

## 庆阳市试题和答案

友情提示:

1、抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的顶点坐标是  $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ .

2、扇形面积公式为:  $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360}$ ; 其中,  $n$  为扇形圆心角度数,  $R$  为扇形所在圆半径.

3、圆锥侧面积公式:  $S_{\text{侧}} = \pi r l$ ; 其中,  $r$  为圆锥底面圆半径,  $l$  为母线长.

一、选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 将此选项的代号填入题后的括号内.

1. 化简:  $\sqrt{16} = (\quad)$

- A. 8                      B. -8                      C. -4                      D. 4

2. 下面四张扑克牌中, 图案属于中心对称的是图 1 中的  $(\quad)$



A.



B. 图 1



C.



D.

3. 两圆半径分别为 3 和 4, 圆心距为 7, 则这两个圆  $(\quad)$

- A. 外切                      B. 相交                      C. 相离                      D. 内切

4. 下列说法中, 正确的是  $(\quad)$

- A. 买一张电影票, 座位号一定是偶数  
 B. 投掷一枚均匀的一元硬币, 有国徽的一面一定朝上  
 C. 三条任意长的线段都可以组成一个三角形  
 D. 从 1、2、3 这三个数字中任取一个数, 取得奇数的可能性大

5. 正方形网格中,  $\angle AOB$  如图 2 放置, 则  $\sin \angle AOB = (\quad)$

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       B.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$   
 C.  $\frac{1}{2}$                       D. 2

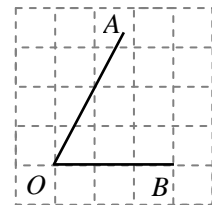


图 2

6. 在一个不透明的口袋中, 装有若干个除颜色不同其余都相同的球, 如果口袋中装有 4 个红球且摸到红球的概率为  $\frac{1}{3}$ , 那么口袋中球的总数为  $(\quad)$

- A. 12 个                      B. 9 个                      C. 6 个                      D. 3 个

7. 如图 3, 身高为 1.6 米的某学生想测量学校旗杆的高度, 当他站在 C 处时, 他头顶端的

影子正好与旗杆顶端的影子重合，并测得  $AC=2$  米， $BC=8$  米，则旗杆的高度是（ ）

- A. 6.4 米  
B. 7 米  
C. 8 米  
D. 9 米

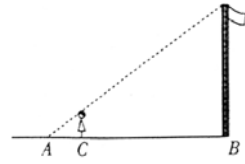


图 3

8. 某商品经过两次连续降价，每件售价由原来的 55 元降到了 35 元. 设平均每次降价的百分率为  $x$ ，则下列方程中正确的是（ ）

- A.  $55(1+x)^2=35$                       B.  $35(1+x)^2=55$   
C.  $55(1-x)^2=35$                       D.  $35(1-x)^2=55$

9. 如图 4， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $CD$  为弦， $CD \perp AB$  于  $E$ ，则下列结论中不成立的是（ ）

- A.  $\angle COE = \angle DOE$               B.  $CE = DE$   
C.  $OE = BE$                       D.  $\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{BC}$

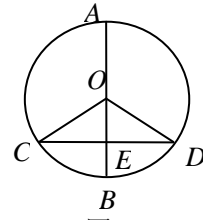


图 4

10. 若  $y = ax^2 + bx + c$ ，则由表格中信息可知  $y$  与  $x$  之间的函数关系式是（ ）

$x$	-1	0	1
$ax^2$			1
$ax^2 + bx + c$	8	3	

- A.  $y = x^2 - 4x + 3$                       B.  $y = x^2 - 3x + 4$   
C.  $y = x^2 - 3x + 3$                       D.  $y = x^2 - 4x + 8$

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分. 把答案填在题中的横线上.

11. 方程  $x^2 = 4x$  的解是\_\_\_\_\_.
12. 要使  $\sqrt{x-2}$  在实数范围内有意义， $x$  应满足的条件是\_\_\_\_\_.
13. “明天下雨的概率为 0.99”是\_\_\_\_\_事件.
14. 二次函数  $y = x^2 + 4$  的最小值是\_\_\_\_\_.
15. 当物体的某个面平行于投影面时，这个面的正投影与这个面的形状、大小\_\_\_\_\_（填“相同”、“不一定相同”、“不相同”之一）.
16. 两个相似三角形的面积比  $S_1:S_2$  与它们对应高之比  $h_1:h_2$  之间的关系为\_\_\_\_\_.
17. 如图 5，一架梯子斜靠在墙上，若梯子底端到墙的距离  $AC=3$  米， $\cos \angle BAC = \frac{3}{4}$ ，则

梯子长  $AB =$ \_\_\_\_\_米.

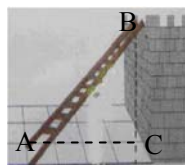


图 5

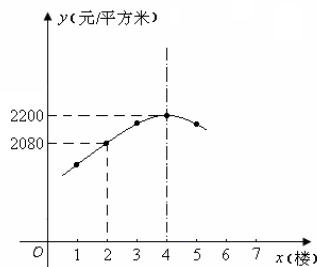


图 6

18. 兰州市“安居工程”新建成的一批楼房都是8层高，房子的价格  $y$  (元/平方米) 随楼层数  $x$  (楼) 的变化而变化 ( $x=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ )；已知点  $(x, y)$  都在一个二次函数的图像上 (如图6所示)，则6楼房子的价格为\_\_\_\_\_元/平方米。

19. 图7中  $\triangle ABC$  外接圆的圆心坐标是\_\_\_\_\_。

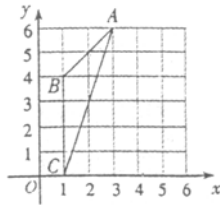


图7

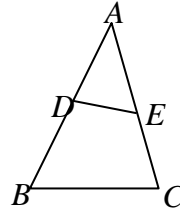


图8

20. 如图8，D、E分别是  $\triangle ABC$  的边 AB、AC 上的点，则使  $\triangle AED \sim \triangle ABC$  的条件是\_\_\_\_\_。

三、解答题(一)：本大题共5小题，共38分。解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

21. (6分) 计算： $\sqrt[3]{27} - \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{\sqrt{3}}$  .

22. (7分) 如图9，某超市(大型商场)在一楼至二楼之间安装有电梯，天花板(一楼的楼顶墙壁)与地面平行，请你根据图中数据计算回答：小敏身高1.85米，他乘电梯会有碰头危险吗？( $\sin 28^\circ \approx 0.47$ ,  $\tan 28^\circ \approx 0.53$ )

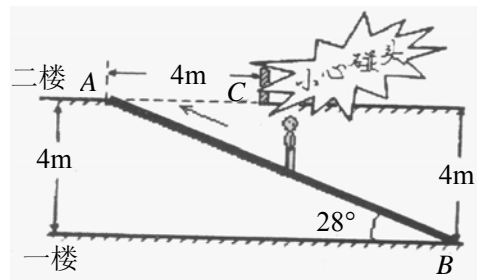


图9

23. (7分) 图10是某几何体的展开图。

- (1) 这个几何体的名称是\_\_\_\_\_；
- (2) 画出这个几何体的三视图；
- (3) 求这个几何体的体积。(  $\pi$  取 3.14 )

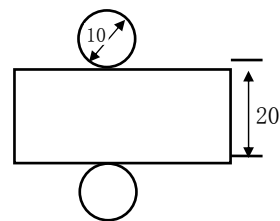


图10

24. (8分) 在如图 11 的方格纸中, 每个小方格都是边长为 1 个单位的正方形,  $\triangle ABC$  的三个顶点都在格点上 (每个小方格的顶点叫格点).

(1) 画出  $\triangle ABC$  绕点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  后的  $\triangle A_1B_1C_1$ ;

(2) 求点  $A$  旋转到  $A_1$  所经过的路线长.

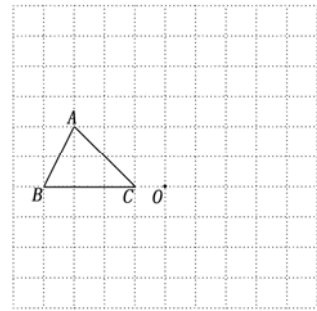


图 11

25. (10分) 如图 12, 线段  $AB$  与  $\odot O$  相切于点  $C$ , 连结  $OA$ 、 $OB$ ,  $OB$  交  $\odot O$  于点  $D$ , 已知  $OA = OB = 6\text{cm}$ ,  $AB = 6\sqrt{3}\text{cm}$ .

求: (1)  $\odot O$  的半径; (2) 图中阴影部分的面积.

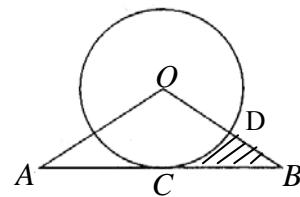


图 12

四、解答题(二): 本大题共 4 小题, 共 42 分. 解答时, 应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

26. (10分) 如图 13, 张大叔从市场上买回一块矩形铁皮, 他将此矩形铁皮的四个角各剪去一个边长为 1 米的正方形后, 剩下的部分刚好能围成一个容积为  $15\text{米}^3$  的无盖长方体箱子, 且此长方体箱子的底面长比宽多 2 米, 现已知购买这种铁皮每平方米需 20 元钱, 问张大叔购回这张矩形铁皮共花了多少元钱?

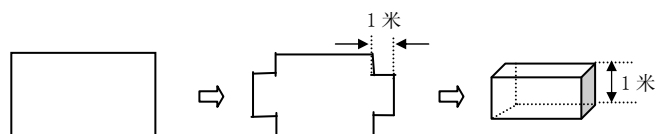


图 13

27. (10分) 图 14 (1) 是夹文件用的铁(塑料)夹子在常态下的侧面示意图.  
 $AC, BC$  表示铁夹的两个面,  $O$  点是轴,  $OD \perp AC$  于  $D$ . 已知  $AD = 15\text{mm}$ ,  
 $DC = 24\text{mm}$ ,  $OD = 10\text{mm}$ .  
 已知文件夹是轴对称图形, 试利用图 14 (2), 求图 14 (1) 中  $A, B$  两点的距离 ( $\sqrt{576} = 24$ )

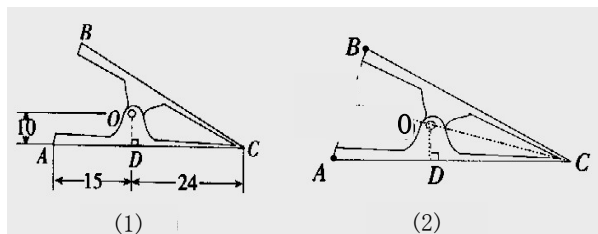


图 14

28. (10分) 甲、乙两超市(大型商场)同时开业, 为了吸引顾客, 都举行有奖酬宾活动: 凡购物满 100 元, 均可得到一次摸奖的机会. 在一个纸盒里装有 2 个红球和 2 个白球, 除颜色外其它都相同, 摸奖者一次从中摸出两个球, 根据球的颜色决定送礼金券(在他们超市使用时, 与人民币等值)的多少(如下表).

甲超市:

球	两红	一红一白	两白
礼金券(元)	5	10	5

乙超市:

球	两红	一红一白	两白
礼金券(元)	10	5	10

- (1) 用树状图表示得到一次摸奖机会时中礼金券的所有情况;
- (2) 如果只考虑中奖因素, 你将会选择去哪个超市购物? 请说明理由.

29. (12分) 一条抛物线  $y = x^2 + mx + n$  经过点  $(0,3)$  与  $(4,3)$ .

(1) 求这条抛物线的解析式, 并写出它的顶点坐标;

(2) 现有一半径为 1、圆心  $P$  在抛物线上运动的动圆, 当  $\square P$  与坐标轴相切时, 求圆心  $P$  的坐标;

(3)  $\square P$  能与两坐标轴都相切吗? 如果不能, 试通过上下平移抛物线  $y = x^2 + mx + n$  使  $\square P$  与两坐标轴都相切 (要说明平移方法).

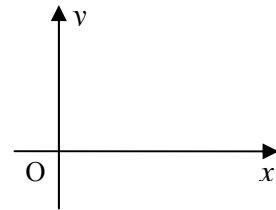


图 15

附加题: 15分

1. (6分) 如图 16, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $BC$ 、 $AC$ 、 $AB$  三边的长分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 则

$$\sin A = \frac{a}{c}, \quad \cos A = \frac{b}{c}, \quad \tan A = \frac{a}{b}.$$

我们不难发现:  $\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ = 1$ , ... 试探求  $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$  之间存在的一般关系, 并说明理由.

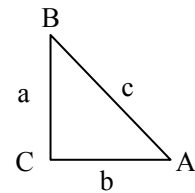


图 16

2. (9分) 对于本试卷第 19 题: “图 7 中  $\triangle ABC$  外接圆的圆心坐标是\_\_\_\_\_.”

请再求: (1) 该圆圆心到弦  $AC$  的距离;

(2) 以  $BC$  为旋转轴, 将  $\triangle ABC$  旋转一周所得几何体的全面积 (所有表面面积之和).

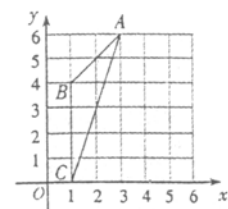


图 7

## 庆阳市试题答案

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.

1. D    2. B    3. A    4. D    5. B    6. A    7. C    8. C    9. C    10. A

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.

11. 0 或 4    12.  $x \geq 2$     13. 不确定, 或随机    14. 4    15. 相同

16.  $\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2$     17. 4    18. 2080    19. (5,2)

20.  $\angle AED = \angle B$ , 或  $\angle ADE = \angle C$ , 或  $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$

三、解答题（一）：本大题共 5 小题，共 38 分.

21. 本小题满分 6 分

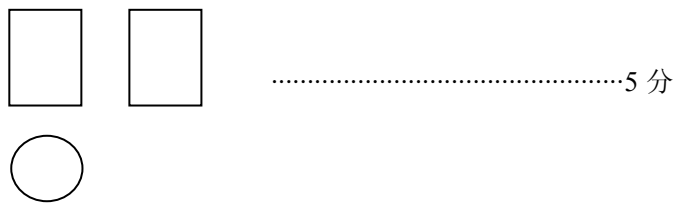
原式=3-2 .....5 分  
=1. ....6 分

22. 本小题满分 7 分

作  $CD \perp AC$  交  $AB$  于  $D$ , 则  $\angle CAD = 28^\circ$ , .....3 分  
在  $Rt\triangle ACD$  中,  $CD = AC \tan \angle CAD$  .....5 分  
 $= 4 \times 0.53 = 2.12$  (米). .....6 分  
所以,小敏不会有碰头危险. ....7 分

23. 本小题满分 7 分

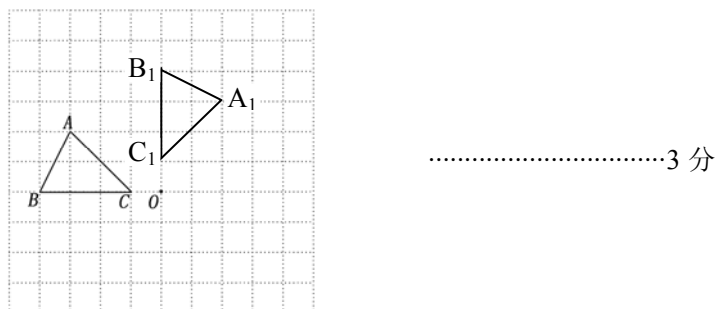
(1) 圆柱; .....2 分  
(2) 三视图为:



(3) 体积为:  $\pi r^2 h = 3.14 \times 5^2 \times 20 = 1570$ . .....7 分

24. 本小题满分 8 分

(1) 如图:



(2)  $\because$  点  $A$  旋转到  $A_1$  所经过的路线长为以  $OA$  为半径圆的周长的  $\frac{1}{4}$ , .....5 分

$\therefore$  点  $A$  旋转到  $A_1$  所经过的路线长为  $\frac{1}{4} \times 2\pi r = \frac{1}{2} \pi \times \sqrt{2^2 + 3^2} = \frac{\sqrt{13}}{2} \pi$ . .....8 分

25. 本小题满分 10 分

(1) 连结  $OC$ . .....1 分

则  $OC \perp AB$ . .....2 分

又  $\because OA = OB$ ,

$\therefore AC = BC = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$ . .....3 分

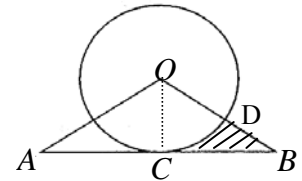
在  $\text{Rt}\triangle AOC$  中,  $OC = \sqrt{OA^2 - AC^2} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{3})^2} = 3(\text{cm})$ .

$\therefore \square O$  的半径为  $3\text{cm}$ . .....5 分

(2)  $\because OC = \frac{1}{2} OB$ ,  $\therefore \angle B = 30^\circ$ ,  $\angle COD = 60^\circ$ . .....7 分

$\therefore$  扇形  $OCD$  的面积为  $\frac{60 \cdot \pi \cdot 3^2}{360} = \frac{3}{2} \pi$ . .....8 分

$\therefore$  阴影部分的面积为  $\frac{1}{2} OC \cdot CB - \frac{3}{2} \pi = \frac{9\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2} \pi (\text{cm}^2)$ . .....10 分



四、解答题 (二): 本大题共 4 小题, 共 42 分.

26. 本小题满分 10 分

设这种箱子底部宽为  $x$  米, 则长为  $(x+2)$  米, .....2 分

依题意, 得  $x(x+2) \times 1 = 15$ . .....5 分

解得  $x_1 = -5$  (舍),  $x_2 = 3$ . .....7 分

$\therefore$  这种箱子底部长为 5 米、宽为 3 米.

由长方体展开图知, 要购买矩形铁皮面积为  $(5+2) \times (3+2) = 35$  (米<sup>2</sup>). .....9 分

$\therefore$  做一个这样的箱子要花  $35 \times 20 = 700$  元钱. .....10 分

27. 本小题满分 10 分

解: 如图, 连结  $AB$  与  $CO$  延长线交于  $E$ , .....1 分

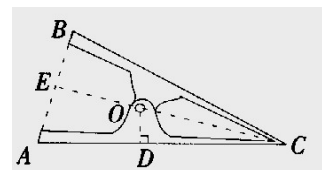
$\because$  夹子是轴对称图形, 对称轴是  $CE$ ,  $A$ 、 $B$  为一组对称点,

$\therefore CE \perp AB$ ,  $AE = EB$ . .....3 分

在  $\text{Rt}\triangle AEC$ 、 $\text{Rt}\triangle ODC$  中,

$\because \angle ACE = \angle OCD$ ,  $\angle OCD$  公用,

$\therefore \text{Rt}\triangle AEC \sim \text{Rt}\triangle ODC$ . .....5 分





$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{OD}{OC}.$$

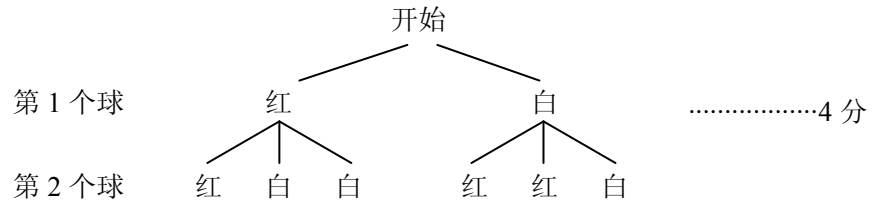
$$\text{又 } OC = \sqrt{OD^2 + DC^2} = \sqrt{10^2 + 24^2} = 26, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore AE = \frac{AC \cdot OD}{OC} = \frac{39 \times 10}{26} = 15.$$

$$\therefore AB = 2AE = 30 \text{ (mm)}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

28. 本小题满分 10 分

(1) 树状图为:



(2) 方法 1:

$$\therefore \text{去甲超市购物摸一次奖获 10 元礼金券的概率是 } P(\text{甲}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{去乙超市购物摸一次奖获 10 元礼金券的概率是 } P(\text{乙}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{我选择去甲超市购物}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

方法 2:

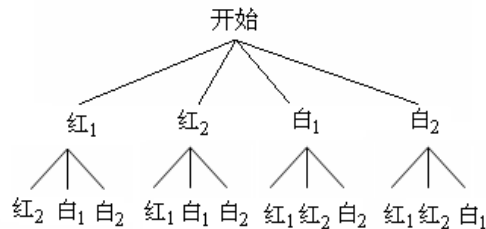
$$\therefore \text{两红的概率 } P = \frac{1}{6}, \text{ 两白的概率 } P = \frac{1}{6}, \text{ 一红一白的概率 } P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{在甲商场获礼金券的平均收益是: } \frac{1}{6} \times 5 + \frac{2}{3} \times 10 + \frac{1}{6} \times 5 = \frac{25}{3}; \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{在乙商场获礼金券的平均收益是: } \frac{1}{6} \times 10 + \frac{2}{3} \times 5 + \frac{1}{6} \times 10 = \frac{20}{3}.$$

$$\therefore \text{我选择到甲商场购物}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

说明: 树状图表示为如下形式且按此求解第 (2) 问的, 也正确.



29. 本小题满分 12 分

(1)  $\therefore$  抛物线过  $(0, 3), (4, 3)$  两点,

$$\therefore \begin{cases} n = 3, \\ 4^2 + 4m + n = 3. \end{cases} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

解得  $\begin{cases} m = -4, \\ n = 3. \end{cases}$  .....2分

$\therefore$  抛物线的解析式是  $y = x^2 - 4x + 3$ , 顶点坐标为  $(2, -1)$ . .....3分

(2) 设点  $P$  的坐标为  $(x_0, y_0)$ ,

当  $\square P$  与  $y$  轴相切时, 有  $|x_0| = 1, \therefore x_0 = \pm 1$ . .....5分

由  $x_0 = 1$ , 得  $y_0 = 1^2 - 4 + 3 = 0$ ;

由  $x_0 = -1$ , 得  $y_0 = (-1)^2 - 4(-1) + 3 = 8$ .

此时, 点  $P$  的坐标为  $P_1(1, 0), P_2(-1, 8)$ . .....6分

当  $\square P$  与  $x$  轴相切时, 有  $|y_0| = 1, \therefore y_0 = \pm 1$ . .....7分

由  $y_0 = 1$ , 得  $x_0^2 - 4x_0 + 3 = 1$ , 解得  $x_0 = 2 \pm \sqrt{2}$ ;

由  $y_0 = -1$ , 得  $x_0^2 - 4x_0 + 3 = -1$ , 解得  $x_0 = 2$ .

此时, 点  $P$  的坐标为  $P_3(2 - \sqrt{2}, 1), P_4(2 + \sqrt{2}, 1), P_5(2, -1)$ . .....9分

综上所述, 圆心  $P$  的坐标为:  $P_1(1, 0), P_2(-1, 8), P_3(2 - \sqrt{2}, 1), P_4(2 + \sqrt{2}, 1), P_5(2, -1)$ .

注: 不写最后一步不扣分.

(3) 由 (2) 知, 不能. ....10分

设抛物线  $y = x^2 - 4x + 3$  上下平移后的解析式为  $y = (x - 2)^2 - 1 + h$ ,

若  $\square P$  能与两坐标轴都相切, 则  $|x_0| = |y_0| = 1$ ,

即  $x_0 = y_0 = 1$ ; 或  $x_0 = y_0 = -1$ ; 或  $x_0 = 1, y_0 = -1$ ; 或  $x_0 = -1, y_0 = 1$ . ....11分

取  $x_0 = y_0 = 1$ , 代入  $y = (x - 2)^2 - 1 + h$ , 得  $h = 1$ .

$\therefore$  只需将  $y = x^2 - 4x + 3$  向上平移 1 个单位, 就可使  $\square P$  与两坐标轴都相切.

.....12分

**附加题: 15分**

1. 存在的一般关系有:

(1)  $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ ;

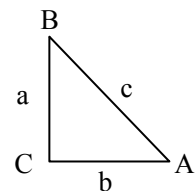
(2)  $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ . .....2分

(1) 证明:  $\because \sin A = \frac{a}{c}, \cos A = \frac{b}{c}$ ,

$a^2 + b^2 = c^2$ , .....3分

$\therefore \sin^2 A + \cos^2 A = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1$ . .....4分

(2) 证明:  $\because \sin A = \frac{a}{c}, \cos A = \frac{b}{c}$ ,



$$\begin{aligned} \therefore \tan A &= \frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} \dots\dots\dots 5 \text{分} \\ &= \frac{\sin A}{\cos A} \dots\dots\dots 6 \text{分} \end{aligned}$$

2. (1)

方法 1:

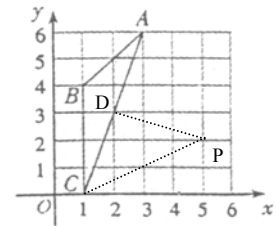
如图, 圆心为 P (5, 2), 作 PD ⊥ AC 于 D, 则 AD=CD. .....1 分

连结 CP, ∵ AC 为是 6、宽为 2 的矩形的对角线,

$$\therefore AC = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}. \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\text{同理 } CP = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}. \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$\therefore PD = \sqrt{CP^2 - CD^2} = \sqrt{10}. \dots\dots\dots 4 \text{分}$$



方法 2:

∵ 圆心为 P (5, 2), 作 PD ⊥ AC 于 D, 则 AD=CD. .....1 分

由直观, 发现点 D 的坐标为 (2, 3). .....2 分

又 ∵ PD 为是 3、宽为 1 的矩形的对角线,

$$\therefore PD = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}. \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

(2)

∵ 旋转后得到的几何体是一个以 2 为底面圆半径、6 为高的大圆锥, 再挖掉一个以 2 为底面圆半径、2 为高的小圆锥, .....5 分

又 它们的母线之长分别为  $l_{\text{小}} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ ,  $l_{\text{大}} = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}$ , .....7 分

∴ 所求的全面积为:  $\pi r l_{\text{大}} + \pi r l_{\text{小}}$  .....8 分

$$\begin{aligned} &= \pi r (l_{\text{大}} + l_{\text{小}}) \\ &= 4 (\sqrt{10} + \sqrt{2}) \pi. \dots\dots\dots 9 \text{分} \end{aligned}$$

说明: 对于以上各解答题学生试卷中出现的不同解法, 请参考本标准给分.