2018年湖北省鄂州市五校中考一模试卷数学

一、选择题(每小题3分，共30分)

1.4的平方根是(　　)

A.2

B.-2

C.± 2

D.$\pm \frac{1}{2}$

解析：4的平方根是±2.

答案：C

2.李阳同学在“百度”搜索引擎中输入“魅力襄阳”，能搜索到与之相关的结果个数约为236000，这个数用科学记数法表示为(　　)

A.2.36×10^{3}

B.236×10^{3}

C.2.36×10^{5}

D.2.36×10^{6}

解析：科学记数法的表示形式为$a\times 10^{n}$的形式，其中$1\leq |a|<10$，n为整数.确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值>1时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数.

$236000=2.36\times 10^{5}$.

答案：C

3.下列计算正确的是(　　)

A.$a^{3}-a=a^{2}$

B.$(-2a)^{2}=4a^{2}$

C.$x^{3}\cdot x^{-2}=x^{-6}$

D.$x^{6}\div x^{2}=x^{3}$

解析：A、$a^{3}-a\neq a^{2}$，故本选项错误；

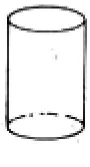
B、$(-2a)^{2}=4a^{2}$，故本选项正确；

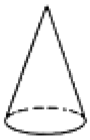
C、$x^{3}\cdot x^{-2}=x^{3-2}=x$，故本选项错误；

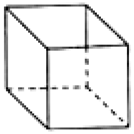
D、$x^{6}\div x^{2}=x^{4}$，故本选项错误.

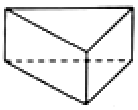
答案：B

4.下面几何体中，其主视图与俯视图相同的是(　　)

A.

B. 

C. 

D. 

解析：A、圆柱主视图是矩形，俯视图是圆；

B、圆锥主视图是三角形，俯视图是圆；

C、正方体的主视图与俯视图都是正方形；

D、三棱柱的主视图是矩形与俯视图都是三角形.

答案：C

5.若关于 x 的不等式组$\begin{cases}2x>3x-3,\\3x-a>5\end{cases}$有实数解，则 a 的取值范围是(　　)

A.a＜4

B.a≤4

C.a＞4

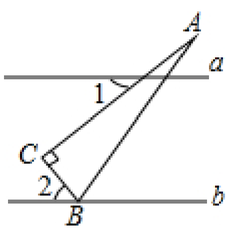
D.a≥4

解析：解不等式 2x＞3x-3，得：x＜3，解不等式 3x-a＞5，得：x＞$\frac{a+5}{3}$，

∵不等式组有实数解，∴$\frac{a+5}{3}$＜3，解得：a＜4.

答案：A

6.如图，已知直线 a∥b，△ABC 的顶点 B 在直线 b 上，∠C=90°，∠1=36°，则∠2 的度数是(　　)



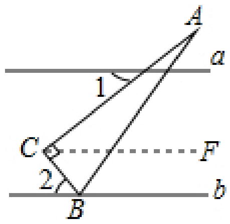
A.54°

B.44°

C.36°

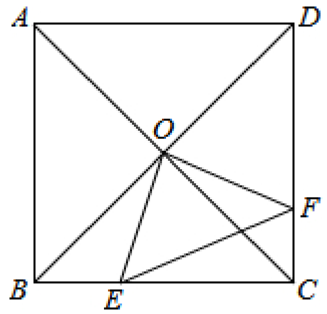
D.64°

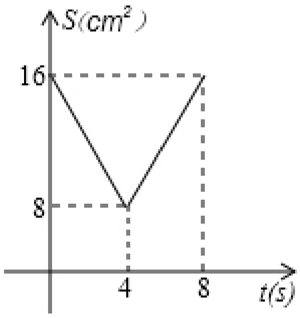
解析：过点 C 作 CF∥a，



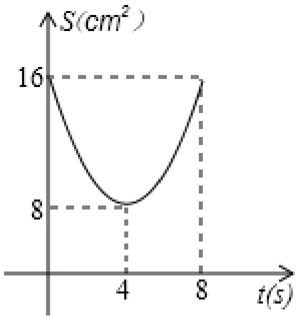
∵∠1=36°，∴∠1=∠ACF=36°.
∵∠C=90°，∴∠BCF=90°-36°=54°.
∵直线 a∥b，∴CF∥b，∴∠2=∠BCF=54°.
答案：A

7.如图，正方形 ABCD 中，AB=8cm，对角线 AC，BD 相交于点 O，点 E，F 分别从 B，C 两点同时出发，以 1cm/s 的速度沿 BC，CD 运动，到点 C，D 时停止运动，设运动时间为 t(s)，△OEF 的面积为 s(cm^2)，则 s(cm^2)与 t(s)的函数关系可用图象表示为(　　)

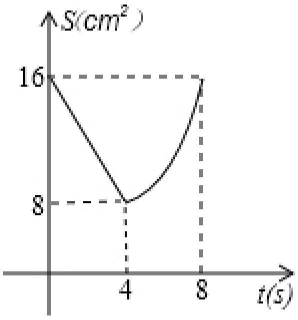




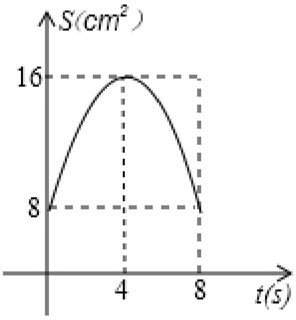
A.



B.



C.



D.

解析：根据题意 BE=CF=t，CE=8-t，

∵四边形 ABCD 为正方形，∴OB=OC，∠OBC=∠OCD=45°，

∵在△OBE 和△OCF 中，$\begin{cases} OB=OC, \\ \angle OBE=\angle OCF, \\ BE=CF, \end{cases}$ ∴△OBE≌△OCF(SAS)，∴$S_{\triangle OBE}=S_{\triangle OCF}$，

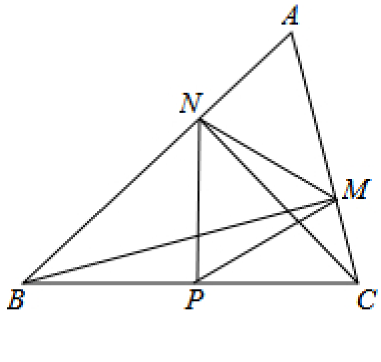
∴$S_{四边形OECF}=S_{\triangle OBC}=\frac{1}{4}\times 8^2=16$，

∴$S=S_{四边形OECF}-S_{\triangle CEF}=16-\frac{1}{2}(8-t)\cdot t=\frac{1}{2}t^2-4t+16=\frac{1}{2}(t-4)^2+8(0\leqslant t\leqslant 8)$，

∴s(cm²)与 t(s)的函数图象为抛物线一部分，顶点为(4，8)，自变量为 0≤t≤8.

答案：B

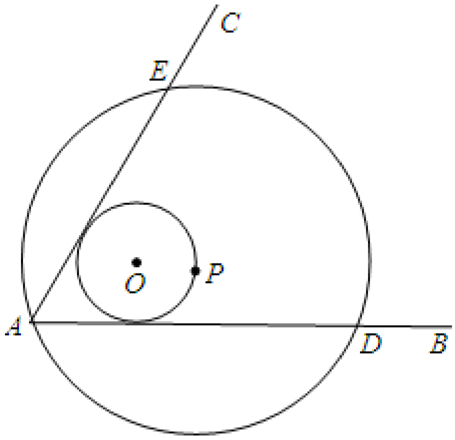
8.如图，在△ABC 中∠A=60°，BM⊥AC 于点 M，CN⊥AB 于点 N，P 为 BC 边的中点，连接 PM，PN，则下列结论：①PM=PN；②$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$；③△PMN 为等边三角形；④当∠ABC=45°时，BN=$\sqrt{2}$PC.其中正确的个数是(　　)



A.1 个
B.2 个
C.3 个
D.4 个
解析：①∵BM⊥AC 于点 M，CN⊥AB 于点 N，P 为 BC 边的中点，
∴PM=$\frac{1}{2}$BC，PN=$\frac{1}{2}$BC，∴PM=PN，正确；
②在△ABM 与△ACN 中，∵∠A=∠A，∠AMB=∠ANC=90°，∴△ABM∽△ACN，∴$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$，正确；
③∵∠A=60°，BM⊥AC 于点 M，CN⊥AB 于点 N，∴∠ABM=∠ACN=30°，
在△ABC 中，∠BCN+∠CBM=180°-60°-30°×2=60°，
∵点 P 是 BC 的中点，BM⊥AC，CN⊥AB，∴PM=PN=PB=PC，
∴∠BPN=2∠BCN，∠CPM=2∠CBM，
∴∠BPN+∠CPM=2(∠BCN+∠CBM)=2×60°=120°，
∴∠MPN=60°，
∴△PMN 是等边三角形，正确；
④当∠ABC=45°时，∵CN⊥AB 于点 N，∴∠BNC=90°，∠BCN=45°，∴BN=CN，
∵P 为 BC 边的中点，∴PN⊥BC，△BPN 为等腰直角三角形，∴BN=$\sqrt{2}PB=\sqrt{2}PC$，正确.
答案：D

9.已知开口向上的抛物线 y=ax^2+bx+c，它与 x 轴的两个交点分别为(-1，0)，(3，0).对于下列命题：①b-2a=0；②abc＞0；③a-2b+4c＜0；④8a+c＞0.其中正确的有(　　)
A.3 个
B.2 个
C.1 个
D.0 个
解析：根据图象可得：抛物线开口向上，则 a＞0.抛物线与 y 交与负半轴，则 c＜0，对称轴：x=$-\frac{b}{2a}$＞0，
①∵它与 x 轴的两个交点分别为(-1，0)，(3，0)，∴对称轴是 x=1，∴$-\frac{b}{2a}$=1，∴b+2a=0，故①错误；
②∵a＞0，∴b＜0，∵c＜0，∴abc＞0，故②正确；
③∵a-b+c=0，∴c=b-a，∴a-2b+4c=a-2b+4(b-a)=2b-3a，又由①得 b=-2a，∴a-2b+4c=-7a＜0，故③正确；
④根据图示知，当 x=4 时，y＞0，∴16a+4b+c＞0，由①知，b=-2a，∴8a+c＞0；故④正确；
综上所述，正确的结论是：②③④共 3 个.
答案：A

10.如图∠BAC=60°，半径长 1 的⊙O 与∠BAC 的两边相切，P 为⊙O 上一动点，以 P 为圆心，PA 长为半径的⊙P 交射线 AB、AC 于 D、E 两点，连接 DE，则线段 DE 长度的最大值为(　　)



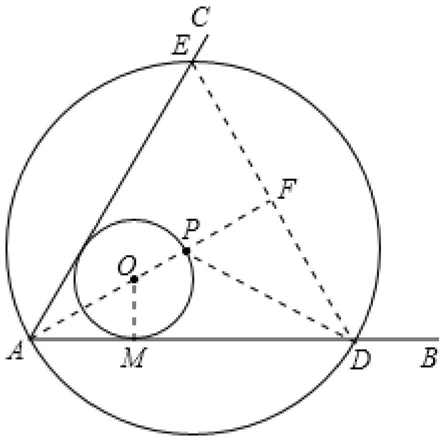
A. 3

B. 6

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

D. $3\sqrt{3}$

解析：连接 AO 并延长，与 ED 交于 F 点，与圆 O 交于 P 点，此时线段 ED 最大，连接 OM，PD，可得 F 为 ED 的中点，



∵∠BAC=60°，AE=AD，∴△AED 为等边三角形，∴AF 为角平分线，即∠FAD=30°，

在 Rt△AOM 中，OM=1，∠OAM=30°，∴OA=2，∴PD=PA=AO+OP=3，

在 Rt△PDF 中，∠FDP=30°，PD=3，∴PF=$\frac{3}{2}$，

根据勾股定理得：FD=$\sqrt{PD^2-PF^2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，则 DE=2FD=$3\sqrt{3}$．

答案：D

二、填空题：(每小题 3 分)

11. 分解因式：$4x^3-4x2y+xy^2$=________．

解析：$4x^3-4x^2y+xy^2=x(4x^2-4xy+y^2)=x(2x-y)^2$.
答案：$x(2x-y)^2$

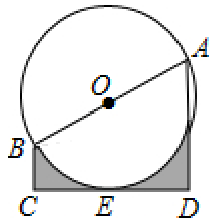
12. 已知 $y=\sqrt{x-3}+\sqrt{3-x}-2$，则 x^y 的值为__________.

解析：根据题意得：$\begin{cases} x-3\geq 0, \\ 3-x\geq 0, \end{cases}$ 解得：x=3，则 y=-2，故 $x^y=3^{-2}=\frac{1}{9}$.

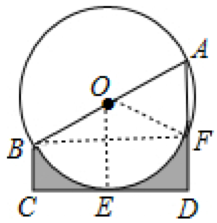
答案：$\frac{1}{9}$

13. 某组数据按从小到大的顺序如下：2、4、8、x、10、14，已知这组数据的中位数是 9，则这组数据的众数是__________.
解析：由题意得，(8+x)÷2=9，解得：x=10，则这组数据中出现次数最多的是 10，故众数为 10.
答案：10

14. 如图，AB 是⊙O 直径，CD 切⊙O 于 E，BC⊥CD，AD⊥CD 交⊙O 于 F，∠A=60°，AB=4，求阴影部分面积__________.



解析：设 AD 交⊙O 于 F，连接 OE、OF、BF，如图，



∵AB 为⊙O 直径，AB=4，∴$OE=\frac{1}{2}AB=2$，∠AFB=90°，
∵∠A=60°，∴$AF=\frac{1}{2}AB=2$，$BF=\sqrt{3}AF=2\sqrt{3}$，
∵根据圆周角定理得：∠BOF=2∠A=120°，
∴∠AOF=180°-120°=60°，
∵CD 切⊙O 于 E，BC⊥CD，AD⊥CD，
∴∠C=∠OED=∠D=90°，∴OE∥BC∥AD，
∵O 为 AB 中点，∴CE=ED，
∴BC+AD=2OE=AB=4，
∴阴影部分的面积 $S=S_{梯形BCDF}-(S_{扇形AOF}-S_{\triangle BOF})$

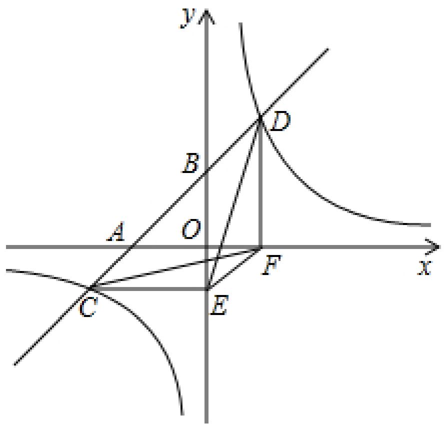
$=\frac{1}{2}(BC+AD)\times BF-\frac{120\pi\times 2^2}{360}+\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 1$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$

$=3\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$.

答案：$3\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$

15.如图，一次函数 y=ax+b 的图象与 x 轴，y 轴交于 A，B 两点，与反比例函数 y=$\frac{k}{x}$ 的图象相交于 C，D 两点，分别过 C，D 两点作 y 轴，x 轴的垂线，垂足为 E，F，连接 CF，DE.有下列五个结论：①△CEF 与△DEF 的面积相等；②△AOB∽△FOE；③△DCE≌△CDF；④AC=BD；⑤tan∠BAO=a；其中正确的结论是________.(把你认为正确结论的序号都填上)



解析：①设 D(x，$\frac{k}{x}$)，则 F(x，0)，

由图象可知 x＞0，k＞0，∴△DEF 的面积是：$\frac{1}{2}\times\frac{k}{x}\times x=\frac{1}{2}k$ ，

设 C(a，$\frac{k}{a}$)，则 E(0，$\frac{k}{a}$)，

由图象可知：a＞0，$\frac{k}{a}$＜0，△CEF 的面积是：$\frac{1}{2}\times|a|\times\left|\frac{k}{a}\right|=\frac{1}{2}|k|$，

∴△CEF 的面积=△DEF 的面积，故①正确；

②△CEF 和△DEF 以 EF 为底，则两三角形 EF 边上的高相等，∴EF∥CD，∴FE∥AB，∴△AOB∽△FOE，故②正确；

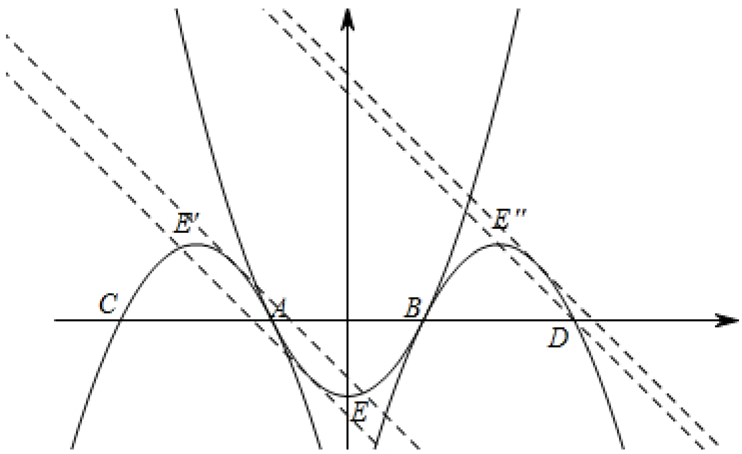
③BD∥EF，DF∥BE，∴四边形 BDFE 是平行四边形，∴BE=DF，而只有当 a=1 时，才有 CE=BE，即 CE 不一定等于 DF，故△DCE≌△CDF 不一定成立；故③错误；

④∵BD∥EF，DF∥BE，∴四边形 BDFE 是平行四边形，∴BD=EF，同理 EF=AC，∴AC=BD，故④正确；

⑤由一次函数 y=ax+b 的图象与 x 轴，y 轴交于 A，B 两点，易得 A($-\frac{b}{a}$，0)，B(0，b)，则

OA=$\frac{b}{a}$，OB=b，∴tan∠BAO=$\frac{OB}{OA}$=a，故⑤正确.
正确的有 4 个：①②④⑤.
答案：①②④⑤

16.抛物线 C_1：$y=x^2-1(-1\leqslant x\leqslant 1)$与 x 轴交于 A、B 两点，抛物线 C_2与抛物线 C_1关于点 A 中心对称，抛物线 C_3与抛物线 C_1关于点 B 中心对称.若直线 y=-x+b 与由 C_1、C_2、C_3组成的图形恰好有 2 个公共点，则 b 的取值或取值范围是________.
解析：抛物线 C_1：$y=x^2-1(-1\leqslant x\leqslant 1)$，顶点 E(0，-1)，



当 y=0 时，x=±1，∴A(-1，0)，B(1，0)，
当抛物线 C_2与抛物线 C1 关于点 A 中心对称，
∴顶点 E 关于点 A 的对称点 E′(-2，1)，
∴抛物线 C_2的解析式为：$y=-(x+2)^2+1=-x^2-4x-3$，
当抛物线 C_3与抛物线 C_1关于点 B 中心对称，
∴顶点 E 关于点 B 的对称点 E′′(2，1)，
∴抛物线 C_3的解析式为：$y=-(x-2)^2+1=-x^2+4x-3$，
①当 y=-x+b 过 D(3，0)时，b=3，
当 y=-x+b 与 C_3相切时，即与 C_3有一个公共点，

则$\begin{cases} y=-x+b, \\ y=-x^2+4x-3, \end{cases}$ $-x^2+4x-3=-x+b$，$x^2-5x+b+3=0$，△=25-4(b+3)=0，b=$\frac{13}{4}$，

∴当 $3\leqslant b<\frac{13}{4}$时，直线 y=-x+b 与由 C_1、C_2、C_3组成的图形恰好有 2 个公共点，
②当 y=-x+b 与 C1 相切时，即与 C_1有一个公共点，

则$\begin{cases} y=-x+b, \\ y=x^2-1, \end{cases}$ $x^2-1=-x+b$，$x^2+x-1-b=0$，△=1-4(-1-b)=0，b=$-\frac{5}{4}$，

当 y=-x+b 与 C_2相切时，即与 C_2有一个公共点，

则$\begin{cases} y=-x+b, \\ y=-x^2-4x-3, \end{cases}$ $-x^2-4x-3=-x+b$，$-x^2-3x-3-b=0$，

△=9-4×(-1)×(-3-b)=0，b=$-\frac{3}{4}$，

∴当 b=$-\frac{5}{4}$或$-\frac{3}{4}$时，直线 y=-x+b 与由 C_1、C_2、C_3 组成的图形恰好有 2 个公共点，

综上所述：当 b=$-\frac{5}{4}$或$-\frac{3}{4}$或 3≤b<$\frac{13}{4}$时，直线 y=-x+b 与由 C_1、C_2、C_3 组成的图形恰好有 2 个公共点.

答案：$-\frac{5}{4}$或$-\frac{3}{4}$或 3≤b<$\frac{13}{4}$

三、解答题

17.先化简，后求值：$\left(\frac{x}{x-2}-\frac{4}{x^2-2x}\right)\div x+\frac{2}{x^2-x}$，其中 x 满足 $x^2-x-2=0$.

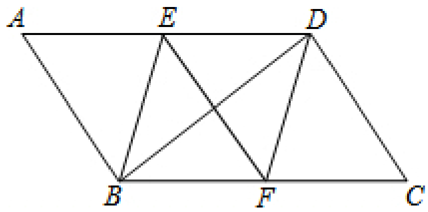
解析：化简后代入计算即可.

答案：原式=$\frac{x^2-4}{x(x-2)}\times\frac{x(x-1)}{x+2}=x-1$，

∵满足 $x^2-x-2=0$，∴x=-1 或 2，

∵x=2 分式无意义，∴x=-1 时，原式=-2.

18.如图,在平行四边形 ABCD 中,BE 平分∠ABC 交 AD 于点 E,DF 平分∠ADC 交 BC 于 F.求证：



(1)△ABE≌△CDF;

(2)若 BD⊥EF，则判断四边形 EBFD 是什么特殊四边形，请证明你的结论.

解析：(1)由平行四边形的性质得出 AB=CD，AD=CB，AD∥CB，∠A=∠C，∠ABC=∠ADC，证出∠ABE=∠CDF，由 ASA 即可得出△ABE≌△CDF；

(2)由全等三角形的性质得出 AE=CF，得出 DE=BF，证明四边形 EBFD 是平行四边形，由对角线互相垂直即可得出四边形 EBFD 是菱形.

答案：∵四边形 ABCD 是平行四边形，∴AB=CD，AD=CB，AD∥CB，∠A=∠C，∠ABC=∠ADC，

∵BE 平分∠ABC，DF 平分∠ADC，

∴∠ABE=$\frac{1}{2}$∠ABC，∠CDF=$\frac{1}{2}$∠ADC，∴∠ABE=∠CDF，

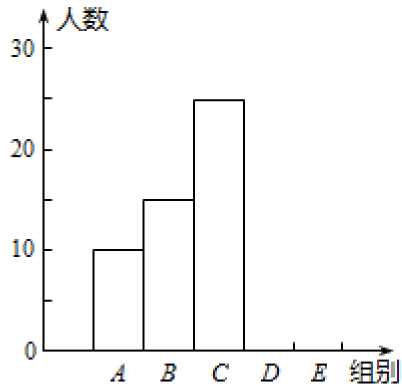
在△ABE 和△CDF 中，$\begin{cases}\angle A=\angle C,\\ AB=CD,\\ \angle ABE=\angle CDF,\end{cases}$ ∴△ABE≌△CDF(ASA)；

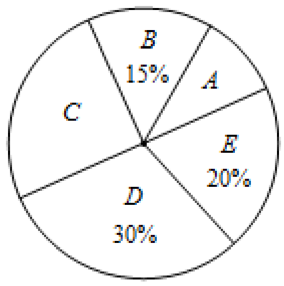
(2)∴AE=CF，∴DE=BF，

又∵DE∥BF，∴四边形 EBFD 是平行四边形.
∵BD⊥EF，∴四边形 EBFD 是菱形.

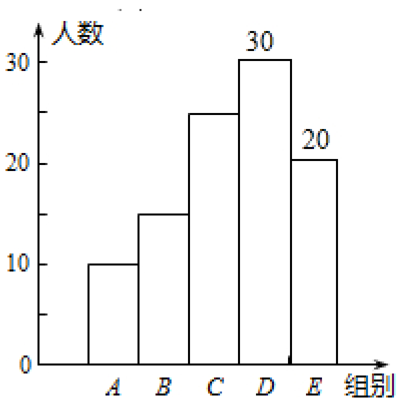
19.我校举行“汉字听写”比赛，每位学生听写汉字 39 个，比赛结束后随机抽查部分学生的听写结果，以下是根据抽查结果绘制的统计图的一部分.

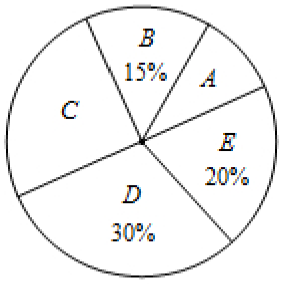
组别	正确数字x	人数
A	$0\le x<8$	10
B	$8\le x<16$	15
C	$16\le x<24$	25
D	$24\le x<32$	m
E	$32\le x<40$	n





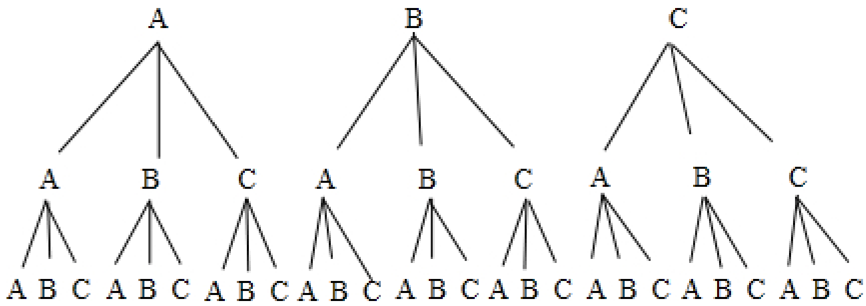
根据以上信息解决下列问题：
(1)在统计表中，m=_____，n=____，并补全条形统计图.
(2)扇形统计图中“C 组”所对应的圆心角的度数是____.
(3)有三位评委老师，每位老师在 E 组学生完成学校比赛后，出示“通过”或“淘汰”或“待定”的评定结果.学校规定：每位学生至少获得两位评委老师的“通过”才能代表学校参加鄂州市“汉字听写”比赛，请用树形图求出 E 组学生王云参加鄂州市“汉字听写”比赛的概率.
解析：(1)根据 B 组有 15 人，所占的百分比是 15%即可求得总人数，然后根据百分比的意义求解；
(2)利用 360 度乘以对应的比例即可求解；
(3)画树状图列出所有等可能结果，从中找到至少获得两位评委老师的“通过”结果数，利用概率公式计算可得.
答案:(1)∵总人数为 15÷15%=100(人)，∴D 组人数 m=100×30%=30,E 组人数 n=100×20%=20，补全条形图如下.





(2)扇形统计图中“C 组”所对应的圆心角的度数是 $360° \times \frac{25}{100}=90°$.

(3)记通过为 A、淘汰为 B、待定为 C，画树状图如下：



由树状图可知，共有 27 种等可能结果，其中获得两位评委老师的“通过”有 7 种情况，∴E 组学生王云参加鄂州市“汉字听写”比赛的概率为 $\frac{7}{27}$.

20.已知关于 x 的二次函数 $y=x^2-(2m+3)x+m^2+2$.

(1)若二次函数 y 的图象与 x 轴有两个交点，求实数 m 的取值范围.

(2)设二次函数 y 的图象与 x 轴的交点为 $A(x_1，0)$，$B(x_2，0)$，且满足 $x_1^2+x_2^2=31+|x_1x_2|$，求实数 m 的值.

解析：(1)利用一元二次方程根的判别式计算;

(2)利用一元二次方程根与系数的关系列出方程，解方程即可.

答案：(1)由题意得，$[-(2m+3)]^2-4\times1\times(m^2+2)>0$，解得，$m>-\frac{1}{12}$；

(2)由根与系数的关系可知，$x_1+x_2=2m+3$，$x_1x_2=m^2+2$，

$x_1^2+x_2^2=31+|x_1x_2|$，

$(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=31+|x_1x_2|$，

$(2m+3)^2-2\times(m^2+2)=31+m^2+2$，

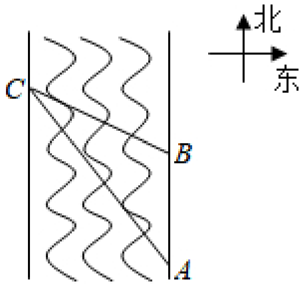
整理得，$m^2+12m-28=0$，

解得，$m_1=2$，$m_2=-14$(舍去)，

当 m=2 时，满足 $x_1^2+x_2^2=31+|x_1x_2|$.

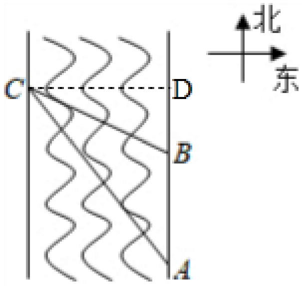
21.在一次数学活动课上，老师带领学生测量一条南北流向的河的宽度，如图所示，某学生在河东岸点 A 处观测到河对岸水边有一点 C，测得 C 在 A 北偏西 31° 的方向上，沿河岸向北前行 10 米到达 B 处，测得 C 在 B 北偏西 45° 的方向上，请你根据以上数据，帮助该同学计

算出这条河的宽度.(精确到 1 米，参考数值：tan31° $\approx\frac{3}{5}$，sin31° $\approx\frac{1}{2}$)



解析：过点 C 作 CD⊥AB 于 D，由题意知道∠DAC=31°，∠DBC=45°，设 CD=BD=x 米，则 AD=AB+BD=(10+x)米，在 Rt△ACD 中，tan∠DAC=$\frac{CD}{AD}$，由此可以列出关于 x 的方程，解方程即可求解.

答案：过点 C 作 CD⊥AB，垂足为 D，



设 CD=x 米，

在 Rt△BCD 中，∠CBD=45°，∴BD=CD=x 米.

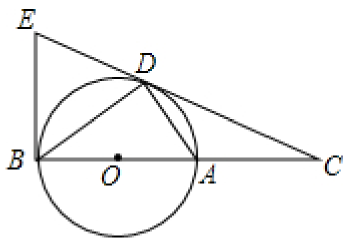
在 Rt△ACD 中，∠DAC=31°，AD=AB+BD=(10+x)米，CD=x 米，

∵tan∠DAC=$\frac{CD}{AD}$，∴$\frac{x}{10+x}=\frac{3}{5}$，解得 x=15.

经检验 x=15 是原方程的解，且符合题意.

答：这条河的宽度为 15 米.

22.如图，D 为⊙O 上一点，点 C 在直径 BA 的延长线上，∠CDA=∠CBD.



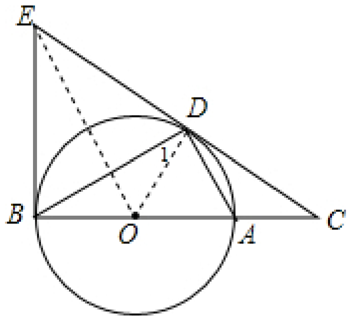
(1)求证：CD 是⊙O 的切线；

(2)过点 B 作⊙O 的切线交 CD 的延长线于点 E，若 BC=9，tan∠CDA=$\frac{2}{3}$，求 BE 的长.

解析：(1)连 OD，OE，根据圆周角定理得到∠ADO+∠1=90°，而∠CDA=∠CBD，∠CBD=∠1，于是∠CDA+∠ADO=90°；

(2)根据切线的性质得到ED=EB,OE⊥BD,则∠ABD=∠OEB,得到tan∠CDA=tan∠OEB=$\frac{CB}{BE}=\frac{2}{3}$，易证Rt△CDO∽Rt△CBE，得到$\frac{CD}{CB}=\frac{OD}{BE}=\frac{OB}{BE}=\frac{2}{3}$，求得CD，然后在Rt△CBE中，运用勾股定理可计算出BE的长.

答案：(1)连OD，OE，如图，



∵AB为直径，∴∠ADB=90°，即∠ADO+∠1=90°，

又∵∠CDA=∠CBD，而∠CBD=∠1，∴∠1=∠CDA，

∴∠CDA+∠ADO=90°，即∠CDO=90°，∴CD是⊙O的切线.

(2)∵EB为⊙O的切线，ED是切线，∴ED=EB，∵OB=OD，∴OE⊥DB，

∴∠ABD+∠DBE=90°，∠OEB+∠DBE=90°，∴∠ABD=∠OEB，∴∠CDA=∠OEB.

而tan∠CDA=$\frac{2}{3}$，∴tan∠OEB=$\frac{OB}{BE}=\frac{2}{3}$，

∵Rt△CDO∽Rt△CBE，∴$\frac{CD}{CB}=\frac{OD}{BE}=\frac{OB}{BE}=\frac{2}{3}$，∴CD=$\frac{2}{3}$×9=6，

在Rt△CBE中，设BE=x，∴$(x+6)^2=x^2+9^2$，解得x=$\frac{15}{4}$.即BE的长为$\frac{15}{4}$.

23.某景点试开放期间，团队收费方案如下：不超过30人时，人均收费120元；超过30人且不超过m(30＜m≤100)人时，每增加1人，人均收费降低1元；超过m人时，人均收费都按照m人时的标准.设景点接待有x名游客的某团队，收取总费用为y元.

(1)求出y关于x的函数表达式，并写出自变量x的取值范围；

(2)景点工作人员发现：当接待某团队人数超过一定数量时，会出现随着人数的增加收取的总费用反而减少这一现象.为了让收取的总费用随着团队总人数的增加而增加，求m的取值范围.

解析：(1)根据收费标准，分0＜x≤30，30＜x≤m，m＜x≤100分别求出y与x的关系即可.

(2)由(1)可知当0＜x≤30或m＜x＜100,函数值y都是随着x是增加而增加,30＜x≤m时，$y=-x^2+150x=-(x-75)^2+5625$，根据二次函数的性质即可解决问题.

答案：(1)y=$\begin{cases}120x(0<x\le 30),\\ \left[120-(x-30)\right]x(30<x\le m),\\ \left[120-(m-30)\right]x(x>m),\end{cases}$其中(30＜m≤100).

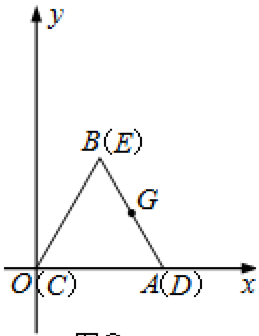
(2)由(1)可知当0＜x≤30或x＞m，函数值y都是随着x是增加而增加，

当30＜x≤m时，$y=-x^2+150x=-(x-75)^2+5625$，

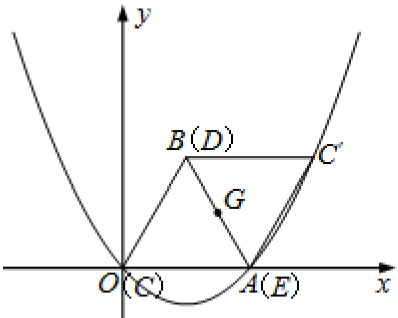
∵a=-1＜0，∴x≤75时，y随着x增加而增加，

∴为了让收取的总费用随着团队中人数的增加而增加，∴30＜m≤75.

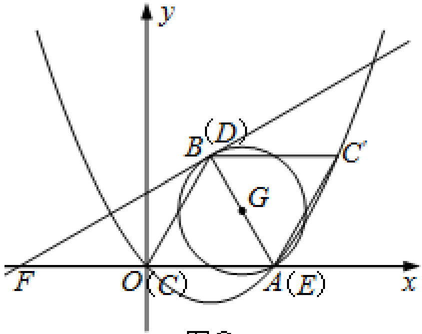
24.如图①、②，在平面直角坐标系中，一边长为 2 的等边三角板 CDE 恰好与坐标系中的△OAB 重合，现将三角板 CDE 绕边 AB 的中点 G(G 点也是 DE 的中点)，按顺时针方向旋转 180°到△C′ED 的位置.



图①



图②



图③

(1)求 C′ 点的坐标；
(2)求经过 O、A、C′ 三点的抛物线的解析式；
(3)如图③，⊙G 是以 AB 为直径的圆，过 B 点作⊙G 的切线与 x 轴相交于点 F，求切线 BF 的解析式；
(4)在(3)的条件下，抛物线上是否存在一点 M，使得△BOF 与△AOM 相似？若存在，请求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由.

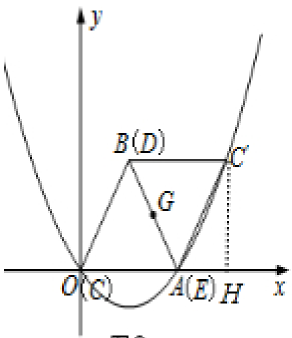
解析：(1)作 C′H⊥x 轴，如图②，利用等边三角形和旋转的性质得到 AC′=OA=2，∠OAB=∠BAC′=60°，则∠C′AH=60°，然后根据含 30 度的直角三角形三边的关系计算出 AH=1，C′H=$\sqrt{3}$，从而得到 C′ 点的坐标；

(2)设抛物线解析式为 y=ax(x-2)，然后把 C′ 点坐标代入求出 a 即可；

(3)利用切线的性质得 AB⊥BF，则利用∠FAB=60° 得到 FA=2AB=4，所以 F(-2，0)，再判断四边形 AOBC′ 为菱形，则可写出 B(1，$\sqrt{3}$)，然后利用待定系数法求直线 BF 的解析式；

(4)先抛物线的对称轴为直线 x=1，抛物线的顶点坐标为(1，-$\frac{\sqrt{3}}{3}$)，再判断△OBF 为顶角为 120° 的等腰三角形，讨论：当 AM=AO=2 时，点 M 与点 C′ 重合，△BOF 与△AOM 相似，易得此时 M 点的坐标；当 OM=OA 时，点 M 与点 C′ 关于直线 x=1 对称，△BOF 与△AOM 相似，易得此时 M 点坐标；当 MA=MO 时，点 M 为抛物线的顶点时，∠OAM=120°，可判断△BOF 与△AOM 相似，从而得到此时 M 点的坐标.

答案：(1)作 C′H⊥x 轴，如图②，



图②

∵△CDE 和△OAB 为全等的等边三角形，
而三角板 CDE 绕边 AB 的中点 G(G 点也是 DE 的中点)，按顺时针方向旋转 180° 得到△C′ED，
∴AC′=OA=2，∠OAB=∠BAC′=60°，∴∠C′AH=60°，

∴AH=$\frac{1}{2}$AC′=1，C′H=$\sqrt{3}AH=\sqrt{3}$，∴C′(3，$\sqrt{3}$)；

(2)设抛物线解析式为 y=ax(x-2)，

把 C′(3，$\sqrt{3}$)代入得 a·3·1=$\sqrt{3}$，解得 a=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，∴抛物线解析式为 y=$\frac{\sqrt{3}}{3}$x(x-2)，即

$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x^2-\frac{2\sqrt{3}}{3}x$；

(3)∵BF 为⊙G 的切线，∴AB⊥BF，而∠FAB=60°，∴FA=2AB=4，∴F(-2，0)，

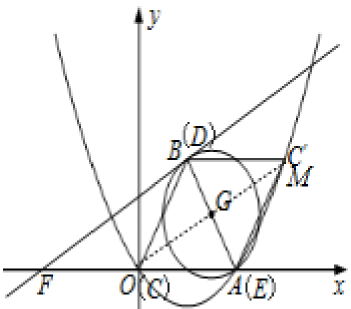
∵OB=OA=AC′=BC′=2，∴四边形 AOBC′ 为菱形，∴B(1，$\sqrt{3}$)，

设直线 BF 的解析式为 y=kx+b，

把 F(-2，0)，B(1，3)代入得$\begin{cases}-2k+b=0,\\ k+b=\sqrt{3},\end{cases}$解得$\begin{cases}k=\frac{\sqrt{3}}{3},\\ b=\frac{2\sqrt{3}}{3}\end{cases}$，

∴直线 BF 的解析式为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{2\sqrt{3}}{3}$；

(4)存在.抛物线的对称轴为直线 x=1，



图①

当 x=1 时，y=$\frac{\sqrt{3}}{3}x^2-\frac{2\sqrt{3}}{3}x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，则抛物线的顶点坐标为(1，-$\frac{\sqrt{3}}{3}$)，

∵OF=OB=2，∴△OBF 为顶角为 120° 的等腰三角形，

当 AM=AO=2 时，点 M 与点 C′ 重合，△BOF 与△AOM 相似，此时 M(3，$\sqrt{3}$)，

当 OM=OA 时，点 M 与点 C′ 关于直线 x=1 对称，△BOF 与△AOM 相似，此时 M(-1，$\sqrt{3}$)，

当 MA=MO 时，点 M 为抛物线的顶点时，$\angle OAM=120°$，$\triangle BOF$ 与 $\triangle AOM$ 相似，此时 $M(1,-\frac{\sqrt{3}}{3})$，

综上所述，满足条件的 M 点的坐标为 $(3,\sqrt{3})$ 或 $(-1,\sqrt{3})$ 或 $(1,-\frac{\sqrt{3}}{3})$.