

2018 年云南省中考模拟试卷数学

一、填空题(本大题共 6 个小题, 每题 3 分, 共 18 分)

1. -3 的绝对值是_____.

解析: -3 的绝对值是 3.

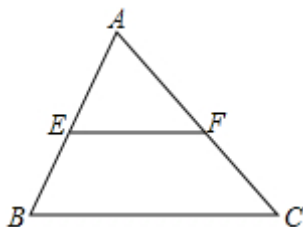
答案: 3

2. 分解因式: $a^3-4a=$ _____.

解析: 原式= $a(a^2-4)=a(a+2)(a-2)$.

答案: $a(a+2)(a-2)$

3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, E, F 分别为 AB, AC 的中点, 则 $\triangle AEF$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为_____.



解析: \because E、F 分别为 AB、AC 的中点, $\therefore EF = \frac{1}{2} BC$, $EF \parallel BC$, $\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC$, \therefore

$$\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{EF}{BC}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

答案: 1: 4

4. 2018 年国家将扩大公共场所免费上网范围, 某小区响应号召调查小区居民上网费用情况, 随机抽查了 20 户家庭的月上网费用, 结果如表:

月网费(元)	50	100	150
户数(人)	4	10	6

则关于这 20 户家庭的月上网费用, 中位数和平均数分别是: _____.

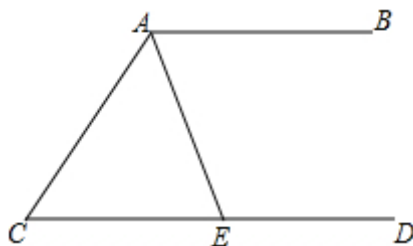
解析: 由于共有 20 个数据,

则其中位数为第 10、11 个数据的平均数, 即中位数为 $\frac{100+100}{2} = 100$ (元),

平均数为 $\frac{50 \times 4 + 100 \times 10 + 150 \times 6}{20} = 105$ (元)

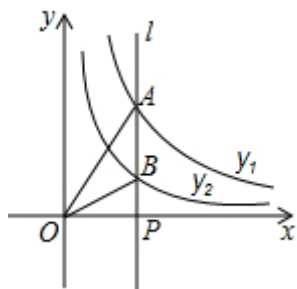
答案: 100 元、105 元

5. 如图, $AB \parallel CD$, AE 平分 $\angle CAB$ 交 CD 于点 E, 若 $\angle C = 50^\circ$, 则 $\angle AED =$ _____.



解析：∵ $AB \parallel CD$ ，∴ $\angle C + \angle CAB = 180^\circ$ ，
 ∵ $\angle C = 50^\circ$ ，∴ $\angle CAB = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ ，
 ∵ AE 平分 $\angle CAB$ ，∴ $\angle EAB = 65^\circ$ ，
 ∵ $AB \parallel CD$ ，∴ $\angle EAB + \angle AED = 180^\circ$ ，∴ $\angle AED = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$ ，
 答案： 115°

6. 如图，直线 $l \perp x$ 轴于点 P ，且与反比例函数 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ ($x > 0$) 及 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ ($x > 0$) 的图象分别交于点 A ， B ，连接 OA ， OB ，已知 $\triangle OAB$ 的面积为 2，则 $k_1 - k_2 =$ _____.



解析：∵反比例函数 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ ($x > 0$) 及 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ ($x > 0$) 的图象均在第一象限内，
 ∴ $k_1 > 0$ ， $k_2 > 0$.
 ∵ $AP \perp x$ 轴，∴ $S_{\triangle OAP} = \frac{1}{2} k_1$ ， $S_{\triangle OBP} = \frac{1}{2} k_2$. ∴ $S_{\triangle OAB} = S_{\triangle OAP} - S_{\triangle OBP} = \frac{1}{2} (k_1 - k_2) = 2$ ，解得： $k_1 - k_2 = 4$.
 答案：4

二、选择题(本大题共 8 个小题，每小题只有一个正确答案，每小题 4 分，共 32 分)

7. 我国自行设计、自主集成研制的蛟龙号载人潜水器最大下潜深度为 7062m. 将 7062 用科学记数法表示为()

- A. 7.062×10^3
- B. 7.1×10^3
- C. 0.7062×10^4
- D. 7.062×10^4

解析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

7062 用科学记数法表示为 7.062×10^3 .

答案：A

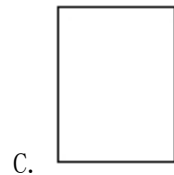
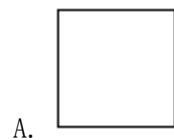
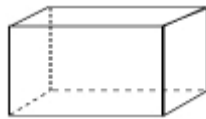
8. 函数 $y = \sqrt{3-x}$ 的自变量 x 的取值范围是()

- A. $x > 3$
- B. $x \geq 3$
- C. $x < 3$
- D. $x \leq 3$

解析：根据题意得： $3-x \geq 0$ ，解得 $x \leq 3$ 。

答案：D

9. 如图长方体的主视图(主视图也称正视图)是()



解析：长方体的主视图(主视图也称正视图)。



答案：B

10. 下列计算正确的是()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$
- B. $(-2a)^3 = -6a^3$
- C. $4a^3 \div 6a^2 = \frac{2}{3}a$
- D. $(3.14 - \pi)^0 = 0$

解析：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，此选项错误；

B、 $(-2a)^3 = -8a^3$ ，此选项错误；

C、 $4a^3 \div 6a^2 = \frac{2}{3}a$ ，此选项正确；

D、 $(3.14 - \pi)^0 = 1$ ，此选项错误。

答案：C

11. 如果一个多边形的内角和是 1800° ，这个多边形是（ ）

A. 八边形

B. 十四边形

C. 十边形

D. 十二边形

解析：这个正多边形的边数是 n ，则 $(n-2) \cdot 180^\circ = 1800^\circ$ ，解得： $n=12$ ，则这个正多边形是 12。

答案：D

12. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的根的情况是（ ）

A. 有两个不相等的实数根

B. 有两个相等的实数根

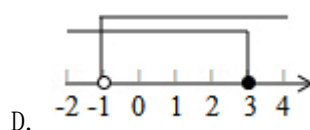
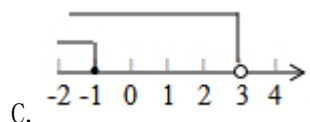
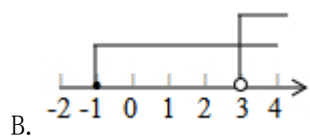
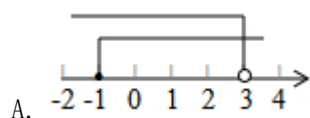
C. 没有实数根

D. 不能确定

解析： $\because a=1, b=3, c=-1, \therefore \Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 13 > 0, \therefore$ 方程有两个不相等的实数根。

答案：A

13. 已知不等式组 $\begin{cases} x - 3 > 0, \\ x + 1 \geq 0, \end{cases}$ 其解集在数轴上表示正确的是（ ）



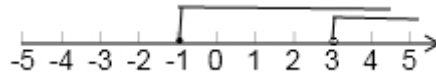
解析: $\begin{cases} x-3 > 0 \text{ ①,} \\ x+1 \geq 0 \text{ ②,} \end{cases}$

\therefore 解不等式①得: $x > 3$,

解不等式②得: $x \geq -1$,

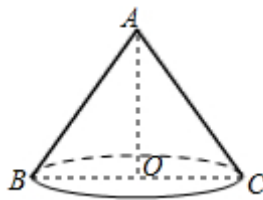
\therefore 不等式组的解集为: $x > 3$,

在数轴上表示不等式组的解集如下.



答案: B

14. 如图, 已知圆锥的底面圆的直径 $BC=6$, 高 $OA=4$, 则这个圆锥的侧面展开图的面积为()



A. 30π

B. $12\sqrt{13}\pi$

C. 15π

D. $\frac{45}{2}\pi$

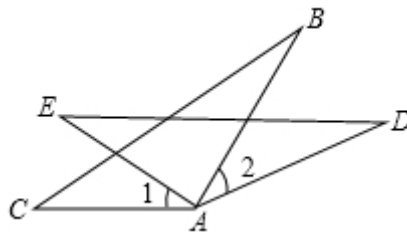
解析: 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$,

所以这个圆锥的侧面展开图的面积 $= \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi$.

答案: C

三、解答题(共 9 个小题, 满分 70 分)

15. 如图, $\angle B = \angle D$, $\angle 1 = \angle 2$, $AB = AD$. 求证: $BC = DE$.



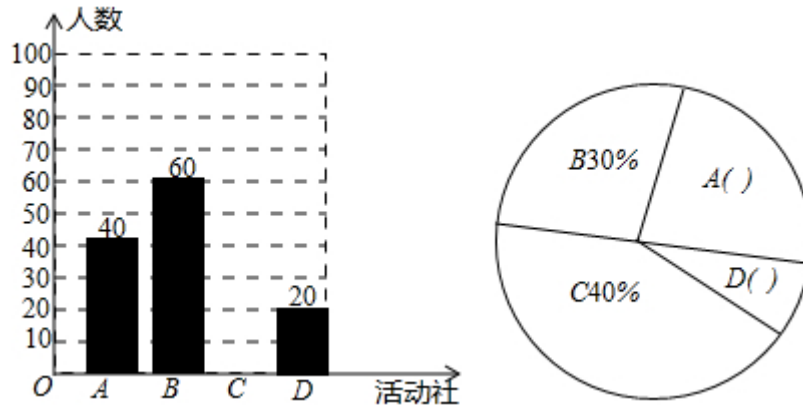
解析: 先根据 $\angle 1 = \angle 2$ 得到 $\angle BAC = \angle DAE$, 再根据全等三角形的判定定理证得 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 然后根据全等三角形的性质即可得到结论.

答案: $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore \angle 1 + \angle BAE = \angle 2 + \angle BAE, \therefore \angle BAC = \angle DAE$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中，
$$\begin{cases} \angle B = \angle D, \\ AB = AD, \\ \angle BAC = \angle DAE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE$ (ASA), $\therefore BC = DE$.

16. 某中学开展“我的中国梦—青春励志篇”活动，开设了A：美术活动社，B：音乐活动社，C：科技活动社，D：体育活动社四种活动社，为了解学生对四种活动社的喜欢情况，随机抽取了部分学生进行调查，并将调查结果绘制成如图两个统计图，请结合图中信息解答问题：



- (1) 在这项调查中，共调查了多少名学生？
 - (2) 请将两个统计图补充完整。
 - (3) 若该校有 1200 名学生，请估计喜欢体育活动社的学生大约有多少名？
- 解析：(1) 用 60 除以 30%，即可解答；
 (2) 求出 C 的人数，A 所占的百分比，D 所占的百分比，即可解答；
 (3) 用 $1200 \times 10\%$ ，即可解答。

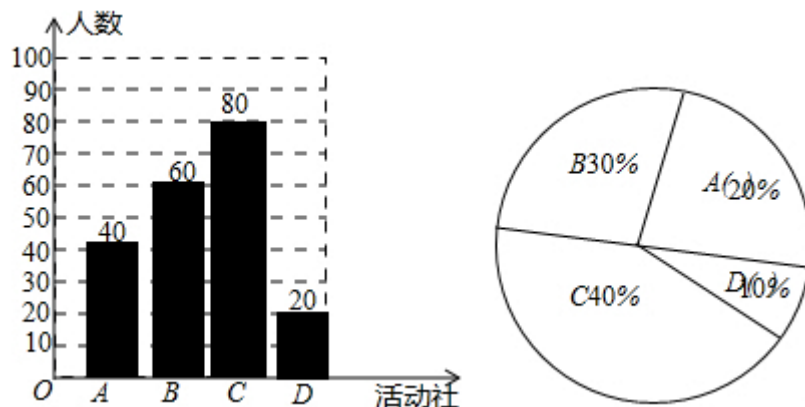
答案：(1) $60 \div 30\% = 200$ (人)，

答：在这项调查中，共调查了 200 名学生。

(2) C：科技活动社的人数为： $200 - 40 - 60 - 20 = 80$ (人)，

A：美术活动社所占的百分比为： $\frac{40}{200} \times 100\% = 20\%$ ，

D：体育活动社所占的百分比： $\frac{20}{200} \times 100\% = 10\%$ ，如图，



(3) $1200 \times 10\% = 120$ (人)

答：若该校有 1200 名学生，估计喜欢体育活动社的学生大约有 120 人。

17. 观察下列各个等式的规律：

第一个等式：
$$\frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right),$$

第二个等式：
$$\frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right),$$

第三个等式：
$$\frac{1}{5 \times 7} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) \cdots$$

请用上述等式反映出的规律解决下列问题：

(1) 直接写出第四个等式；

(2) 猜想第 n 个等式(用 n 的代数式表示)，并证明你猜想的等式是正确的。

解析：(1) 由已知等式知，连续奇数乘积的倒数等于这两个奇数倒数差的一半，据此可得；

(2) 根据以上所得规律可得第 n 个等式，再根据分式的混合运算顺序和运算法则验证左右两边是否相等可得。

答案：(1) 第四个等式为 $\frac{1}{7 \times 9} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right)$ ；

(2) 第 n 个等式为
$$\frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right),$$

右边 =
$$\frac{1}{2} \times \left[\frac{2n+1}{(2n-1)(2n+1)} - \frac{2n-1}{(2n-1)(2n+1)} \right] = \frac{1}{2} \times \frac{2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} =$$

左边，

$$\therefore \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right).$$

18. 在一个不透明的笔筒中，装有 3 根形状大小质地完全相同的彩笔，其中红、黄、蓝彩笔各一根，摇晃均匀，先从笔筒中随机抽取 1 根笔，记下颜色放回盒子，摇晃均匀后再随机取出 1 根笔，再记下颜色。

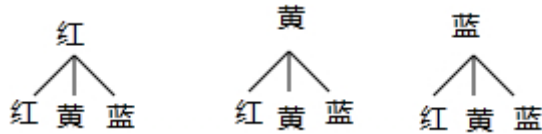
(1) 用列表法或树状图法(树状图也称树形图)中的一种方法，写出所有可能出现的结果；

(2) 求两次取出的笔颜色不同的概率 P 。

解析：(1) 画树状图展示所有 9 种等可能的结果数；

(2) 找出两次取出的笔颜色不同的结果数，然后根据概率公式求解。

答案：(1) 画树状图为：



共有 9 种等可能的结果数；

(2) 两次取出的笔颜色不同的结果数为 6，

所以两次取出的笔颜色不同的概率 $P = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

19. 党的十九大提出，建设生态文明是中华民族永续发展的千年大计，某同学参加“加强生态环境保护，建设美丽中国”手工大赛，他用一种环保材料制作 A、B 两种手工艺品，制作 1 件 A 种手工艺品和 3 件 B 种手工艺品需要环保材料 5 米，制作 4 件 A 种手工艺品和 5 件 B 种手工艺品需要环保材料 13 米，求制作一件 A 种手工艺品和 1 件 B 种手工艺品各需多少米环保材料？

解析：设制作一件 A 种手工艺品需 x 米环保材料，制作 1 件 B 种手工艺品需 y 米环保材料。根据制作 1 件 A 种手工艺品和 3 件 B 种手工艺品需要环保材料 5 米，制作 4 件 A 种手工艺品和 5 件 B 种手工艺品需要环保材料 13 米列出方程组，求解即可。

答案：设制作一件 A 种手工艺品需 x 米环保材料，制作 1 件 B 种手工艺品需 y 米环保材料。

根据题意，得
$$\begin{cases} x + 3y = 5, \\ 4x + 5y = 13, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$$

答：制作一件 A 种手工艺品需 2 米环保材料，制作 1 件 B 种手工艺品需 1 米环保材料。

20. 校园美术活动社为筹备公益基金，向外出售自制环保手工艺品，A 种手工艺品每件成本 20 元，售价 30 元；B 种手工艺品每件成本 35 元，售价 48 元，活动社准备用 800 元做为制作成本，怎样制作才能使销售这两种手工艺品利润最大？（其中 B 种商品不少于 7 件）

解析：利润 = (售价 - 进价) × 件数，总价 = A 进价 × A 件数 + B 进价 × B 件数，可得到一个一次函数，再由一次函数的性质，可得出 y 和 w 的值，进而得出答案。

答案：设制作 A、B 两种手工艺品分别为 x 件、 y 件，所获利润 w 元

则：
$$\begin{cases} w = 10x + 13y, \\ 20x + 35y = 800, \end{cases} \text{ 解之得, } w = -\frac{9}{2}y + 400,$$

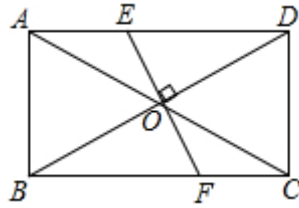
∵ w 是 y 的一次函数，随 y 的增大而减少，

又 ∵ y 是大于等于 7 的整数，且 x 也为整数，

∴ 当 $y=8$ 时， w 最大，此时 $x=26$ ，

所以制作 A 手工艺品 26 件，制作 B 手工艺品 8 件才能使筹备公益基金所获利润最大。

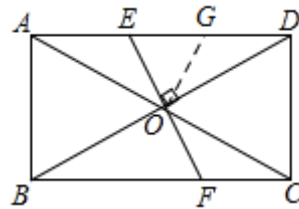
21. 如图，平行四边形 ABCD 中，AC，BD 相交于点 O，EF ⊥ BD 于点 O，EF 分别交 AD，BC 于点 E，F，且 $AE = EO = \frac{1}{2} DE$ ，那么平行四边形 ABCD 是否是矩形，为什么？



解析：先判定 $\triangle OEG$ 是等边三角形，进而得出 $\triangle AOE \cong \triangle DOG$ ，可得 $AO=DO$ ，再根据四边形 $ABCD$ 是平行四边形，即可得到 $AC=2AO=2DO=BD$ ，据此可得平行四边形 $ABCD$ 是矩形。

答案：平行四边形 $ABCD$ 是矩形。

如图所示，取 DE 的中点 G ，连接 OG ，



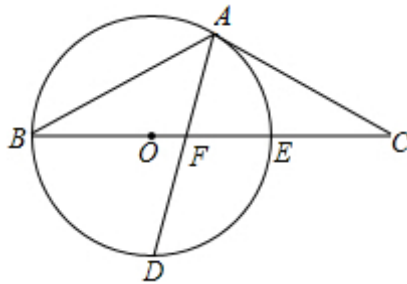
$\because EF \perp BD$ ， \therefore 在 $\text{Rt}\triangle DOE$ 中， $OG = \frac{1}{2}DE = EG = DG$ ，

$\because AE = EO = \frac{1}{2}DE$ ， $\therefore EO = OG = EG$ ， $\therefore \triangle OEG$ 是等边三角形， $\therefore \angle AEO = \angle DGO = 120^\circ$ ，

又 $\because AE = DG$ ， $OE = OG$ ， $\therefore \triangle AOE \cong \triangle DOG$ ， $\therefore AO = DO$ ，

又 \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $\therefore AC = 2AO = 2DO = BD$ ， \therefore 平行四边形 $ABCD$ 是矩形。

22. 以 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点 O 为圆心的 $\odot O$ 经过 A 、 B 两点，且与 BC 边交于点 E ，点 D 为 BE 所对下半圆弧的中点，连接 AD 交 BC 于点 F ， $AC = FC$ 。



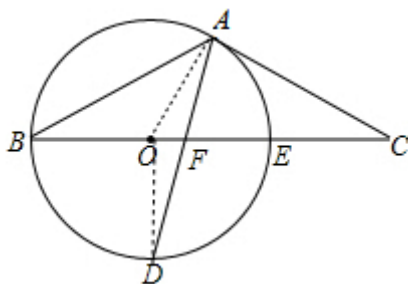
(1) 求证： AC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 已知圆的半径为 5 ， $EF = 3$ ，求 DF 的长。

解析：(1) 连结 OA 、 OD ，如图，根据垂径定理的推理，由 D 为 BE 的下半圆弧的中点得到 $OD \perp BE$ ，则 $\angle D + \angle DFO = 90^\circ$ ，再由 $AC = FC$ 得到 $\angle CAF = \angle CFA$ ，根据对顶角相等得 $\angle CFA = \angle DFO$ ，所以 $\angle CAF = \angle DFO$ ，加上 $\angle OAD = \angle ODF$ ，则 $\angle OAD + \angle CAF = 90^\circ$ ，于是根据切线的判定定理即可得到 AC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 由于圆的半径 $R = 5$ ， $EF = 3$ ，则 $OF = 2$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle ODF$ 中利用勾股定理计算 DF 的长。

答案：(1) 连结 OA 、 OD ，如图，



$\because D$ 为 BE 的下半圆弧的中点, $\therefore OD \perp BE$, $\therefore \angle D + \angle DFO = 90^\circ$,

$\because AC = FC$, $\therefore \angle CAF = \angle CFA$,

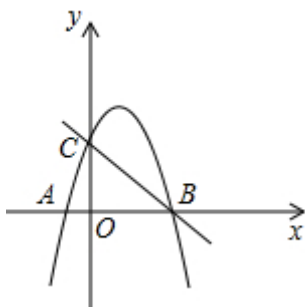
$\because \angle CFA = \angle DFO$, $\therefore \angle CAF = \angle DFO$,

而 $OA = OD$, $\therefore \angle OAD = \angle ODF$, $\therefore \angle OAD + \angle CAF = 90^\circ$, 即 $\angle OAC = 90^\circ$, $\therefore OA \perp AC$, $\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) \because 圆的半径 $R = 5$, $EF = 3$, $\therefore OF = 2$,

在 $Rt\triangle ODF$ 中, $\because OD = 5$, $OF = 2$, $\therefore DF = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$.

23. 已知二次函数 $y = -\frac{3}{4}x^2 + bx + c$ 图象与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 经过 B, C 两点.



(1) 求二次函数的解析式;

(2) 若点 M 为抛物线上一动点, 在直线 BC 上是否存在一点 N , 使得以 M, N, C, O 为顶点且以 OC 为边的四边形是平行四边形? 若存在, 请求出点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

解析: (1) 先利用一次解析式确定 $C(0, 3)$, $B(4, 0)$, 然后利用待定系数法求抛物线解析式;

(2) 作 $MN \parallel y$ 轴交直线 BC 于 N , 如图, 根据平行四边形 \therefore 当 $MN = OC$ 时, 以 M, N, C, O 为顶点且以 OC 为边的四边形是平行四边形, 若 $MN = -\frac{3}{4}x^2 + 3x$, 则 $-\frac{3}{4}x^2 + 3x = 3$; 若 $MN = \frac{3}{4}x^2 - 3x$,

则 $\frac{3}{4}x^2 - 3x = 3$, 然后分别解方程即可得到 N 点坐标.

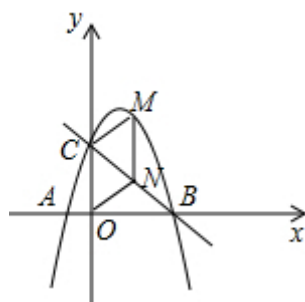
答案: (1) 当 $x = 0$ 时, $y = -\frac{3}{4}x + 3 = 3$, 则 $C(0, 3)$,

当 $y = 0$ 时, $-\frac{3}{4}x + 3 = 0$, 解得 $x = 4$, 则 $B(4, 0)$,

把 $C(0, 3)$, $B(4, 0)$ 代入 $y = -\frac{3}{4}x^2 + bx + c$ 得 $\begin{cases} c = 3, \\ -12 + 4b + c = 0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b = \frac{9}{4}, \\ c = 3, \end{cases}$ 所以抛物线解析

式为 $y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{4}x + 3$;

(2) 作 $MN \parallel y$ 轴交直线 BC 于 N , 如图,



$\because MN \parallel OC, \therefore$ 当 $MN=OC$ 时, 以 M, N, C, O 为顶点且以 OC 为边的四边形是平行四边形,

若 $MN = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{4}x + 3 - \left(-\frac{3}{4}x + 3\right) = -\frac{3}{4}x^2 + 3x$, 则 $-\frac{3}{4}x^2 + 3x = 3$, 解得 $x_1 = x_2 = 2$, 此时 N

点坐标为 $(2, \frac{3}{2})$; 若 $MN = -\frac{3}{4}x + 3 - \left(-\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{4}x + 3\right) = \frac{3}{4}x^2 - 3x$, 则 $\frac{3}{4}x^2 - 3x = 3$, 解

得 $x_1 = 2 + 2\sqrt{2}, x_2 = 2 - 2\sqrt{2}$, 此时 N 点坐标为 $(2 + 2\sqrt{2}, \frac{3 - 3\sqrt{2}}{2})$ 或

$(2 - 2\sqrt{2}, \frac{3 + 3\sqrt{2}}{2})$.

综上所述, N 点坐标为 $(2, \frac{3}{2})$ 或 $(2 + 2\sqrt{2}, \frac{3 - 3\sqrt{2}}{2})$ 或 $(2 - 2\sqrt{2}, \frac{3 + 3\sqrt{2}}{2})$.