2016年广东省深圳市中考真题数学

一、单项选择题：本大题共12小题，每小题3分，共36分

1. 下列四个数中，最小的正数是(　　)

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

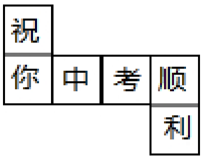
解析：正数有1，2，

∵1＜2，

∴最小的正数是1.

答案：C.

2. 把下列图标折成一个正方体的盒子，折好后与“中”相对的字是(　　)



A. 祝

B. 你

C. 顺

D. 利

解析：这是一个正方体的平面展开图，共有六个面，其中面“祝”与面“利”相对，面“你”与面“考”相对，面“中”与面“顺”相对.

答案：C.

3. 下列运算正确的是(　　)

A. $8a-a=8$

B. $(-a)^4=a^4$

C. $a^3 \cdot a^2=a^6$

D. $(a-b)^2=a^2-b^2$

解析：分别利用幂的乘方运算法则以及合并同类项法则以及完全平方公式、同底数幂的乘法运算法则分别化简求出答案.

答案：B.

4. 下列图形中，是轴对称图形的是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：A、不是轴对称图形，故本选项错误；

B、是轴对称图形，故本选项正确；

C、不是轴对称图形，故本选项错误；

D、不是轴对称图形，故本选项错误.

答案：B.

5. 据统计，从2005年到2015年中国累积节能1570000000吨标准煤，1570000000这个数用科学记数法表示为(　　)

A. 0.157×10^{10}

B. 1.57×10^{8}

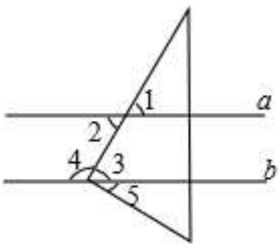
C. 1.57×10^{9}

D. 15.7×10^{8}

解析：1570000000这个数用科学记数法表示为1.57×10^{9}.

答案：C.

6. 如图，已知a∥b，直角三角板的直角顶角在直线b上，若∠1=60°，则下列结论错误的是(　　)



A. ∠2=60°

B. ∠3=60°

C. ∠4=120°

D. ∠5=40°

解析：∵a∥b，∠1=60°，

∴∠3=∠1=60°，∠2=∠1=60°，

∠4=180°-∠3=180°-60°=120°，

∵三角板为直角三角板，

∴∠5=90°-∠3=90°-60°=30°.

答案：D.

7. 数学老师将全班分成7个小组开展小组合作学习，采用随机抽签确定一个小组进行展示活动，则第3个小组被抽到的概率是(　　)

A. $\frac{1}{7}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{21}$

D. $\frac{1}{10}$

解析：根据概率是所求情况数与总情况数之比，可得答案.

答案：A.

8. 下列命题正确的是(　　)

A.一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形

B.两边及其一角相等的两个三角形全等

C.16的平方根是4

D.一组数据2，0，1，6，6的中位数和众数分别是2和6

解析：A.一组对边平行，另一组对边相等的四边形不一定是平行四边形，故错误；

B.两边及其一角相等的两个三角形不一定全等，故错误；

C.16的平方根是±4，故错误，

D.一组数据2，0，1，6，6的中位数和众数分别是2和6，故正确.

答案：D.

9. 施工队要铺设一段全长2000米的管道，因在中考期间需停工两天，实际每天施工需比原计划多50米，才能按时完成任务，求原计划每天施工多少米.设原计划每天施工x米，则根据题意所列方程正确的是(　　)

A. $\frac{2000}{x}-\frac{2000}{x+50}=2$

B. $\frac{2000}{x+50}-\frac{2000}{x}=2$

C. $\frac{2000}{x}-\frac{2000}{x-50}=2$

D. $\frac{2000}{x-50}-\frac{2000}{x}=2$

解析：设原计划每天施工x米，则实际每天施工(x+50)米，

根据题意，可列方程：$\frac{2000}{x}-\frac{2000}{x+50}=2$.

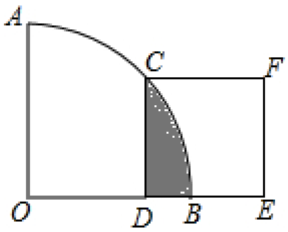
答案：A.

10. 给出一种运算：对于函数$y=x^n$，规定$y'=nx^{n-1}$.例如：若函数$y=x^4$，则有$y'=4x^3$.已知函数$y=x^3$，则方程$y'=12$的解是(　　)

A. $x_1=4$，$x_2=-4$
B. $x_1=2$，$x_2=-2$
C. $x_1=x_2=0$
D. $x_1=2\sqrt{3}$，$x_2=-2\sqrt{3}$

解析：由函数 $y=x^3$ 得 $n=3$，则 $y'=3x^2$，
∴$3x^2=12$，
$x^2=4$，
$x=\pm 2$，
$x_1=2$，$x_2=-2$.
答案：B.

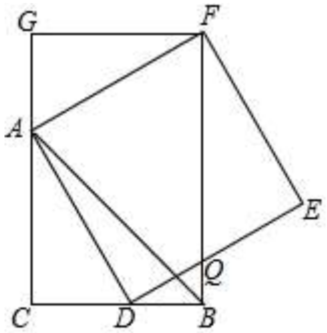
11. 如图，在扇形 AOB 中∠AOB=90°，正方形 CDEF 的顶点 C 是 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，点 D 在 OB 上，点 E 在 OB 的延长线上，当正方形 CDEF 的边长为 $2\sqrt{2}$ 时，则阴影部分的面积为(　　)



A. 2π-4
B. 4π-8
C. 2π-8
D. 4π-4

解析：∵在扇形 AOB 中∠AOB=90°，正方形 CDEF 的顶点 C 是 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，
∴∠COD=45°，
∴$OC=\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2}=4$，
∴阴影部分的面积=扇形 BOC 的面积-三角形 ODC 的面积
$=\dfrac{45}{360}\times\pi\times 4^2-\dfrac{1}{2}\times(2\sqrt{2})^2$
$=2\pi-4$.
答案：A.

12. 如图，CB=CA，∠ACB=90°，点 D 在边 BC 上(与 B、C 不重合)，四边形 ADEF 为正方形，过点 F 作 FG⊥CA，交 CA 的延长线于点 G，连接 FB，交 DE 于点 Q，给出以下结论：
①AC=FG；②$S_{\triangle FAB}$：$S_{四边形CEFG}$=1：2；③∠ABC=∠ABF；④$AD^2=FQ\cdot AC$，
其中正确的结论的个数是(　　)



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

解析：由正方形的性质得出∠FAD=90°，AD=AF=EF，证出∠CAD=∠AFG，由 AAS 证明△FGA≌△ACD，得出 AC=FG，①正确；

证明四边形 CBFG 是矩形，得出 $S_{\triangle FAB}=\frac{1}{2}$FB•FG=$\frac{1}{2}$$S_{四边形CEFG}$，②正确；

由等腰直角三角形的性质和矩形的性质得出∠ABC=∠ABF=45°，③正确；

证出△ACD∽△FEQ，得出对应边成比例，得出 AD•FE=AD^2=FQ•AC，④正确.

答案：D.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分

13. 分解因式：$a^2b+2ab^2+b^3$=_____.

解析：先提取公因式，再利用公式法把原式进行因式分解即可.

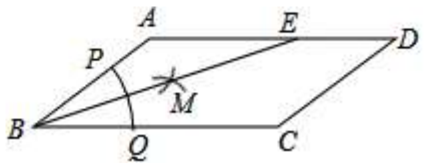
答案：$b(a+b)^2$.

14. 已知一组数据 x_1，x_2，x_3，x_4的平均数是 5，则数据 x_1+3，x_2+3，x_3+3，x_4+3 的平均数是_____.

解析：根据平均数的性质知，要求 x_1+3，x_2+3，x_3+3，x_4+3 的平均数，只要把数 x_1，x_2，x_3，x_4的和表示出即可.

答案：8.

15. 如图，在▱ABCD 中，AB=3，BC=5，以点 B 的圆心，以任意长为半径作弧，分别交 BA、BC 于点 P、Q，再分别以 P、Q 为圆心，以大于$\frac{1}{2}$PQ 的长为半径作弧，两弧在∠ABC 内交于点 M，连接 BM 并延长交 AD 于点 E，则 DE 的长为_____.



解析：根据作图的方法得：AE 平分∠ABC，

∴∠ABE=∠CBE

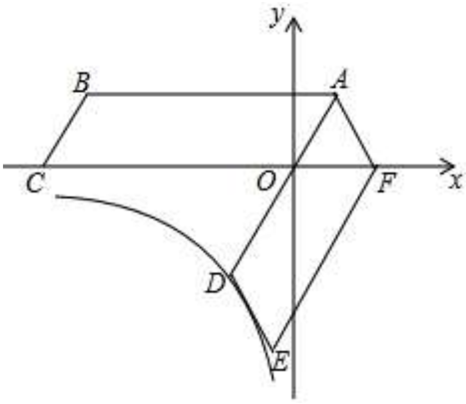
∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴AD∥BC，AD=BC=5，

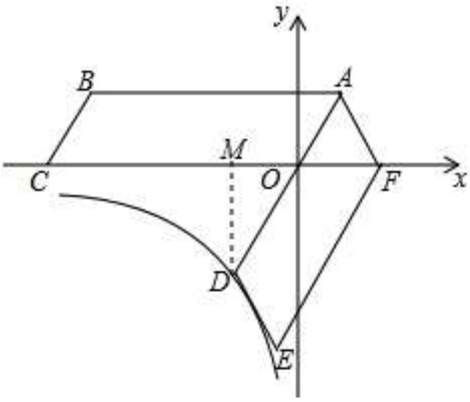
∴∠AEB=∠CBE，

∴∠ABE=∠AEB，
∴AE=AB=3，
∴DE=AD-AE=5-3=2.
答案：2.

16. 如图，四边形 ABCO 是平行四边形，OA=2，AB=6，点 C 在 x 轴的负半轴上，将▱ABCO 绕点 A 逆时针旋转得到▱ADEF，AD 经过点 O，点 F 恰好落在 x 轴的正半轴上，若点 D 在反比例函数 y=$\frac{k}{x}$(x＜0)的图象上，则 k 的值为_____.



解析：如图所示：过点 D 作 DM⊥x 轴于点 M，



由题意可得：∠BAO=∠OAF，AO=AF，AB∥OC，
则∠BAO=∠AOF=∠AFO=∠OAF，
故∠AOF=60°=∠DOM，
∵OD=AD-OA=AB-OA=6-2=4，
∴MO=2，MD=2$\sqrt{3}$，
∴D(-2，-2$\sqrt{3}$)，
∴k=-2×(-2$\sqrt{3}$)=4$\sqrt{3}$.
答案：4$\sqrt{3}$.

三、解答题：本大题共 7 小题，其中 17 题 5 分，18 题 6 分，19 题 7 分，20 题 8 分，共 52

分

17. 计算：$|-2|-2\cos60°+(\frac{1}{6})^{-1}-(\pi-\sqrt{3})^{0}$.

解析：直接利用绝对值的性质以及特殊角的三角函数值和负整数指数幂的性质、零指数幂的性质分别化简求出答案.

答案：$|-2|-2\cos60°+(\frac{1}{6})^{-1}-(\pi-\sqrt{3})^{0}$

$=2-2\times\frac{1}{2}+6-1$

$=6$.

18. 解不等式组：$\begin{cases}5x-1<3(x+1)\\ \frac{2x-1}{3}-1\le\frac{5x+1}{2}\end{cases}$.

解析：首先解每个不等式，两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集.

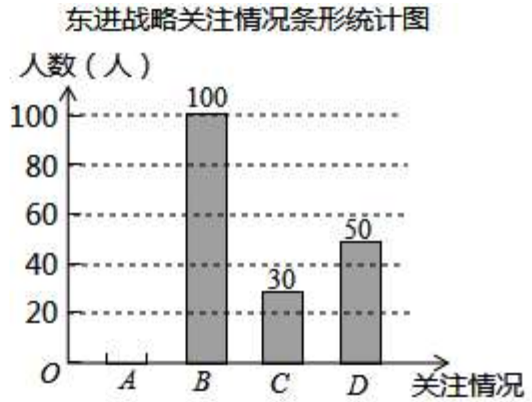
答案：$\begin{cases}5x-1<3(x+1)\ldots①\\ \frac{2x-1}{3}-1\le\frac{5x+1}{2}\ldots②\end{cases}$,

解①得 x＜2，

解②得 x⩾-1，

则不等式组的解集是-1⩽x＜2.

19. 深圳市政府计划投资 1.4 万亿元实施东进战略.为了解深圳市民对东进战略的关注情况.某校数学兴趣小组随机采访部分深圳市民，对采访情况制作了统计图表的一部分如下：



关注情况	频数	频率
A. 高度关注	M	0.1
B. 一般关注	100	0.5
C. 不关注	30	N
D. 不知道	50	0.25

(1)根据上述统计图可得此次采访的人数为_____人，m=_____，n=_____；

(2)根据以上信息补全条形统计图；

(3)根据上述采访结果，请估计在 15000 名深圳市民中，高度关注东进战略的深圳市民约有_____人.

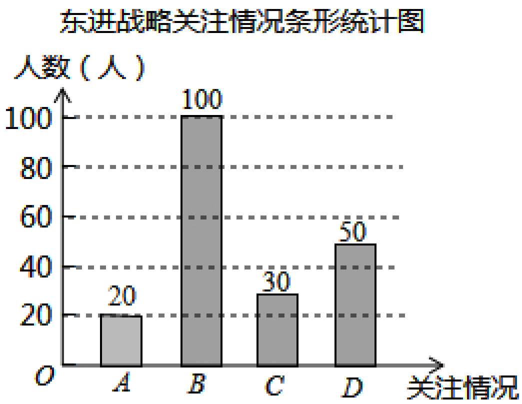
解析：(1)根据频数÷频率，求得采访的人数，根据频率×总人数，求得 m 的值，根据 30÷200，求得 n 的值；

(2)根据 m 的值为 20，进行画图；

(3)根据 0.1×15000 进行计算即可.

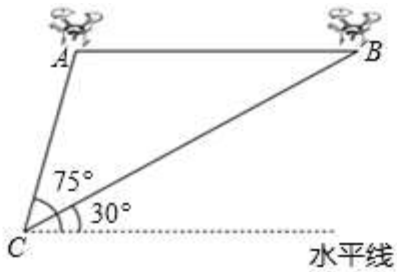
答案：(1)此次采访的人数为 100÷0.5=200(人)，m=0.1×200=20，n=30÷200=0.15；

(2)如图所示：



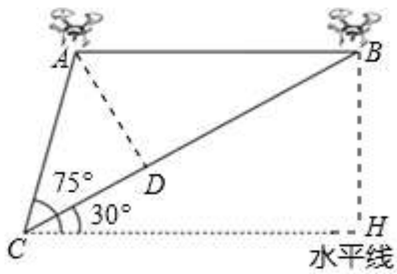
(3)高度关注东进战略的深圳市民约有 0.1×15000=1500(人).

20. 某兴趣小组借助无人飞机航拍校园.如图，无人飞机从 A 处水平飞行至 B 处需 8 秒，在地面 C 处同一方向上分别测得 A 处的仰角为 75°，B 处的仰角为 30°.已知无人飞机的飞行速度为 4 米/秒，求这架无人飞机的飞行高度.(结果保留根号)



解析：如图，作 AD⊥BC，BH⊥水平线，根据题意确定出∠ABC 与∠ACB 的度数，利用锐角三角函数定义求出 AD 与 BD 的长，由 CD+BD 求出 BC 的长，即可求出 BH 的长.

答案：如图，作 AD⊥BC，BH⊥水平线，



由题意得：∠ACH=75°，∠BCH=30°，AB∥CH，

∴∠ABC=30°，∠ACB=45°，

∵AB=32m，

∴AD=CD=AB·sin30°=16m，BD=AB·cos30°=$16\sqrt{3}$ m，

∴BC=CD+BD=$(16+16\sqrt{3})$m，

则 BH=BC•sin30° =$(8+8\sqrt{3})$m.

21. 荔枝是深圳的特色水果，小明的妈妈先购买了 2 千克桂味和 3 千克糯米糍，共花费 90 元；后又购买了 1 千克桂味和 2 千克糯米糍，共花费 55 元.(每次两种荔枝的售价都不变)

(1)求桂味和糯米糍的售价分别是每千克多少元；

(2)如果还需购买两种荔枝共 12 千克，要求糯米糍的数量不少于桂味数量的 2 倍，请设计一种购买方案，使所需总费用最低.

解析：(1)设桂味的售价为每千克 x 元，糯米糍的售价为每千克 y 元；根据单价和费用关系列出方程组，解方程组即可；

(2)设购买桂味 t 千克，总费用为 W 元，则购买糯米糍(12-t)千克，根据题意得出 12-t≥2t，得出 t≤4，由题意得出 W=-5t+240，由一次函数的性质得出 W 随 t 的增大而减小，得出当 t=4 时，W 的最小值=220(元)，求出 12-4=8 即可.

答案：(1)设桂味的售价为每千克 x 元，糯米糍的售价为每千克 y 元；

根据题意得：$\begin{cases}2x+3y=90\\x+2y=55\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=15\\y=20\end{cases}$；

答：桂味的售价为每千克 15 元，糯米糍的售价为每千克 20 元；

(2)设购买桂味 t 千克，总费用为 W 元，则购买糯米糍(12-t)千克，

根据题意得：12-t≥2t，

∴t≤4，

∵W=15t+20(12-t)=-5t+240，

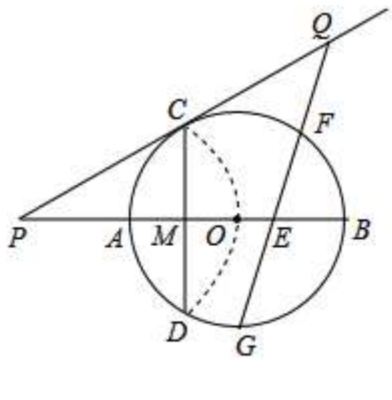
k=-5＜0，

∴W 随 t 的增大而减小，

∴当 t=4 时，W 的最小值=220(元)，此时 12-4=8；

答：购买桂味 4 千克，糯米糍 8 千克时，所需总费用最低.

22. 如图，已知⊙O 的半径为 2，AB 为直径，CD 为弦.AB 与 CD 交于点 M，将 $\overset{\frown}{CD}$ 沿 CD 翻折后，点 A 与圆心 O 重合，延长 OA 至 P，使 AP=OA，连接 PC

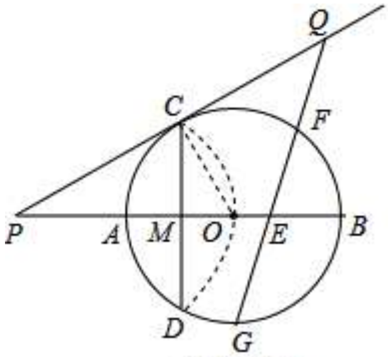


(1)求 CD 的长；
(2)求证：PC 是⊙O 的切线；

(3)点 G 为 ADB 的中点，在 PC 延长线上有一动点 Q，连接 QG 交 AB 于点 E.交 BC 于点 F(F 与 B、C 不重合).问 GE・GF 是否为定值？如果是，求出该定值；如果不是，请说明理由.

解析：(1)连接 OC，根据翻折的性质求出 OM，CD⊥OA，再利用勾股定理列式求解即可；
(2)利用勾股定理列式求出 PC，然后利用勾股定理逆定理求出∠PCO=90°，再根据圆的切线的定义证明即可；
(3)连接 GA、AF、GB，根据等弧所对的圆周角相等可得∠BAG=∠AFG，然后根据两组角对应相等两三角相似求出△AGE 和△FGA 相似，根据相似三角形对应边成比例可得 $\frac{AG}{GE}=\frac{FG}{AG}$，从而得到 GE・GF=AG^2，再根据等腰直角三角形的性质求解即可.

答案：(1)解：如图，连接 OC，



(1)题图

∵CD沿 CD 翻折后，点 A 与圆心 O 重合，

∴OM=$\frac{1}{2}$OA=$\frac{1}{2}$×2=1，CD⊥OA，

∵OC=2，

∴CD=2CM=$2\sqrt{OC^2-OM^2}=2\sqrt{2^2-1^2}=2\sqrt{3}$；

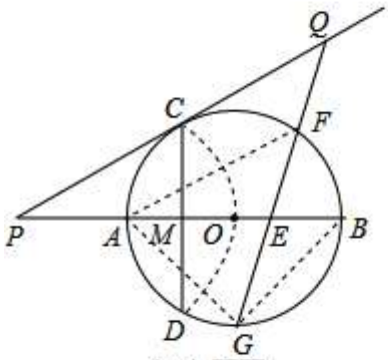
(2)证明：∵PA=OA=2，AM=OM=1，CM=$\frac{1}{2}$CD=$\sqrt{3}$，∠CMP=∠OMC=90°，

∴PC=$\sqrt{MC^2+PM^2}=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+3^2}=2\sqrt{3}$，

∵OC=2，PO=2+2=4，

∴PC^2+OC^2=(2$\sqrt{3}$)^2+2^2=16=PO^2，

∴∠PCO=90°，
∴PC 是⊙O 的切线；
(3)解：GE・GF 是定值，证明如下：
如图，连接 GA、AF、GB，



（3）题图

∵点 G 为 ADB 的中点，

∴ $GA=GB$，

∴∠BAG=∠AFG，
又∵∠AGE=∠FGA，
∴△AGE∽△FGA，
∴ $\dfrac{AG}{GE}=\dfrac{FG}{AG}$，
∴GE·GF=AG^2，
∵AB 为直径，AB=4，
∴∠BAG=∠ABG=45°，

∴AG=$2\sqrt{2}$，

∴GE·GF=8.

23. 如图，抛物线 $y=ax^2+2x-3$ 与 x 轴交于 A、B 两点，且 B(1，0)

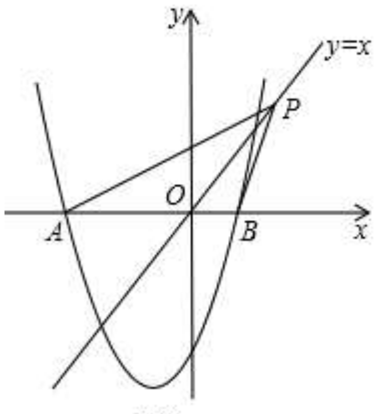


图1

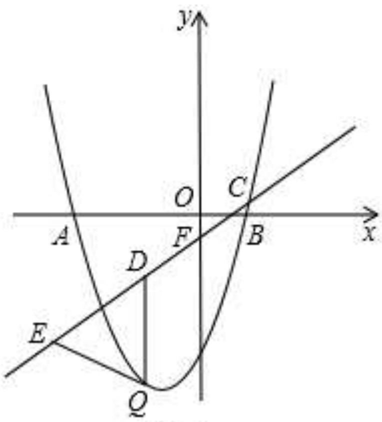


图2

(1)求抛物线的解析式和点 A 的坐标；
(2)如图 1，点 P 是直线 y=x 上的动点，当直线 y=x 平分∠APB 时，求点 P 的坐标；
(3)如图 2，已知直线 $y=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{4}{9}$ 分别与 x 轴、y 轴交于 C、F 两点，点 Q 是直线 CF 下方的抛物线上的一个动点，过点 Q 作 y 轴的平行线，交直线 CF 于点 D，点 E 在线段 CD 的延长线上，连接 QE. 问：以 QD 为腰的等腰△QDE 的面积是否存在最大值？若存在，请求出这个最大值；

若不存在，请说明理由.

解析：(1)把 B 点坐标代入抛物线解析式可求得 a 的值，可求得抛物线解析式，再令 y=0，可解得相应方程的根，可求得 A 点坐标；

(2)当点 P 在 x 轴上方时，连接 AP 交 y 轴于点 B′，可证△OBP≌△OB′P，可求得 B′坐标，利用待定系数法可求得直线 AP 的解析式，联立直线 y=x，可求得 P 点坐标；当点 P 在 x 轴下方时，同理可求得∠BPO=∠B′PO，又∠B′PO 在∠APO 的内部，可知此时没有满足条件的点 P；

(3)过 Q 作 QH⊥DE 于点 H，由直线 CF 的解析式可求得点 C、F 的坐标，结合条件可求得 tan∠QDH，可分别用 DQ 表示出 QH 和 DH 的长，分 DQ=DE 和 DQ=QE 两种情况，分别用 DQ 的长表示出△QDE 的面积，再设出点 Q 的坐标，利用二次函数的性质可求得△QDE 的面积的最大值.

答案：(1)把 B(1，0)代入 $y=ax^2+2x-3$，

可得 a+2-3=0，解得 a=1，

∴抛物线解析式为 $y=x^2+2x-3$，

令 y=0，可得 $x^2+2x-3=0$，解得 x=1 或 x=-3，

∴A 点坐标为(-3，0)；

(2)若 y=x 平分∠APB，则∠APO=∠BPO，

如图 1，若 P 点在 x 轴上方，PA 与 y 轴交于点 B′，

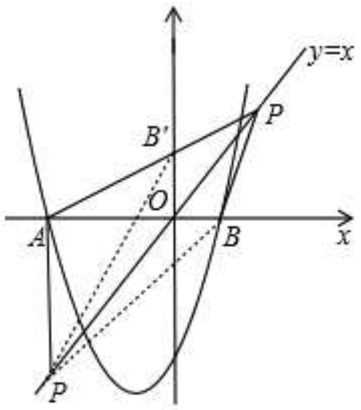


图1

由于点 P 在直线 y=x 上，可知∠POB=∠POB′=45°，

在△BPO 和△B′PO 中

$$\begin{cases}\angle POB=\angle POB' \\ OP=OP \\ \angle BOP=\angle B'OP\end{cases}，$$

∴△BPO≌△B′PO(ASA)，

∴BO=B′O=1，

设直线 AP 解析式为 y=kx+b，把 A、B′两点坐标代入可得

$\begin{cases}-3k+b=0 \\ b=1\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=\dfrac{1}{3} \\ b=1\end{cases}$，

∴直线 AP 解析式为 $y=\frac{1}{3}x+1$，

联立$\begin{cases} y=x \\ y=\dfrac{1}{3}x+1 \end{cases}$，解得$\begin{cases} x=\dfrac{3}{2} \\ y=\dfrac{3}{2} \end{cases}$，

∴P 点坐标为($\dfrac{3}{2}$，$\dfrac{3}{2}$)；

若 P 点在 x 轴下方时，同理可得△BOP≌△B′OP，

∴∠BPO=∠B′PO，

又∠B′PO 在∠APO 的内部，

∴∠APO≠∠BPO，即此时没有满足条件的 P 点，

综上可知 P 点坐标为($\dfrac{3}{2}$，$\dfrac{3}{2}$)；

(3)如图 2，作 QH⊥CF，交 CF 于点 H，

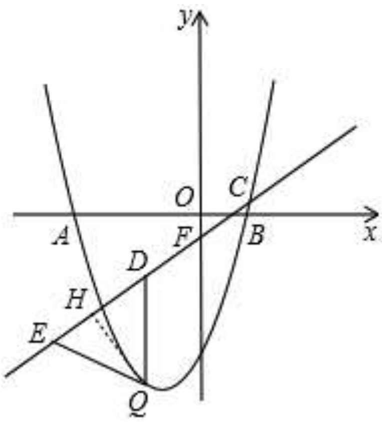


图2

∵CF 为 y=$\dfrac{2}{3}$x-$\dfrac{4}{9}$，

∴可求得 C($\dfrac{2}{3}$，0)，F(0，-$\dfrac{4}{9}$)，

∴tan∠OFC=$\dfrac{OC}{OF}=\dfrac{3}{2}$，

∵DQ∥y 轴，

∴∠QDH=∠MFD=∠OFC，

∴tan∠HDQ=$\dfrac{3}{2}$，

不妨设 DQ=t，DH=$\dfrac{2}{\sqrt{13}}$t，HQ=$\dfrac{3}{\sqrt{13}}$t，

∵△QDE 是以 DQ 为腰的等腰三角形，

∴若 DQ=DE，则 $S_{\triangle DEQ}$=$\dfrac{1}{2}$DE·HQ=$\dfrac{1}{2}$×$\dfrac{3}{\sqrt{13}}$t×t=$\dfrac{3\sqrt{13}}{26}$$t^2$，

若 DQ=QE，则 $S_{\triangle DEQ}=\frac{1}{2}DE\cdot HQ=\frac{1}{2}\times 2DH\cdot HQ=\frac{1}{2}\times\frac{4}{\sqrt{13}}t\times\frac{3}{\sqrt{13}}t=\frac{6}{13}t^2$，

∴ $\frac{3\sqrt{13}}{26}t^2<\frac{6}{13}t^2$，

∴当 DQ=QE 时△DEQ 的面积比 DQ=DE 时大.

设 Q 点坐标为$(x，x^2+2x-3)$，则 $D(x，\frac{2}{3}x-\frac{4}{9})$，

∵Q 点在直线 CF 的下方，

∴$DQ=t=\frac{2}{3}x-\frac{4}{9}-(x^2+2x-3)=-x^2-\frac{4}{3}x+\frac{23}{9}$，

当 $x=-\frac{2}{3}$ 时，$t_{max}=3$，

∴$(S_{\triangle DEQ})_{max}=\frac{6}{13}t^2=\frac{54}{13}$，

即以 QD 为腰的等腰三角形的面积最大值为$\frac{54}{13}$.