2018年湖南省常德市中考真题数学

一、选择题(本大题8个小题，每小题3分，满分24分)

1.-2的相反数是(　　)

A.2

B.-2

C.2^{-1}

D.$-\frac{1}{2}$

解析：-2的相反数是：2.

答案：A

2.已知三角形两边的长分别是3和7，则此三角形第三边的长可能是(　　)

A.1

B.2

C.8

D.11

解析：设三角形第三边的长为x，由题意得：7-3＜x＜7+3，

4＜x＜10.

答案：C

3.已知实数a，b在数轴上的位置如图所示，下列结论中正确的是(　　)

A.a＞b

B.|a|＜|b|

C.ab＞0

D.-a＞b

解析：由数轴可得，

-2＜a＜-1＜0＜b＜1，

∴a＜b，故选项A错误，

|a|＞|b|，故选项B错误，

ab＜0，故选项C错误，

-a＞b，故选项D正确.

答案：D

4.若一次函数y=(k-2)x+1的函数值y随x的增大而增大，则(　　)

A.k＜2

B.k＞2

C.k＞0

D.k＜0

解析：由题意，得

k-2＞0，

解得k＞2.

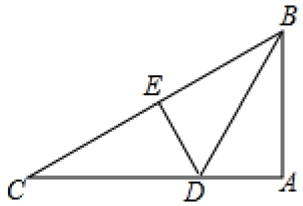
答案：B

5.从甲、乙、丙、丁四人中选一人参加诗词大会比赛，经过三轮初赛，他们的平均成绩都是86.5分，方差分别是$S_{甲}^{2}$=1.5，$S_{乙}^{2}$=2.6，$S_{丙}^{2}$=3.5，$S_{丁}^{2}$=3.68，你认为派谁去参赛更合适(　　)

A.甲

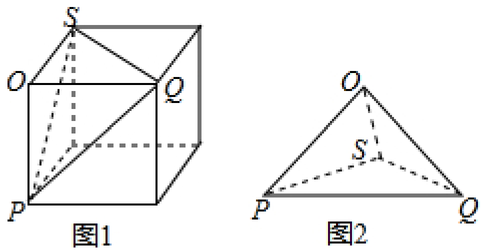
B.乙
C.丙
D.丁
解析：∵1.5＜2.6＜3.5＜3.68，
∴甲的成绩最稳定，
∴派甲去参赛更好.
答案：A

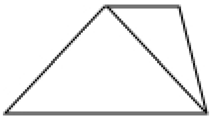
6.如图，已知BD是△ABC的角平分线，ED是BC的垂直平分线，∠BAC=90°，AD=3，则CE的长为(　)

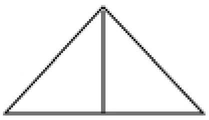


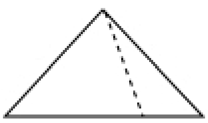
A.6
B.5
C.4
D.$3\sqrt{3}$
解析：∵ED是BC的垂直平分线，
∴DB=DC，
∴∠C=∠DBC，
∵BD是△ABC的角平分线，
∴∠ABD=∠DBC，
∴∠C=∠DBC=∠ABD=30°，
∴BD=2AD=6，
∴CE=CD×cos∠C=$3\sqrt{3}$.
答案：D

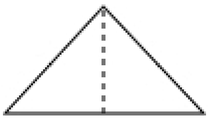
7.把图1中的正方体的一角切下后摆在图2所示的位置，则图2中的几何体的主视图为(　)



A.

B.

C.



D.
解析：从正面看是一个等腰三角形，高线是虚线.
答案：D

8.阅读理解：a，b，c，d 是实数，我们把符号$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$称为 2×2 阶行列式，并且规定：$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$=a×d-b×c，例如：$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}$=3×(-2)-2×(-1)=-6+2=-4.二元一次方程组$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$的解可以利用 2×2 阶行列式表示为：$\begin{cases} x=\dfrac{D_x}{D} \\ y=\dfrac{D_y}{D} \end{cases}$；其中$D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$，$D_x=\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$，$D_y=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$.

问题：对于用上面的方法解二元一次方程组$\begin{cases} 2x+y=1 \\ 3x-2y=12 \end{cases}$时，下面说法错误的是(　　)

A.D=$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$=-7
B.D_x=-14
C.D_y=27
D.方程组的解为$\begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$

解析：A、D=$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$=-7，正确；
B、D_x=$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 12 & -2 \end{vmatrix}$=-2-1×12=-14，正确；
C、D_y=$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 12 \end{vmatrix}$=2×12-1×3=21，不正确；
D、方程组的解：x=$\dfrac{D_x}{D}=\dfrac{-14}{-7}$=2，y=$\dfrac{D_y}{D}=\dfrac{21}{-7}$=-3，正确.
答案：C

二、填空题(本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分)
9.-8 的立方根是____.
解析：∵$(-2)^3$=-8，
∴-8 的立方根是-2.
答案：-2

10.分式方程$\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{3x}{x^2-4}=0$的解为 x=____.

解析：去分母得：x+2-3x=0，
解得：x=1，
经检验 x=1 是分式方程的解.
答案：1

11.已知太阳与地球之间的平均距离约为 150000000 千米，用科学记数法表示为____千米.
解析：1 5000 0000=1.5×10^{8}.
答案：1.5×10^{8}

12.一组数据 3，-3，2，4，1，0，-1 的中位数是____.
解析：将数据重新排列为-3、-1、0、1、2、3、4，
所以这组数据的中位数为 1.
答案：1

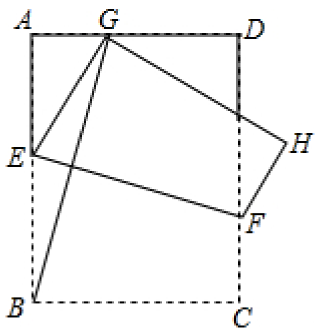
13.若关于 x 的一元二次方程 $2x^2+bx+3=0$ 有两个不相等的实数根，则 b 的值可能是____(只写一个).
解析：∵关于 x 的一元二次方程 $2x^2+bx+3=0$ 有两个不相等的实数根，
∴$\triangle=b^2-4\times2\times3>0$，
解得：$b<-2\sqrt{6}$ 或 $b>2\sqrt{6}$.
答案：6

14.某校对初一全体学生进行了一次视力普查，得到如下统计表，则视力在 4.9≤x＜5.5 这个范围的频率为____.

视力 x	频数
4.0≤x＜4.3	20
4.3≤x＜4.6	40
4.6≤x＜4.9	70
4.9≤x≤5.2	60
5.2≤x＜5.5	10

解析：视力在 4.9≤x＜5.5 这个范围的频数为：60+10=70，
则视力在 4.9≤x＜5.5 这个范围的频率为：$\frac{70}{20+40+70+60+10}$=0.35.
答案：0.35

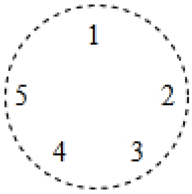
15.如图，将矩形 ABCD 沿 EF 折叠，使点 B 落在 AD 边上的点 G 处，点 C 落在点 H 处，已知∠DGH=30°，连接 BG，则∠AGB=____.



解析：由折叠的性质可知：GE=BE，∠EGH=∠ABC=90°，
∴∠EBG=∠EGB.
∴∠EGH-∠EGB=∠EBC-∠EBG，即：∠GBC=∠BGH.
又∵AD∥BC，
∴∠AGB=∠GBC.

∴∠AGB=∠BGH.
∵∠DGH=30°，
∴∠AGH=150°，
∴∠AGB=$\frac{1}{2}$∠AGH=75°.
答案：75°

16.5 个人围成一个圆圈做游戏，游戏的规则是：每个人心里都想好一个实数，并把自己想好的数如实地告诉他相邻的两个人，然后每个人将他相邻的两个人告诉他的数的平均数报出来，若报出来的数如图所示，则报 4 的人心里想的数是____.



解析：设报 4 的人心想的数是 x，报 1 的人心想的数是 10-x，报 3 的人心想的数是 x-6，报 5 的人心想的数是 14-x，报 2 的人心想的数是 x-12，
所以有 x-12+x=2×3，
解得 x=9.
答案：9

三、(本大题 2 个小题，每小题 5 分，满分 10 分)

17.计算：$\left(\sqrt{2}-\pi\right)^{0}-\left|1-2\sqrt{3}\right|+\sqrt{12}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

解析：本题涉及零指数幂、负指数幂、二次根式化简和绝对值 4 个考点.在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.
答案：原式=1-($2\sqrt{3}$-1)+$2\sqrt{3}$-4
=1-$2\sqrt{3}$+1+$2\sqrt{3}$-4
=-2.

18.求不等式组$\begin{cases}4x-7<5(x-1)\\ \frac{x}{3}\le 3-\frac{x-2}{2}\end{cases}$的正整数解.

解析：根据不等式组解集的表示方法：大小小大中间找，可得答案.
答案：$\begin{cases}4x-7<5(x-1)①\\ \frac{x}{3}\le 3-\frac{x-2}{2}②\end{cases}$，
解不等式①，得 x>-2，
解不等式②，得 x≤$\frac{24}{5}$，
不等式组的解集是-2<x≤$\frac{24}{5}$，
不等式组的正整数解是 1，2，3，4.

四、(本大题 2 个小题，每小题 6 分，满分 12 分)

19.先化简，再求值：$\left(\frac{1}{x+3}+\frac{6}{x^2-9}\right)\div\frac{1}{x^2-6x+9}$，其中 x=$\frac{1}{2}$.

解析：直接将括号里面通分运算，再利用分式混合运算法则计算得出答案.

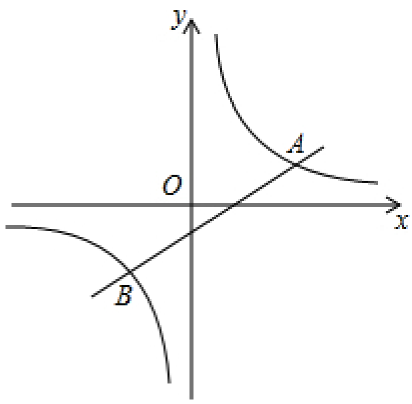
答案：原式$=\left[\frac{x-3}{(x+3)(x-3)}+\frac{6}{(x+3)(x-3)}\right]\times(x-3)^2$

$\frac{x+3}{(x+3)(x-3)}\times(x-3)^2$

=x-3，

把 x=$\frac{1}{2}$代入得：原式=$\frac{1}{2}$-3=-$\frac{5}{2}$.

20.如图，已知一次函数 $y_1=k_1x+b$($k_1\neq0$)与反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$($k_2\neq0$)的图象交于 A(4，1)，B(n，-2)两点.



(1)求一次函数与反比例函数的解析式;

(2)请根据图象直接写出 $y_1<y_2$时 x 的取值范围.

解析：(1)由点 A 的坐标利用反比例函数图象上点的坐标特征可求出 k_2的值，进而可得出反比例函数的解析式，由点B的纵坐标结合反比例函数图象上点的坐标特征可求出点B的坐标，再由点 A、B 的坐标利用待定系数法，即可求出一次函数的解析式;

(2)根据两函数图象的上下位置关系，找出 $y_1<y_2$时 x 的取值范围.

答案：(1)∵反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$($k_2\neq0$)的图象过点 A(4，1)，

∴k_2=4×1=4，

∴反比例函数的解析式为 $y_2=\frac{4}{x}$.

∵点 B(n，-2)在反比例函数 $y_2=\frac{4}{x}$的图象上，

∴n=4÷(-2)=-2，

∴点 B 的坐标为(-2，-2).

将 A(4，1)、B(-2，-2)代入 $y_1=k_1x+b$，

$\begin{cases}4k_1+b=1\\-2k_1+b=-2\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k_1=\frac{1}{2}\\b=-1\end{cases}$，

∴一次函数的解析式为 y=$\frac{1}{2}$x-1.

(2)观察函数图象，可知：当 x<-2 和 0<x<4 时，一次函数图象在反比例函数图象下方，

∴$y_1<y_2$时 x 的取值范围为 $x<-2$ 或 $0<x<4$.

五、(本大题 2 个小题，每小题 7 分，满分 14 分)

21.某水果店 5 月份购进甲、乙两种水果共花费 1700 元，其中甲种水果 8 元/千克，乙种水果 18 元/千克.6 月份，这两种水果的进价上调为：甲种水果 10 元千克，乙种水果 20 元/千克.

(1)若该店 6 月份购进这两种水果的数量与 5 月份都相同，将多支付货款 300 元，求该店 5 月份购进甲、乙两种水果分别是多少千克？

(2)若 6 月份将这两种水果进货总量减少到 120 千克，且甲种水果不超过乙种水果的 3 倍，则 6 月份该店需要支付这两种水果的货款最少应是多少元？

解析：(1)设该店 5 月份购进甲种水果 x 千克，购进乙种水果 y 千克，根据总价=单价×购进数量，即可得出关于 x、y 的二元一次方程组，解之即可得出结论；

(2)设购进甲种水果 a 千克，需要支付的货款为 w 元，则购进乙种水果(120-a)千克，根据总价=单价×购进数量，即可得出 w 关于 a 的函数关系式，由甲种水果不超过乙种水果的 3 倍，即可得出关于 a 的一元一次不等式，解之即可得出 a 的取值范围，再利用一次函数的性质即可解决最值问题.

答案：(1)设该店 5 月份购进甲种水果 x 千克，购进乙种水果 y 千克，

根据题意得：$\begin{cases}8x+18y=1700\\10x+20y=1700+300\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=190\\y=10\end{cases}$.

答：该店 5 月份购进甲种水果 190 千克，购进乙种水果 10 千克.

(2)设购进甲种水果 a 千克，需要支付的货款为 w 元，则购进乙种水果(120-a)千克，

根据题意得：$w=10a+20(120-a)=-10a+2400$.

∵甲种水果不超过乙种水果的 3 倍，

∴$a\leqslant 3(120-a)$，

解得：$a\leqslant 90$.

∵$k=-10<0$，

∴w 随 a 值的增大而减小，

∴当 $a=90$ 时，w 取最小值，最小值 $-10\times 90+2400=1500$.

∴月份该店需要支付这两种水果的货款最少应是 1500 元.

22.图 1 是一商场的推拉门，已知门的宽度 AD=2 米，且两扇门的大小相同(即 AB=CD)，将左边的门 ABB_1A_1 绕门轴 AA_1 向里面旋转 37°，将右边的门 CDD_1C_1 绕门轴 DD_1 向外面旋转 45°，其示意图如图 2，求此时 B 与 C 之间的距离(结果保留一位小数).(参考数据：sin37°≈0.6，cos37°≈0.8，$\sqrt{2}\approx 1.4$)

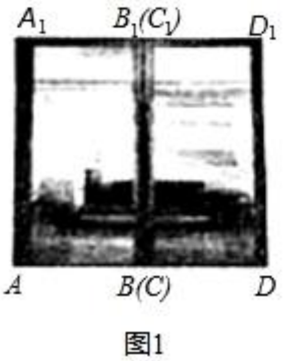


图1

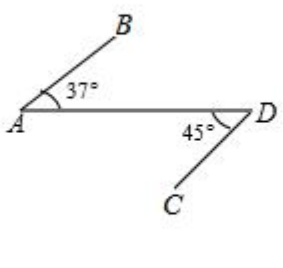
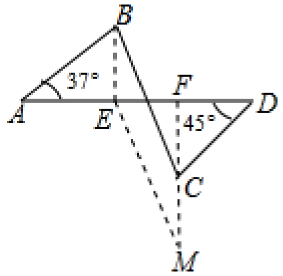


图2

解析：作 BE⊥AD 于点 E，作 CF⊥AD 于点 F，延长 FC 到点 M，使得 BE=CM，则 EM=BC，在 Rt△ABE、Rt△CDF 中可求出 AE、BE、DF、FC 的长度，进而可得出 EF 的长度，再在 Rt△MEF 中利用勾股定理即可求出 EM 的长，此题得解.

答案：作 BE⊥AD 于点 E，作 CF⊥AD 于点 F，延长 FC 到点 M，使得 BE=CM，如图所示.



∵AB=CD，AB+CD=AD=2，

∴AB=CD=1.

在 Rt△ABE 中，AB=1，∠A=37°，

∴BE=AB•sin∠A≈0.6，AE=AB•cos∠A≈0.8.

在 Rt△CDF 中，CD=1，∠D=45°，

∴CF=CD•sin∠D≈0.7，DF=CD•cos∠D≈0.7.

∵BE⊥AD，CF⊥AD，

∴BE∥CM，

又∵BE=CM，

∴四边形 BEMC 为平行四边形，

∴BC=EM，CM=BE.

在 Rt△MEF 中，EF=AD-AE-DF=0.5，FM=CF+CM=1.3，

∴EM=$\sqrt{EF^2+FM^2}$≈1.4，

∴B 与 C 之间的距离约为 1.4 米.

六、(本大题 2 个小题，每小题 8 分，满分 16 分)

23.某校体育组为了解全校学生“最喜欢的一项球类项目”，随机抽取了部分学生进行调查，下面是根据调查结果绘制的不完整的统计图.请你根据统计图回答下列问题：

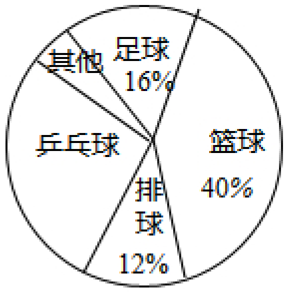


图1

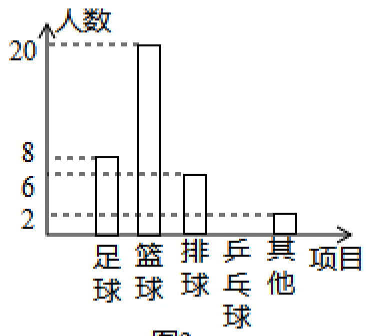


图2

(1)喜欢乒乓球的学生所占的百分比是多少？并请补全条形统计图(图 2)；

(2)请你估计全校 500 名学生中最喜欢“排球”项目的有多少名？

(3)在扇形统计图中，“篮球”部分所对应的圆心角是多少度？

(4)篮球教练在制定训练计划前，将从最喜欢篮球项目的甲、乙、丙、丁四名同学中任选两人进行个别座谈，请用列表法或树状图法求抽取的两人恰好是甲和乙的概率.

解析：(1)先利用喜欢足球的人数和它所占的百分比计算出调查的总人数，再计算出喜欢乒乓球的人数，然后补全条形统计图；

(2)用 500 乘以样本中喜欢排球的百分比可根据估计全校 500 名学生中最喜欢“排球”项目的写生数；

(3)用 360°乘以喜欢篮球人数所占的百分比即可；

(4)画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，再找出抽取的两人恰好是甲和乙的结果数，然后根据概率公式求解.

答案：(1)调查的总人数为 8÷16%=50(人)，

喜欢乒乓球的人数为 50-8-20-6-2=14(人)，

所以喜欢乒乓球的学生所占的百分比=$\frac{14}{50}$×100%=28%，

补全条形统计图如下：

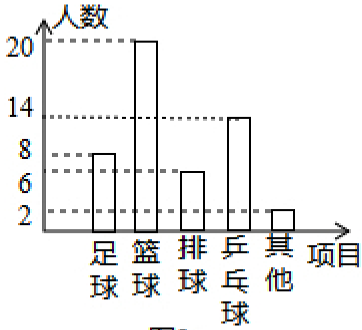
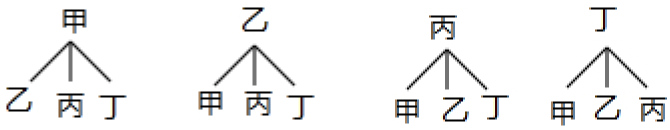


图2

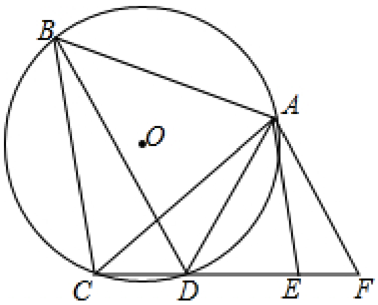
(2)500×12%=60，
所以估计全校 500 名学生中最喜欢“排球”项目的有 60 名；
(3)篮球”部分所对应的圆心角=360×40%=144°；
(4)画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数，其中抽取的两人恰好是甲和乙的结果数为 2，

所以抽取的两人恰好是甲和乙的概率=$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

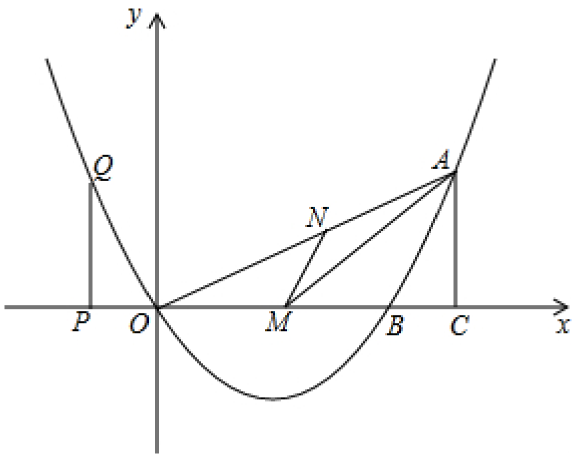
24.如图，已知⊙O 是等边三角形 ABC 的外接圆，点 D 在圆上，在 CD 的延长线上有一点 F，使 DF=DA，AE∥BC 交 CF 于 E.



(1)求证：EA 是⊙O 的切线；
(2)求证：BD=CF.
解析：(1)根据等边三角形的性质可得：∠OAC=30°，∠BCA=60°，证明∠OAE=90°，可得：AE 是⊙O 的切线；
(2)先根据等边三角形性质得：AB=AC，∠BAC=∠ABC=60°，由四点共圆的性质得：∠ADF=∠ABC=60°，
得△ADF 是等边三角形，证明△BAD≌△CAF，可得结论.
答案：(1)连接 OD，
∵⊙O 是等边三角形 ABC 的外接圆，
∴∠OAC=30°，∠BCA=60°，
∵AE∥BC，
∴∠EAC=∠BCA=60°，
∴∠OAE=∠OAC+∠EAC=30°+60°=90°，
∴AE 是⊙O 的切线；

(2)∵△ABC 是等边三角形，
∴AB=AC，∠BAC=∠ABC=60°，
∵A、B、C、D 四点共圆，
∴∠ADF=∠ABC=60°，
∵AD=DF，
∴△ADF 是等边三角形，
∴AD=AF，∠DAF=60°，
∴∠BAC+∠CAD=∠DAF+∠CAD，
即∠BAF=∠CAF，
在△BAD 和△CAF 中，
∵$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAF \\ AD=AF \end{cases}$，
∴△BAD≌△CAF，
∴BD=CF.

七、(本大题 2 个小题，每小题 10 分，满分 20 分)
25.如图，已知二次函数的图象过点 O(0，0).A(8，4)，与 x 轴交于另一点 B，且对称轴是直线 x=3.



(1)求该二次函数的解析式；
(2)若 M 是 OB 上的一点，作 MN∥AB 交 OA 于 N，当△ANM 面积最大时，求 M 的坐标；
(3)P 是 x 轴上的点，过 P 作 PQ⊥x 轴与抛物线交于 Q.过 A 作 AC⊥x 轴于 C，当以 O，P，Q 为顶点的三角形与以 O，A，C 为顶点的三角形相似时，求 P 点的坐标.
解析：(1)先利用抛物线的对称性确定 B(6，0)，然后设交点式求抛物线解析式；
(2)设 M(t，0)，先其求出直线 OA 的解析式为 y=$\frac{1}{2}$x，直线 AB 的解析式为 y=2x-12，直线 MN 的解析式为 y=2x-2t，再通过解方程组$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x \\ y=2x-2t \end{cases}$得 N($\frac{4}{3}t,\frac{2}{3}t$)，接着利用三角形面积公式,利用 $S_{△AMN}=S_{△AOM}-S_{△NOM}$得到 $S_{△AMN}=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot t-\frac{1}{2}\cdot t\cdot\frac{2}{3}t$,然后根据二次函数的性质解决问题；
(3)设 Q(m，$\frac{1}{4}m^2-\frac{3}{2}m$)，根据相似三角形的判定方法，当$\frac{PQ}{OC}=\frac{PO}{AC}$时，△PQO∽△COA，则|$\frac{1}{4}m^2-\frac{3}{2}m$|=2|m|；当$\frac{PQ}{AC}=\frac{PO}{OC}$时，△PQO∽△CAO，则$\left|\frac{1}{4}m^2-\frac{3}{2}m\right|=\frac{1}{2}|m|$，然后分

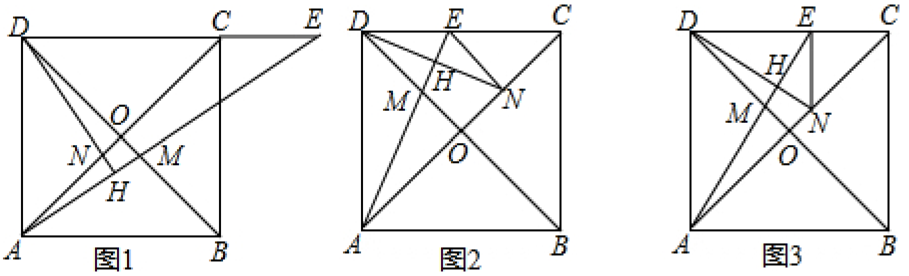
别解关于 m 的绝对值方程可得到对应的 P 点坐标.
答案：(1)∵抛物线过原点，对称轴是直线 x=3，
∴B 点坐标为(6，0)，
设抛物线解析式为 y=ax(x-6)，
把 A(8，4)代入得 a•8•2=4，解得 $a=\frac{1}{4}$，
∴抛物线解析式为 $y=\frac{1}{4}x(x-6)$，即 $y=\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{2}x$；
(2)设 M(t，0)，
易得直线 OA 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x$，
设直线 AB 的解析式为 y=kx+b，
把 B(6，0)，A(8，4)代入得 $\begin{cases}6k+b=0\\8k+b=4\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=2\\b=-12\end{cases}$，
∴直线 AB 的解析式为 y=2x-12，
∵MN∥AB，
∴设直线 MN 的解析式为 y=2x+n，
把 M(t，0)代入得 2t+n=0，解得 n=-2t，
∴直线 MN 的解析式为 y=2x-2t，
解方程组 $\begin{cases}y=\frac{1}{2}x\\y=2x-2t\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=\frac{4}{3}t\\y=\frac{2}{3}t\end{cases}$，则 $N(\frac{4}{3}t,\frac{2}{3}t)$，
∴$S_{\triangle AMN}=S_{\triangle AOM}-S_{\triangle NOM}$
$=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot t-\frac{1}{2}\cdot t\cdot\frac{2}{3}t$
$=-\frac{1}{3}t^2+2t$
$=-\frac{1}{3}(t-3)^2+3$，
当 t=3 时，$S_{\triangle AMN}$有最大值 3，此时 M 点坐标为(3，0)；
(3)设 $Q(m,\frac{1}{4}m^2-\frac{3}{2}m)$，
∵∠OPQ=∠ACO，
∴当 $\frac{PQ}{OC}=\frac{PO}{AC}$ 时，△PQO∽△COA，即 $\frac{PQ}{8}=\frac{PO}{4}$，
∴PQ=2PO，即 $|\frac{1}{4}m^2-\frac{3}{2}m|=2|m|$，
解方程 $\frac{1}{4}m^2-\frac{3}{2}m=2m$ 得 $m_1=0$(舍去)，$m_2=14$，此时 P 点坐标为(14，28)；
解方程 $\frac{1}{4}m^2-\frac{3}{2}m=-2m$ 得 $m_1=0$(舍去)，$m_2=-2$，此时 P 点坐标为(-2，4)；
∴当 $\frac{PQ}{AC}=\frac{PO}{OC}$ 时，△PQO∽△CAO，即 $\frac{PQ}{4}=\frac{PO}{8}$，
∴$PQ=\frac{1}{2}PO$，即 $\left|\frac{1}{4}m^2-\frac{3}{2}m\right|=\frac{1}{2}|m|$，

解方程$\frac{1}{4}m^2-\frac{3}{2}m=\frac{1}{2}m$得 $m_1=0$(舍去)，$m_2=8$(舍去)，

解方程$\frac{1}{4}m^2-\frac{3}{2}m=-\frac{1}{2}m$得 $m_1=0$(舍去)，$m_2=2$，此时 P 点坐标为(2，-1)；

综上所述，P 点坐标为(14，28)或(-2，4)或(2，-1).

26.已知正方形 ABCD 中 AC 与 BD 交于 O 点，点 M 在线段 BD 上，作直线 AM 交直线 DC 于 E，过 D 作 DH⊥AE 于 H，设直线 DH 交 AC 于 N.



(1)如图 1，当 M 在线段 BO 上时，求证：MO=NO；

(2)如图 2，当 M 在线段 OD 上，连接 NE，当 EN∥BD 时，求证：BM=AB；

(3)在图 3，当 M 在线段 OD 上，连接 NE，当 NE⊥EC 时，求证：$AN^2=NC\cdot AC$.

解析：(1)先判断出 OD=OA，∠AOM=∠DON，再利用同角的余角相等判断出∠ODN=∠OAM，判断出△DON≌△AOM 即可得出结论；

(2)先判断出四边形 DENM 是菱形，进而判断出∠BDN=22.5°，即可判断出∠AMB=67.5°，即可得出结论；

(3)设 CE=a，进而表示出 EN=CE=a，CN=$\sqrt{2}$ a，设 DE=b，进而表示 AD=a+b，根据勾股定理得，AC=$\sqrt{2}$ (a+b)，

同(1)的方法得，∠OAM=∠ODN，得出∠EDN=∠DAE，进而判断出△DEN∽△ADE，得出$\frac{DE}{AD}=\frac{EN}{DE}$，进而得出$a=\frac{\sqrt{5}-1}{2}b$，即可表示出$CN=\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}b$，$AC=\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}b$，$AN=AC-CN=\sqrt{2}b$，即可得出结论.

答案：(1)∵正方形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于 O，

∴OD=OA，∠AOM=∠DON=90°，

∴∠OND+∠ODN=90°，

∵∠ANH=∠OND，

∴∠ANH+∠ODN=90°，

∵DH⊥AE，

∴∠DHM=90°，

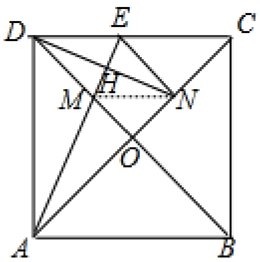
∴∠ANH+∠OAM=90°，

∴∠ODN=∠OAM，

∴△DON≌△AOM，

∴OM=ON；

(2)连接 MN，



∵EN∥BD，
∴∠ENC=∠DOC=90°，∠NEC=∠BDC=45°=∠ACD，
∴EN=CN，同(1)的方法得，OM=ON，
∵OD=OD，
∴DM=CN=EN，
∵EN∥DM，
∴四边形DENM是平行四边形，
∵DN⊥AE，
∴▱DENM是菱形，
∴DE=EN，
∴∠EDN=∠END，
∵EN∥BD，
∴∠END=∠BDN，
∴∠EDN=∠BDN，
∵∠BDC=45°，
∴∠BDN=22.5°，
∵∠AHD=90°，
∴∠AMB=∠DME=90°-∠BDN=67.5°，
∵∠ABM=45°，
∴∠BAM=67.5°=∠AMB，
∴BM=AB；
(3)设CE=a(a＞0)
∵EN⊥CD，
∴∠CEN=90°，
∵∠ACD=45°，
∴∠CNE=45°=∠ACD，
∴EN=CE=a，
∴CN=$\sqrt{2}$a，
设DE=b(b＞0)，
∴AD=CD=DE+CE=a+b，
根据勾股定理得，AC=$\sqrt{2}$AD=$\sqrt{2}$(a+b)，
同(1)的方法得，∠OAM=∠ODN，
∵∠OAD=∠ODC=45°，
∴∠EDN=∠DAE，∵∠DEN=∠ADE=90°，
∴△DEN∽△ADE，
∴$\frac{DE}{AD}=\frac{EN}{DE}$，
∴$\frac{b}{a+b}=\frac{a}{b}$，
∴$a=\frac{\sqrt{5}-1}{2}b$(已舍去不符合题意的)
∴$CN=\sqrt{2}a=\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}b$，$AC=\sqrt{2}\left(a+b\right)=\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}b$，
∴AN=AC-CN=$\sqrt{2}$b，
∴$AN^2=2b^2$，AC·CN=$\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}b\cdot\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}b=2b^2$
∴AN^2=AC·CN.