# 2018年江苏省连云港市中考真题数学

一、选择题(本大题共8小题，每小题3分，共24分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1.-8的相反数是(　)

A.-8

B.$\frac{1}{8}$

C.8

D.$-\frac{1}{8}$

解析：根据相反数的概念：只有符号不同的两个数叫做互为相反数可得答案.

-8的相反数是8.

答案：C

2.下列运算正确的是(　)

A.x-2x=-x

B.2x-y=-xy

C.$x^2+x^2=x^4$

D.$(x-1)^2=x^2-1$

解析：根据整式的运算法则即可求出答案.

A、x-2x=-x，正确；

B、原式=2x-y，故B错误；

C、原式=$2x^2$，故C错误；

D、原式=$x^2-2x+1$，故D错误.

答案：A

3.地球上陆地的面积约为150 000 000$km^2$.把“150 000 000”用科学记数法表示为(　)

A.1.5×108

B.1.5×107

C.1.5×109

D.1.5×106

解析：科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数.确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值＞10时，n是正数；当原数的绝对值＜1时，n是负数.

150 000 000=$1.5\times10^8$.

答案：A

4.一组数据2，1，2，5，3，2的众数是(　)

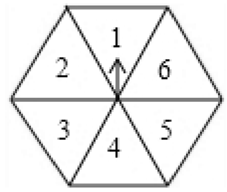
A.1

B.2

C.3

D.5
解析：根据众数的定义即一组数据中出现次数最多的数，即可得出答案.
在数据 2，1，2，5，3，2 中 2 出现 3 次，次数最多，
所以众数为 2.
答案：B

5.如图,任意转动正六边形转盘一次,当转盘停止转动时,指针指向大于 3 的数的概率是( )




A. $\frac{2}{3}$

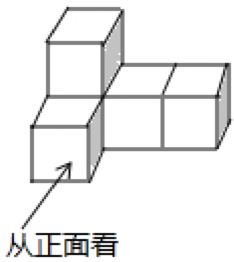
B. $\frac{1}{6}$

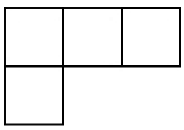
C. $\frac{1}{3}$

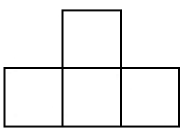
D. $\frac{1}{2}$

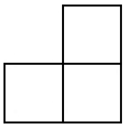
解析：根据概率的求法，找准两点：①全部情况的总数；②符合条件的情况数目；二者的比值就是其发生的概率.
∵共 6 个数，大于 3 的有 3 个，
∴P(大于 3) $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
答案：D

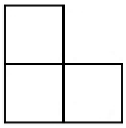
6.如图是由 5 个大小相同的正方体搭成的几何体，这个几何体的俯视图是( )




A. 

B. 

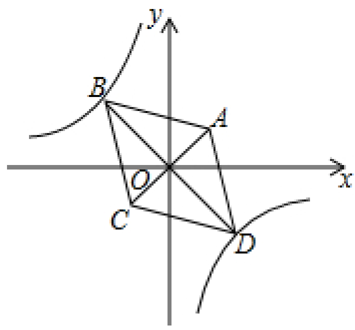
C. 

D. 

解析：从上面看得到的图形是俯视图.
从上面看第一列是两个小正方形，第二列是一个小正方形，第三列是一个小正方形.
答案：A

7.已知学校航模组设计制作的火箭的升空高度 h(m)与飞行时间 t(s)满足函数表达式 $h=-t^2+24t+1$.则下列说法中正确的是(　)
A.点火后 9s 和点火后 13s 的升空高度相同
B.点火后 24s 火箭落于地面
C.点火后 10s 的升空高度为 139m
D.火箭升空的最大高度为 145m
解析：分别求出 t=9、13、24、10 时 h 的值可判断 A、B、C 三个选项，将解析式配方成顶点式可判断 D 选项.
A、当 t=9 时，h=136；当 t=13 时，h=144；所以点火后 9s 和点火后 13s 的升空高度不相同，此选项错误；
B、当 t=24 时 h=1≠0，所以点火后 24s 火箭离地面的高度为 1m，此选项错误；
C、当 t=10 时 h=141m，此选项错误；
D、由 $h=-t^2+24t+1=-(t-12)^2+145$ 知火箭升空的最大高度为 145m，此选项正确.
答案：D

8.如图，菱形 ABCD 的两个顶点 B、D 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，对角线 AC 与 BD 的交点恰好是坐标原点 O，已知点 A(1，1)，∠ABC=60°，则 k 的值是(　)




A.-5
B.-4
C.-3
D.-2
解析：∵四边形 ABCD 是菱形，
∴BA=BC，AC⊥BD，

∵∠ABC=60°，
∴△ABC是等边三角形，
∵点A(1，1)，

∴OA=$\sqrt{2}$，

∴$BO=\frac{OA}{\tan 30°}=\sqrt{6}$，
∵直线AC的解析式为y=x，
∴直线BD的解析式为y=-x，

∵OB=$\sqrt{6}$，

∴点B的坐标为($-\sqrt{3}$，$\sqrt{3}$)，

∵点B在反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象上，

∴$\sqrt{3}=\frac{k}{-\sqrt{3}}$，

解得，k=-3.
答案：C

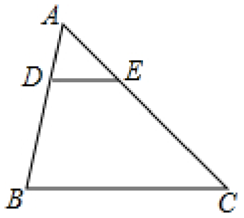
二、填空题(本大题共8小题，每小题3分，共24分,不需要写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9.使$\sqrt{x-2}$有意义的x的取值范围是_____.

解析：当被开方数x-2为非负数时，二次根式才有意义，列不等式求解.
根据二次根式的意义，得
x-2≥0，解得x≥2.
答案：x≥2

10.分解因式：$16-x^2$=_____.
解析：16和$x^2$都可写成平方形式，且它们符号相反，符合平方差公式特点，利用平方差公式进行因式分解即可.
$16-x^2=(4+x)(4-x)$.
答案：(4+x)(4-x)

11.如图，△ABC中，点D、E分别在AB、AC上，DE∥BC，AD：DB=1：2，则△ADE与△ABC的面积的比为_____.



解析：根据DE∥BC得到△ADE∽△ABC，再结合相似比是AD：AB=1：3，因而面积的比是1：9，问题得解.

∵DE∥BC，

∴△ADE∽△ABC，

∵AD：DB=1：2，

∴AD：AB=1：3，

∴$S_{△ADE}$：$S_{△ABC}$是1：9.

答案：1：9

12.已知A(-4，$y_1$)，B(-1，$y_2$)是反比例函数$y=-\frac{4}{x}$图象上的两个点，则$y_1$与$y_2$的大小关系为_____.

解析：根据反比例函数的性质和题目中的函数解析式可以判断y1与y2的大小，从而可以解答本题.

∵反比例函数$y=-\frac{4}{x}$，-4＜0，

∴在每个象限内，y随x的增大而增大，

∵A(-4，$y_1$)，B(-1，$y_2$)是反比例函数$y=-\frac{4}{x}$图象上的两个点，-4＜-1，

∴$y_1$＜$y_2$.

答案：$y_1$＜$y_2$

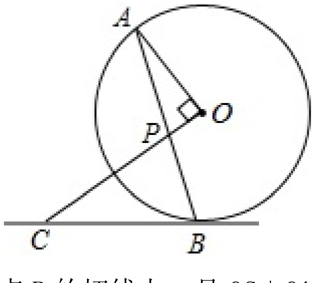
13.一个扇形的圆心角是120°.它的半径是3cm.则扇形的弧长为_____cm.

解析：根据弧长公式可得结论.

根据题意，扇形的弧长为$\frac{120\pi\times3}{180}=2\pi$.

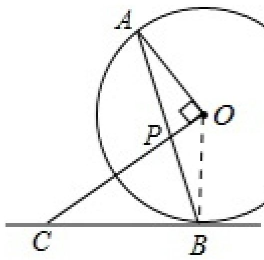
答案：2π

14.如图,AB是⊙O的弦,点C在过点B的切线上,且OC⊥OA,OC交AB于点P,已知∠OAB=22°，则∠OCB=_____.



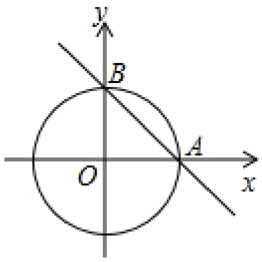
解析：首先连接OB，由点C在过点B的切线上，且OC⊥OA，根据等角的余角相等，易证得

∠CBP=∠CPB，利用等腰三角形的性质解答即可.
连接 OB，




∵BC 是⊙O 的切线，
∴OB⊥BC，
∴∠OBA+∠CBP=90°，
∵OC⊥OA，
∴∠A+∠APO=90°，
∵OA=OB，∠OAB=22°，
∴∠OAB=∠OBA=22°，
∴∠APO=∠CBP=68°，
∵∠APO=∠CPB，
∴∠CPB=∠ABP=68°，
∴∠OCB=180°-68°-68°=44°.
答案：44°

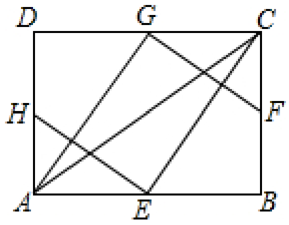
15.如图，一次函数 y=kx+b 的图象与 x 轴、y 轴分别相交于 A、B 两点，⊙O 经过 A，B 两点，已知 AB=2，则 $\frac{k}{b}$ 的值为_____.



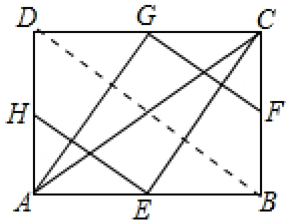

解析：由图形可知：△OAB 是等腰直角三角形，OA=OB，
∵AB=2，$OA^2+OB^2=AB^2$，
∴OA=OB=$\sqrt{2}$，
∴A 点坐标是($\sqrt{2}$，0)，B 点坐标是(0，$\sqrt{2}$)，
∵一次函数 y=kx+b 的图象与 x 轴、y 轴分别相交于 A、B 两点，
∴将 A，B 两点坐标代入 y=kx+b，得 k=-1，b=$\sqrt{2}$，
∴$\frac{k}{b}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

答案：$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

16.如图，E、F，G、H 分别为矩形 ABCD 的边 AB、BC、CD、DA 的中点，连接 AC、HE、EC，GA，GF.已知 AG⊥GF，AC=$\sqrt{6}$，则 AB 的长为_____.




解析：如图，连接 BD.




∵四边形 ABCD 是矩形，

∴∠ADC=∠DCB=90°，AC=BD=$\sqrt{6}$，

∵CG=DG，CF=FB，

∴GF=$\dfrac{1}{2}$BD=$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，

∵AG⊥FG，
∴∠AGF=90°，
∴∠DAG+∠AGD=90°，∠AGD+∠CGF=90°，
∴∠DAG=∠CGF，
∴△ADG∽△GCF，设 CF=BF=a，CG=DG=b，
∴$\dfrac{AD}{GC}=\dfrac{DG}{CF}$，
∴$\dfrac{2a}{b}=\dfrac{b}{a}$，
∴$b^2=2a^2$，
∵a＞0.b＞0，

∴b=$\sqrt{2}$a，

在 Rt△GCF 中，$AB^2+BC^2=AC^2$，即$(2b)^2+(2a)^2=6$，即$12a^2=6$，

∴a=$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则 b=1，

∴AB=2b=2.
答案：2

三、解答题(本大题共 11 小题，共 102 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17.计算：$(-2)^2+2018^0-\sqrt{36}$.

解析：首先计算乘方、零次幂和开平方，然后再计算加减即可.
答案：原式=4+1-6=-1.

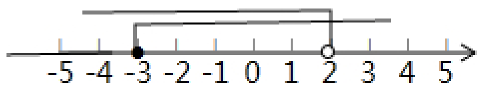
18.解方程：$\frac{3}{x-1}-\frac{2}{x}=0$.
解析：根据等式的性质，可得整式方程，根据解整式方程，可得答案.
答案：两边乘 x(x-1)，得
3x-2(x-1)=0，
解得 x=-2，
经检验：x=-2 是原分式方程的解.

19.解不等式组：$\begin{cases}3x-2<4\\2(x-1)\le 3x+1\end{cases}$.

解析：根据不等式组的解集的表示方法：大小小大中间找，可得答案.

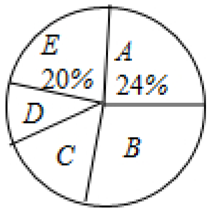
答案：$\begin{cases}3x-2<4①\\2(x-1)\le 3x+1②\end{cases}$，

解不等式①，得 x<2，
解不等式②，得 x≥-3，
不等式①，不等式②的解集在数轴上表示，如图




原不等式组的解集为-3≤x<2.

20.随着我国经济社会的发展，人民对于美好生活的追求越来越高.某社区为了了解家庭对于文化教育的消费情况，随机抽取部分家庭，对每户家庭的文化教育年消费金额进行问卷调查，根据调查结果绘制成两幅不完整的统计图表.




| 组别 | 家庭年文化教育消费金额x（元） | 户数 |
|---|---|---|
| A | x≤5000 | 36 |
| B | 5000＜x≤10000 | m |
| C | 10000＜x≤15000 | 27 |
| D | 15000＜x≤20000 | 15 |
| E | x＞20000 | 30 |

请你根据统计图表提供的信息，解答下列问题：

(1)本次被调查的家庭有_____户，表中 m=_____.

解析：(1)依据 A 组或 E 组数据，即可得到样本容量，进而得出 m 的值.

样本容量为：36÷24%=150，

m=150-36-27-15-30=42.

答案：(1)150，42.

(2)本次调查数据的中位数出现在______组.扇形统计图中，D 组所在扇形的圆心角是度.

解析：(2)依据中位数为第 75 和 76 个数据的平均数，即可得到中位数的位置，利用圆心角计算公式，即可得到 D 组所在扇形的圆心角.

中位数为第 75 和 76 个数据的平均数，而 36+42=78＞76，

∴中位数落在 B 组，

D 组所在扇形的圆心角为 $360°\times\frac{15}{150}=36°$.

答案：(2)B，36.

(3)这个社区有 2500 户家庭，请你估计家庭年文化教育消费 10000 元以上的家庭有多少户？

解析：(3)依据家庭年文化教育消费 10000 元以上的家庭所占的比例，即可得到家庭年文化教育消费 10000 元以上的家庭的数量.

答案：(3)家庭年文化教育消费 10000 元以上的家庭有 $2500\times\frac{27+15+30}{150}=1200$(户).

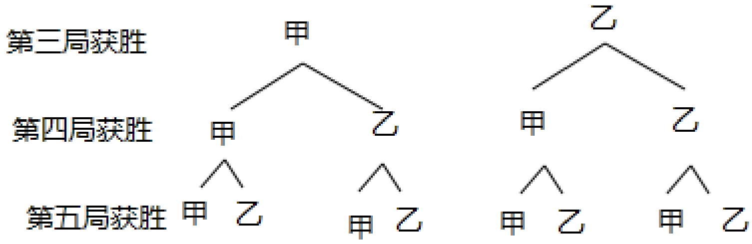
21.汤姆斯杯世界男子羽毛球团体赛小组赛比赛规则：两队之间进行五局比赛，其中三局单打，两局双打，五局比赛必须全部打完，赢得三局及以上的队获胜.假如甲，乙两队每局获胜的机会相同.

(1)若前四局双方战成 2：2，那么甲队最终获胜的概率是_____.

解析：(1)直接利用概率公式可知：甲队最终获胜的概率是$\frac{2}{2+2}=\frac{1}{2}$.

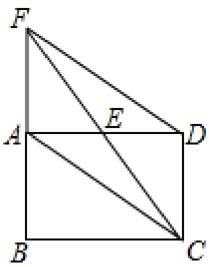
答案：(1)$\frac{1}{2}$

(2)现甲队在前两局比赛中已取得2：0的领先，那么甲队最终获胜的概率是多少？
解析：(2)画树状图展示所有8种等可能的结果数，再找出甲至少胜一局的结果数，然后根据概率公式求.
答案：(2)画树状图为：




共有8种等可能的结果数，其中甲至少胜一局的结果数为7，
所以甲队最终获胜的概率=$\frac{7}{8}$.

22.如图，矩形ABCD中，E是AD的中点，延长CE，BA交于点F，连接AC，DF.

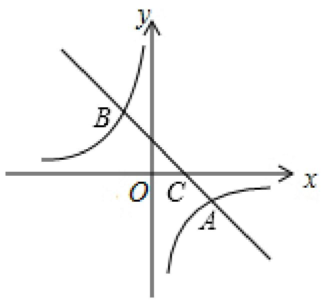



(1)求证：四边形ACDF是平行四边形.
解析：(1)利用矩形的性质，即可判定△FAE≌△CDE，即可得到CD=FA，再根据CD∥AF，即可得出四边形ACDF是平行四边形.
答案：(1)∵四边形ABCD是矩形，
∴AB∥CD，
∴∠FAE=∠CDE，
∵E是AD的中点，
∴AE=DE，
又∵∠FEA=∠CED，
∴△FAE≌△CDE，
∴CD=FA，
又∵CD∥AF，
∴四边形ACDF是平行四边形.

(2)当CF平分∠BCD时，写出BC与CD的数量关系，并说明理由.
解析：(2)先判定△CDE是等腰直角三角形，可得CD=DE，再根据E是AD的中点，可得AD=2CD，

依据AD=BC，即可得到BC=2CD.
答案：(2)BC=2CD.
证明：∵CF平分∠BCD，
∴∠DCE=45°，
∵∠CDE=90°，
∴△CDE是等腰直角三角形，
∴CD=DE，
∵E是AD的中点，
∴AD=2CD，
∵AD=BC，
∴BC=2CD.

23.如图，在平面直角坐标系中，一次函数$y=k_1x+b$的图象与反比例函数$y=\frac{k_2}{x}$的图象交于A(4，-2)、B(-2，n)两点，与x轴交于点C.




(1)求$k_2$，n的值.
解析：(1)将A点坐标代入$y=\frac{k_2}{x}$，求出$k_2$的值，然后把B点坐标代入$y=\frac{k_2}{x}$，求出n的值.
答案：(1)将A(4，-2)代入$y=\frac{k_2}{x}$，得$k_2=-8$.
∴$y=-\frac{8}{x}$，
将(-2，n)代入$y=-\frac{8}{x}$，
n=4.
∴$k_2=-8$，n=4.

(2)请直接写出不等式$k_1x+b<\frac{k_2}{x}$的解集.
解析：(2)用函数的观点将不等式问题转化为函数图象问题.
答案：(2)根据函数图象可知，$k_1x+b<\frac{k_2}{x}$的解集是$-2<x<0$或$x>4$.

(3)将x轴下方的图象沿x轴翻折，点A落在点A′处，连接A′B，A′C，求△A′BC的面

积.

解析：(3)把 A、B 两点坐标代入 $y=k_1x+b$ 中，求出 $k_1$ 和 b 的值，进而求出一次函数解析式，再求出点 C 的坐标，求出点 A 的对称点 A′ 坐标，进而求出△A′BC 的面积.

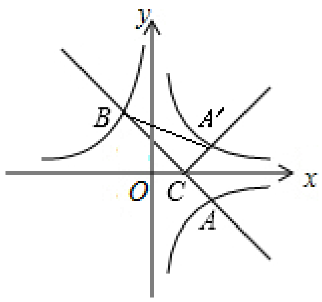
答案：(3)将 A(4，-2)，B(-2，4)代入 $y=k_1x+b$，

得$\begin{cases}-2=4k_1+b\\4=-2k_1+b\end{cases}$，解得$\begin{cases}k_1=-1\\b=2\end{cases}$，

∴一次函数的关系式为 y=-x+2

与 x 轴交于点 C(2，0)

∴图象沿 x 轴翻折后，如图所示：




则 A′(4，2)，

S△A′BC=(4+2)×(4+2)×$\frac{1}{2}$-$\frac{1}{2}$×4×4-$\frac{1}{2}$×2×2=8，

∴△A′BC 的面积为 8.

24.某村在推进美丽乡村活动中，决定建设幸福广场，计划铺设相同大小规格的红色和蓝色地砖.经过调查.获取信息如下：

| | 购买数量低于5000块 | 购买数量不低于5000块 |
|---|---|---|
| 红色地砖 | 原价销售 | 以八折销售 |
| 蓝色地砖 | 原价销售 | 以九折销售 |

如果购买红色地砖 4000 块，蓝色地砖 6000 块，需付款 86000 元；如果购买红色地砖 10000 块，蓝色地砖 3500 块，需付款 99000 元.

(1)红色地砖与蓝色地砖的单价各多少元？

解析：(1)根据题意结合表格中数据，购买红色地砖 4000 块，蓝色地砖 6000 块，需付款 86000 元；购买红色地砖 10000 块，蓝色地砖 3500 块，需付款 99000 元，分别得出方程得出答案.

答案：(1)设红色地砖每块 a 元，蓝色地砖每块 b 元，由题意可得：

$$\begin{cases}4000a+6000b\times0.9=86000\\10000a\times0.8+3500b=99000\end{cases},$$

解得：$\begin{cases} a=8 \\ b=10 \end{cases}$，

答：红色地砖每块 8 元，蓝色地砖每块 10 元.

(2)经过测算，需要购置地砖 12000 块，其中蓝色地砖的数量不少于红色地砖的一半，并且不超过 6000 块，如何购买付款最少？请说明理由.
解析：(2)利用已知得出 x 的取值范围，再利用一次函数增减性得出答案.
答案：(2)设购置蓝色地砖 x 块，则购置红色地砖(12000-x)块，所需的总费用为 y 元，
由题意可得：$x \geqslant \frac{1}{2}(12000-x)$，
解得：x≥4000，
又 x≤6000，
所以蓝砖块数 x 的取值范围：4000≤x≤6000，
当 4000≤x＜5000 时，
y=10x+×0.8(12000-x)
=76800+3.6x，
所以 x=4000 时，y 有最小值 91200，
当 5000≤x≤6000 时，y=0.9×10x+8×0.8(1200-x)=2.6x+76800，
所以 x=5000 时，y 有最小值 89800，
∵89800＜91200，
∴购买蓝色地砖 5000 块，红色地砖 7000 块，费用最少，最少费用为 89800 元.

25.如图 1，水坝的横截面是梯形 ABCD，∠ABC=37°，坝顶 DC=3m，背水坡 AD 的坡度 i(即 tan∠DAB)为 1：0.5，坝底 AB=14m.

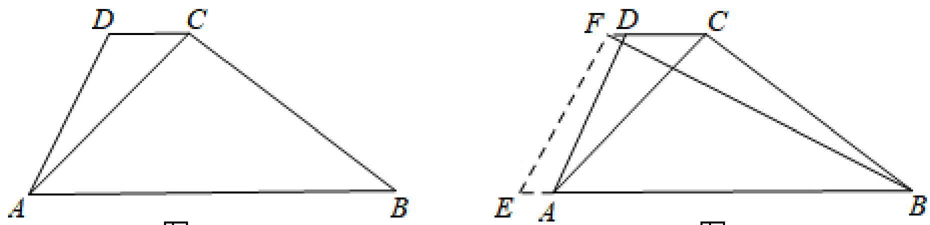


图1 图2

(1)求坝高.

解析：(1)作 DM⊥AB 于 M，CN⊥AB 于 N.由题意：$\tan\angle DAB=\frac{DM}{AM}=2$，设 AM=x，则 DM=2x，在 Rt△BCN 中，求出 BN，构建方程即可解决问题.
答案：(1)作 DM⊥AB 于 M，CN⊥AB 于 N.

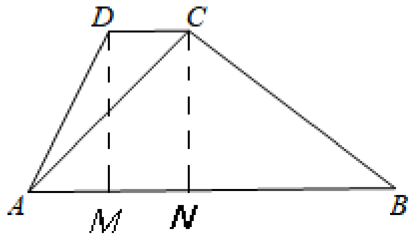


图1

由题意：tan∠DAB=$\frac{DM}{AM}$=2，设 AM=x，则 DM=2x，

∵四边形 DMNC 是矩形，

∴DM=CN=2x，

在 Rt△NBC 中，tan37° $=\frac{CN}{BN}=\frac{2x}{BN}=\frac{3}{4}$，

∴BN=$\frac{8}{3}$x，

∵x+3+$\frac{8}{3}$x=14，

∴x=3，

∴DM=6，

答：坝高为 6m.

(2)如图 2，为了提高堤坝的防洪抗洪能力，防汛指挥部决定在背水坡将坝顶和坝底同时拓宽加固，使得 AE=2DF，EF⊥BF，求 DF 的长.(参考数据：sin37° ≈$\frac{3}{5}$，cos37° ≈$\frac{4}{5}$，tan37° ≈$\frac{3}{4}$)

解析：(2)作 FH⊥AB 于 H.

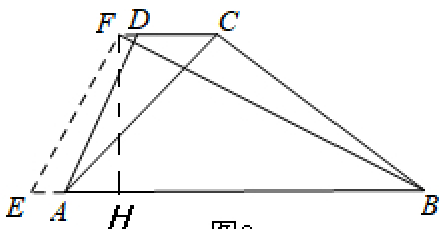


图2

设 DF=y，设 DF=y，则 AE=2y，EH=3+2y-y=3+y，BH=14+2y-(3+y)=11+y，由△EFH∽△FBH，可得$\frac{HF}{HB}=\frac{EH}{FH}$，即$\frac{6}{11+y}=\frac{3+y}{6}$，求出 y 即可.

答案：(2)作 FH⊥AB 于 H.设 DF=y，设 DF=y，则 AE=2y，EH=3+2y-y=3+y，BH=14+2y-(3+y)=11+y，由△EFH∽△FBH，可得$\frac{HF}{HB}=\frac{EH}{FH}$，

即$\frac{6}{11+y}=\frac{3+y}{6}$，

解得 $y=-7+2\sqrt{13}$ 或$-7-2\sqrt{13}$（舍弃），

∴$DF=2\sqrt{13}-7$，

答：DF 的长为$(2\sqrt{13}-7)$m.

26.如图 1，图形 ABCD 是由两个二次函数 $y_1=kx^2+m(k<0)$与 $y_2=ax^2+b(a>0)$的部分图象围成的封闭图形.已知 A(1，0)、B(0，1)、D(0，-3).

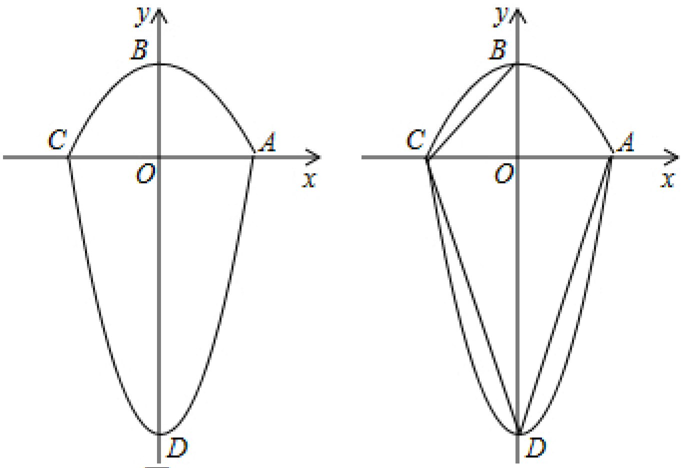



图1　　图2

(1)直接写出这两个二次函数的表达式.
解析：(1)利用待定系数法即可得出结论.
答案：(1)∵点 A(1，0)，B(0，1)在二次函数 $y1=kx^2+m(k<0)$的图象上，

∴$\begin{cases}k+m=0\\m=1\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=-1\\m=1\end{cases}$，

∴二次函数解析式为 $y_1=-x^2+1$，
∵点 A(1，0)，D(0，-3)在二次函数 $y_2=ax^2+b(a>0)$的图象上，

∴$\begin{cases}a+b=0\\b=-3\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=3\\b=-3\end{cases}$，

∴二次函数 $y_2=3x^2-3$.

(2)判断图形 ABCD 是否存在内接正方形(正方形的四个顶点在图形 ABCD 上)，并说明理由.
解析：(2)先确定出 $MM'=(1-m^2)-(3m^2-3)=4-4m^2$，进而建立方程 $2m=4-4m^2$，即可得出结论.
答案：(2)设 $M(m，-m^2+1)$为第一象限内的图形 ABCD 上一点，$M'(m，3m^2-3)$为第四象限的图形上一点，
∴$MM'=(1-m^2)-(3m^2-3)=4-4m^2$，
由抛物线的对称性知，若有内接正方形，
∴$2m=4-4m^2$，

∴m=$\frac{-1+\sqrt{17}}{4}$或m=$\frac{-1-\sqrt{17}}{4}$(舍)，

∵0＜$\frac{-1+\sqrt{17}}{4}$＜1，

∴存在内接正方形，此时其边长为$\frac{-1+\sqrt{17}}{4}$.

(3)如图2，连接BC，CD，AD，在坐标平面内，求使得△BDC与△ADE相似(其中点C与点E是对应顶点)的点E的坐标.

解析：(3)先利用勾股定理求出AD=$\sqrt{10}$，同理：CD=$\sqrt{10}$，BC=$\sqrt{2}$，再分两种情况：

①如图1，当△DBC∽△DAE时，得出$\frac{DB}{DA}=\frac{DC}{DE}$，进而求出DE= $\frac{5}{2}$，即可得出E(0，$-\frac{1}{2}$)，

再判断出△DEF∽△DAO，得出$\frac{DE}{DA}=\frac{DF}{DO}=\frac{EF}{AO}$，求出DF=$\frac{3\sqrt{10}}{4}$，EF=$\frac{\sqrt{10}}{4}$，再用面积法求出E′M=$\frac{3}{2}$，即可得出结论.

②如图2，当△DBC∽△ADE时，得出$\frac{DB}{AD}=\frac{DC}{AE}$，求出AE=$\frac{5}{2}$，

当E在直线AD左侧时，先利用勾股定理求出PA=$\frac{5}{3}$，PO=$\frac{4}{3}$，进而得出PE=$\frac{5}{6}$，再判断出$\frac{AP}{PE}=\frac{AO}{OQ}$，即可得出点E坐标，当E′在直线DA右侧时，即可得出结论.

答案：(3)在Rt△AOD中，OA=1，OD=3，

∴$AD=\sqrt{OA^2+OD^2}=\sqrt{10}$，

同理：CD=$\sqrt{10}$，

在Rt△BOC中，OB=OC=1，

∴$BC=\sqrt{OC^2+OB^2}=\sqrt{2}$，

①如图1，当△DBC∽△DAE时，

∵∠CDB=∠ADO，

∴在y轴上存在E，由$\frac{DB}{DA}=\frac{DC}{DE}$，

∴$\frac{4}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{DE}$，

∴DE=$\frac{5}{2}$，

∵D(0，-3)，

∴E(0，$-\frac{1}{2}$)，

由对称性知，在直线 DA 右侧还存在一点 E′ 使得△DBC∽△DAE′，

连接 EE′ 交 DA 于 F 点，作 E′ M⊥OD 于 M，连接 E′ D，

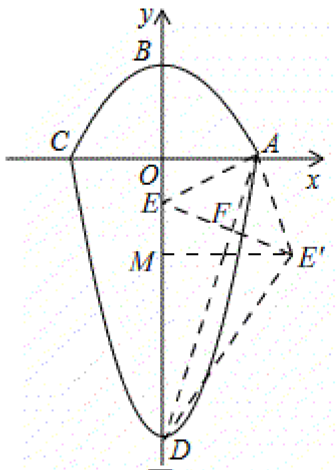


图1

∵E，E′ 关于 DA 对称，

∴DF 垂直平分线 EE′，

∴△DEF∽△DAO，

∴$\frac{DE}{DA}=\frac{DF}{DO}=\frac{EF}{AO}$，

∴$\frac{2.5}{\sqrt{10}}=\frac{DF}{3}=\frac{EF}{1}$，

∴DF=$\frac{3\sqrt{10}}{4}$，EF=$\frac{\sqrt{10}}{4}$，

∵$S_{\triangle DEE'}=\frac{1}{2}DE\cdot E'M=EF\times DF=\frac{15}{8}$，

∴E′ M=$\frac{3}{2}$，

∵DE′ =DE=$\frac{5}{2}$，

在 Rt△DE′ M 中，$DM=\sqrt{DE'^{2}-E'M^{2}}=2$，

∴OM=1，

∴E′ ($\frac{3}{2}$，-1)，

②如图 2，

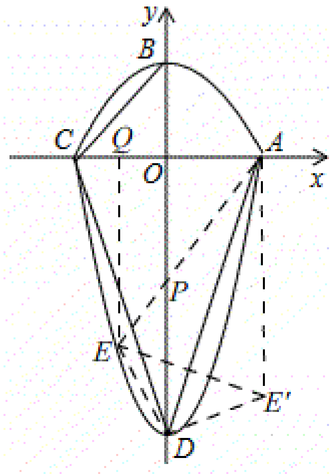



图2

当△DBC∽△ADE 时，有∠BDC=∠DAE，$\frac{DB}{AD}=\frac{DC}{AE}$，

∴$\frac{4}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{AE}$，

∴AE=$\frac{5}{2}$，

当 E 在直线 AD 左侧时，设 AE 交 y 轴于 P，作 EQ⊥AC 于 Q，

∵∠BDC=∠DAE=∠ODA，

∴PD=PA，

设 PD=n，

∴PO=3-n，PA=n，

在 Rt△AOP 中，$PA^2=OA^2+OP^2$，

∴$n^2=(3-n)^2+1$，

∴n=$\frac{5}{3}$，

∴PA=$\frac{5}{3}$，PO=$\frac{4}{3}$，

∵AE=$\frac{5}{2}$，

∴PE=$\frac{5}{6}$，

在 AEQ 中，OP∥EQ，

∴$\frac{AP}{PE}=\frac{AO}{OQ}$，

∴OQ=$\frac{1}{2}$，

∵$\frac{OP}{PE}=\frac{AP}{AE}=\frac{2}{3}$，

∴QE=2，

∴E($-\frac{1}{2}$，-2)，

当E′在直线DA右侧时，

根据勾股定理得，$AE=\sqrt{AQ^2+QE^2}=\frac{5}{2}$，

∴AE′=$\frac{5}{2}$，

∵∠DAE′=∠BDC，∠BDC=∠BDA，

∴∠BDA=∠DAE′，

∴AE′∥OD，

∴E′(1，$-\frac{5}{2}$)，

综上，使得△BDC与△ADE相似(其中点C与E是对应顶点)的点E的坐标有4个，

即：(0，$-\frac{1}{2}$)或($\frac{3}{2}$，-1)或(1，$-\frac{5}{2}$)或($-\frac{1}{2}$，-2).

27.在数学兴趣小组活动中，小亮进行数学探究活动.△ABC是边长为2的等边三角形，E是AC上一点，小亮以BE为边向BE的右侧作等边三角形BEF，连接CF.

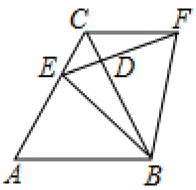


图1

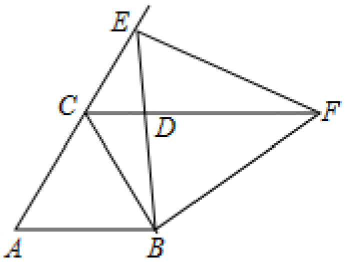


图2

(1)如图1，当点E在线段AC上时，EF、BC相交于点D，小亮发现有两个三角形全等，请你找出来，并证明.

解析：(1)结论：△ABE≌△CBF.理由等边三角形的性质，根据SAS即可证明.

答案：(1)结论：△ABE≌△CBF.

理由：如图1中，

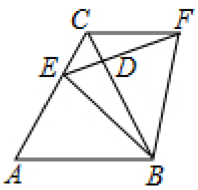


图1

∵△ABC，△BEF都是等边三角形，

∴BA=BC，BE=BF，∠ABC=∠EBF，

∴∠ABE=∠CBF，

∴△ABE≌△CBF.

(2)当点 E 在线段上运动时，点 F 也随着运动，若四边形 ABFC 的面积为$\frac{7}{4}\sqrt{3}$，求 AE 的长.

解析：(2)由△ABE≌△CBF，推出 S△ABE=S△BCF，推出 $S_{四边形BECF}=S_{\triangle BEC}+S_{\triangle BCF}=S_{\triangle BCE}+S_{\triangle ABE}=S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$，由 $S_{四边形ABCF}=\frac{7}{4}\sqrt{3}$，推出 $S_{\triangle ABE}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，再利用三角形的面积公式求出 AE 即可.

答案：(2)如图 1 中，∵△ABE≌△CBF，

∴S△ABE=S△BCF，

∴$S_{四边形BECF}=S_{\triangle BEC}+S_{\triangle BCF}=S_{\triangle BCE}+S_{\triangle ABE}=S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$，

∵$S_{四边形ABCF}=\frac{7}{4}\sqrt{3}$，

∴$S_{\triangle ABE}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，

∴$\frac{1}{2}\cdot AE\cdot AB\cdot\sin 60^\circ=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，

∴AE=$\frac{3}{2}$.

(3)如图 2，当点 E 在 AC 的延长线上运动时，CF、BE 相交于点 D，请你探求△ECD 的面积 $S_1$ 与△DBF 的面积 $S_2$ 之间的数量关系.并说明理由.

解析：(3)结论：$S_2-S_1=\sqrt{3}$.利用全等三角形的性质即可证明.

答案：(3)结论：$S_2-S_1=\sqrt{3}$.

理由：如图 2 中，

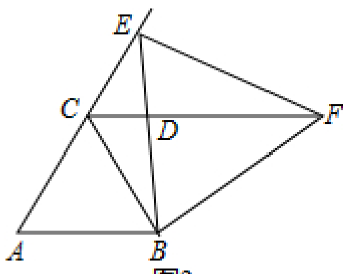


图2

∵△ABC，△BEF 都是等边三角形，

∴BA=BC，BE=BF，∠ABC=∠EBF，

∴∠ABE=∠CBF，

∴△ABE≌△CBF，

∴$S_{\triangle ABE}=S_{\triangle BCF}$，

∵$S_{\triangle BCF}-S_{\triangle BCE}=S_2-S_1$，

∴$S_2-S_1=S_{\triangle ABE}-S_{\triangle BCE}=S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$.

(4)如图 2，当△ECD 的面积 $S_1=\frac{\sqrt{3}}{6}$ 时，求 AE 的长.

解析：(4)首先求出△BDF 的面积，由 CF∥AB，则△BDF 的 BF 边上的高为 $\sqrt{3}$，可得 DF=$\frac{7}{3}$，设 CE=x，则 2+x=CD+DF=CD+$\frac{7}{3}$，推出 CD=x-$\frac{1}{3}$，由 CD∥AB，可得 $\frac{CD}{AB}=\frac{CE}{AE}$，即 $\frac{x-\frac{1}{3}}{2}=\frac{x}{x+2}$，求出 x 即可.

答案：(4)由(3)可知：$S_{\triangle BDF}-S_{\triangle ECD}=\sqrt{3}$，

∵$S_{\triangle ECD}=\frac{\sqrt{3}}{6}$，

∴$S_{\triangle BDF}=\frac{7\sqrt{3}}{6}$，

∵△ABE≌△CBF，

∴AE=CF，∠BAE=∠BCF=60°，

∴∠ABC=∠DCB，

∴CF∥AB，则△BDF 的 BF 边上的高为 $\sqrt{3}$，可得 DF=$\frac{7}{3}$，设 CE=x，则 2+x=CD+DF=CD+$\frac{7}{3}$，

∴CD=x-$\frac{1}{3}$，

∵CD∥AB，

∴$\frac{CD}{AB}=\frac{CE}{AE}$，即 $\frac{x-\frac{1}{3}}{2}=\frac{x}{x+2}$，

化简得：$3x^2-x-2=0$，

解得 x=1 或 $-\frac{2}{3}$(舍弃)，

∴CE=1，AE=3.