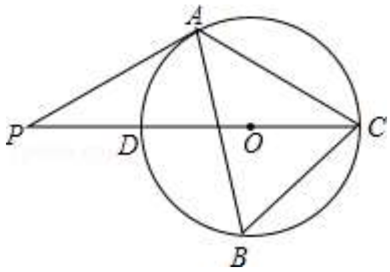
∵$P(姐)=\frac{4}{16}<P(弟)=\frac{5}{16}$，∴不公平.

22.(10 分)在“母亲节”前夕，我市某校学生积极参与“关爱贫困母亲”的活动，他们购进一批单价为 20 元的“孝文化衫”在课余时间进行义卖，并将所得利润捐给贫困母亲.经试验发现，若每件按 24 元的价格销售时，每天能卖出 36 件；若每件按 29 元的价格销售时，每天能卖出 21 件.假定每天销售件数 y(件)与销售价格 x(元/件)满足一个以 x 为自变量的一次函数.

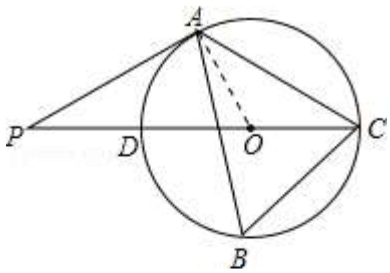
(1)求 y 与 x 满足的函数关系式(不要求写出 x 的取值范围)；

(2)在不积压且不考虑其他因素的情况下，销售价格定为多少元时，才能使每天获得的利润P最大？
解析:(1)设y与x满足的函数关系式为:y=kx+b.,由题意可列出k和b的二元一次方程组，解出k和b的值即可;
(2)根据题意：每天获得的利润为：P=(-3x+108)(x-20)，转换为$P=-3(x-28)^2+192$，于是求出每天获得的利润P最大时的销售价格.
答案：(1)设y与x满足的函数关系式为：y=kx+b.
由题意可得：$\begin{cases}36=24k+b\\21=29k+b.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}k=-3\\b=108.\end{cases}$
答：y与x的函数关系式为：y=-3x+108.
(2)每天获得的利润为：$P=(-3x+108)(x-20)=-3x^2+168x-2160=-3(x-28)^2+192$.
∵a=-3<0，∴当x=28时，利润最大，
答：当销售价定为28元时，每天获得的利润最大.

23.(10分)如图，△ABC内接于⊙O，∠B=60°，CD是⊙O的直径，点P是CD延长线上的一点，且AP=AC.



(1)求证：PA是⊙O的切线;
(2)若$PD=\sqrt{3}$，求⊙O的直径.
解析：(1)连接OA，根据圆周角定理求出∠AOC，再由OA=OC得出∠ACO=∠OAC=30°，再由AP=AC得出∠P=30°，继而由∠OAP=∠AOC-∠P，可得出OA⊥PA，从而得出结论;
(2)利用含30°的直角三角形的性质求出OP=2OA，可得出OP-PD=OD，再由$PD=\sqrt{3}$，可得出⊙O的直径.
答案：(1)连接OA，



∵∠B=60°，∴∠AOC=2∠B=120°，
又∵OA=OC，∴∠OAC=∠OCA=30°，
又∵AP=AC，∴∠P=∠ACP=30°，∴∠OAP=∠AOC-∠P=90°，∴OA⊥PA，∴PA是⊙O的切线.
(2)在Rt△OAP中，∵∠P=30°，∴PO=2OA=OD+PD，
又∵OA=OD，∴PD=OA，
∵$PD=\sqrt{3}$，∴$2OA=2PD=2\sqrt{3}$.∴⊙O的直径为$2\sqrt{3}$.

24.(10 分)已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2k+1)x+k^2+2k=0$ 有两个实数根 x_1，x_2.
(1)求实数 k 的取值范围；
(2)是否存在实数 k 使得 $x_1\cdot x_2-x_1^2-x_2^2\geqslant 0$ 成立？若存在，请求出 k 的值；若不存在，请说明理由.
解析：(1)根据已知一元二次方程的根的情况，得到根的判别式△≥0，据此列出关于 k 的不等式 $[-(2k+1)]^2-4(k^2+2k)\geqslant 0$，通过解该不等式即可求得 k 的取值范围；
(2)假设存在实数 k 使得 $x_1\cdot x_2-x_1^2-x_2^2\geqslant 0$ 成立.利用根与系数的关系可以求得 $x_1+x_2=2k+1$， $x_1\cdot x_2=k^2+2k$，然后利用完全平方公式可以把已知不等式转化为含有两根之和、两根之积的形式 $3x_1\cdot x_2-(x_1+x_2)^2\geqslant 0$，通过解不等式可以求得 k 的值.
答案：(1)∵原方程有两个实数根，∴$[-(2k+1)]^2-4(k^2+2k)\geqslant 0$，
∴$4k^2+4k+1-4k^2-8k\geqslant 0$∴$1-4k\geqslant 0$，∴$k\leqslant\frac{1}{4}$.∴当 $k\leqslant\frac{1}{4}$时，原方程有两个实数根.
(2)假设存在实数 k 使得 $x_1\cdot x_2-x_1^2-x_2^2\geqslant 0$ 成立.
∵x_1，x_2是原方程的两根，∴ $x_1+x_2=2k+1$， $x_1\cdot x_2=k^2+2k$.
由 $x_1\cdot x_2-x_1^2-x_2^2\geqslant 0$，得 $3x_1\cdot x_2-(x_1+x_2)^2\geqslant 0$.
∴$3(k^2+2k)-(2k+1)^2\geqslant 0$，整理得：$-(k-1)^2\geqslant 0$，∴只有当 k=1 时，上式才能成立.
又∵由(1)知 $k\leqslant\frac{1}{4}$，∴不存在实数 k 使得 $x_1\cdot x_2-x_1^2-x_2^2\geqslant 0$ 成立.

25.(12 分)如图 1，已知正方形 ABCD 的边长为 1，点 E 在边 BC 上，若∠AEF=90°，且 EF 交正方形外角的平分线 CF 于点 F.

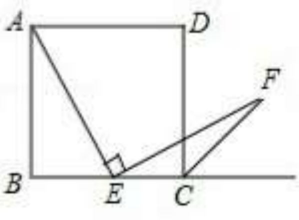


图1

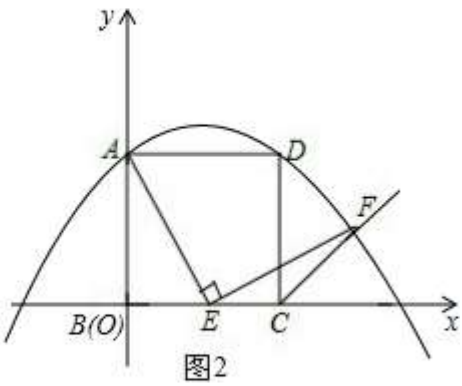
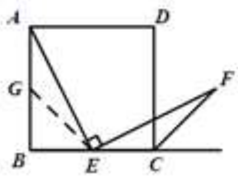


图2

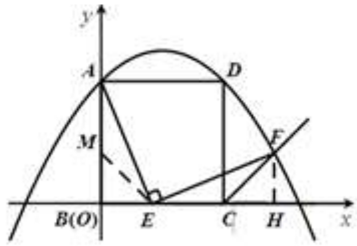
(1)图 1 中若点 E 是边 BC 的中点，我们可以构造两个三角形全等来证明 AE=EF，请叙述你的一个构造方案，并指出是哪两个三角形全等(不要求证明)；
(2)如图 2，若点 E 在线段 BC 上滑动(不与点 B，C 重合).
①AE=EF 是否总成立？请给出证明；
②在如图 2 的直角坐标系中，当点 E 滑动到某处时，点 F 恰好落在抛物线 $y=-x^2+x+1$ 上，求此时点 F 的坐标.
解析：(1)取 AB 的中点 G，连接 EG，利用 ASA 能得到△AGE 与△ECF 全等；
(2)①在 AB 上截取 AM=EC，证得△AME≌△ECF 即可证得 AE=EF；

②过点 F 作 FH⊥x 轴于 H，根据 FH=BE=CH 设 BH=a，则 FH=a-1，然后表示出点 F 的坐标，根据点 F 恰好落在抛物线 $y=-x^2+x+1$ 上得到有关 a 的方程求得 a 值即可求得点 F 的坐标；

答案：(1)如图 1，取 AB 的中点 G，连接 EG. △AGE 与△ECF 全等.



(2)①若点 E 在线段 BC 上滑动时 AE=EF 总成立.证明：如图，在 AB 上截取 AM=EC.



∵AB=BC，∴BM=BE，∴△MBE 是等腰直角三角形，∴∠AME=180°-45°=135°，

又∵CF 平分正方形的外角，∴∠ECF=135°，∴∠AME=∠ECF.

而∠BAE+∠AEB=∠CEF+∠AEB=90°，∴∠BAE=∠CEF，

∴△AME≌△ECF.∴AE=EF.

②过点 F 作 FH⊥x 轴于 H，由①知，FH=BE=CH，

设 BH=a，则 FH=a-1，∴点 F 的坐标为 F(a，a-1)

∵点 F 恰好落在抛物线 $y=-x^2+x+1$ 上，∴$a-1=-a^2+a+1$，

∴$a^2=2$，$a=\pm\sqrt{2}$(负值不合题意，舍去)，

∴$a-1=\sqrt{2}-1$.∴点 F 的坐标为 $F(\sqrt{2},\sqrt{2}-1)$.