2014年辽宁省营口市中考真题数学

一、选择题（下列各题的备选答案中，只有一个是正确的，每小题3分，共24分）

1．﹣6的倒数是（　　）

A．﹣6

B．6

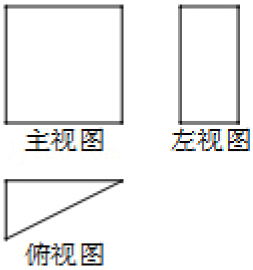
C．$\frac{1}{6}$

D．$-\frac{1}{6}$

解析：　根据倒数的定义求解．

答案：D．

2．右图是某个几何体的三视图，该几何体是（　　）



A．长方体

B．三棱柱

C．正方体

D．圆柱

解析：根据主视图和左视图为矩形判断出是柱体，根据俯视图是三角形可判断出这个几何体应该是三棱柱．

答案：B．

3．估计$\sqrt{30}$的值（　　）

A．在3到4之间

B．在4到5之间

C．在5到6之间

D．在6到7之间

解析：　应先找到所求的无理数在哪两个和它接近的整数之间，然后判断出所求的无理数的范围．

答案：C．

4．下列运算正确的是（　　）

A．$a+a=a^2$

B．$(-a^3)^4=a^7$

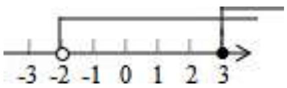
C．$a^3\cdot a=a^4$

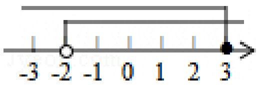
D．$a^{10}\div a^5=a^2$

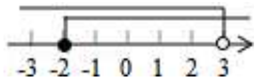
解析：　根据合并同类项的法则，同底数幂的乘法与除法以及幂的乘方的知识求解.
A、$a+a=2a$，故 A 选项错误；
B、$(-a^3)^4=a^{12}$，故 B 选项错误；
C、$a^3\cdot a=a^4$，故 C 选项正确；
D、$a^{10}\div a^5=a^5$，故 D 选项错误.
答案：C.

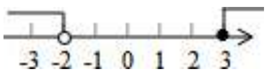
5．下列说法正确的是（　　）
A．“明天的降水概率是 80%”表示明天会有 80%的地方下雨
B．为了解学生视力情况，抽取了 500 名学生进行调查，其中的样本是 500 名学生
C．要了解我市旅游景点客流量的情况，采用普查的调查方式
D．一组数据 5，1，3，6，9 的中位数是 5
解析：A、“明天的降水概率是 80%”表示明天会有 80%的可能下雨，故 A 选项错误；
B、为了解学生视力情况，抽取了 500 名学生进行调查，其中的样本是 500 名学生的视力情况，故 B 选项错误；
C、要了解我市旅游景点客流量的情况，采用抽查的调查方式，故 C 选项错误；
D、一组数据 5，1，3，6，9 的中位数是 5，故 D 选项正确；
答案：D.

6．不等式组$\begin{cases}\frac{1}{3}x-1\leqslant 0\\ 3-(x-2)<7\end{cases}$的解集在数轴上表示正确的是（　　）

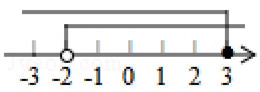
A．

B．

C．

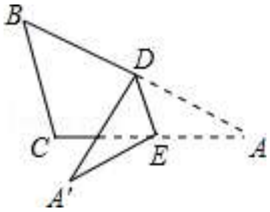
D．

解析：　分别求出①②的解集，再找到其公共部分即可.
解：$\begin{cases}\frac{1}{3}x-1\leqslant 0 & ①\\ 3-(x-2)<7 & ②\end{cases}$，
由①得，$x\leqslant 3$，
由②得，$x>-2$，
不等式组的解集为$-2<x\leqslant 3$，
在数轴上表示为：

，

答案：B.

7．如图，在△ABC 中，点 D、E 分别是边 AB、AC 的中点，∠B=50°，∠A=26°，将△ABC 沿 DE 折叠，点 A 的对应点是点 A′，则∠AEA′的度数是（　　）



A．145°

B．152°

C．158°

D．160°

解析：　∵∠B=50°，∠A=26°，

∴∠C=180°－∠B－∠A=104°，

∵点 D、E 分别是边 AB、AC 的中点，

∴DE∥BC，

∴∠ADE=∠B=50°，∠AED=∠C=104°，

∵将△ABC 沿 DE 折叠，

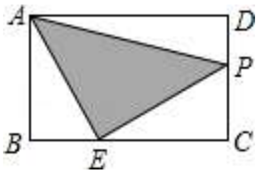
∴△AED≌△A′ED，

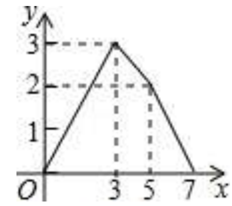
∴∠DEA′=∠AED=104°，

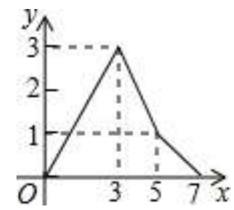
∴∠AEA′=360°－∠DEA′－∠AED=360°－104°－104°=152°．

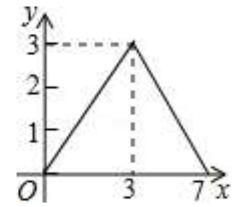
答案：B．

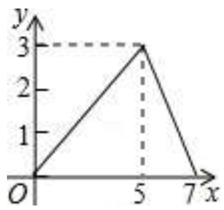
8．如图，在矩形 ABCD 中，AB=2，AD=3，点 E 是 BC 边上靠近点 B 的三等分点，动点 P 从点 A 出发，沿路径 A→D→C→E 运动，则△APE 的面积 y 与点 P 经过的路径长 x 之间的函数关系用图象表示大致是（　　）



A．

B．

C．

D. 

解析：∵在矩形 ABCD 中，AB=2，AD=3，

∴CD=AB=2，BC=AD=3，

∵点 E 是 BC 边上靠近点 B 的三等分点，

∴CE=$\frac{2}{3}$×3=2，

①点 P 在 AD 上时，△APE 的面积 y=$\frac{1}{2}$x•2=x（0≤x≤3），

②点 P 在 CD 上时，$S_{\triangle APE}=S_{梯形AECD}-S_{\triangle ADP}-S_{\triangle CEP}$，

=$\frac{1}{2}$（2+3）×2 - $\frac{1}{2}$×3×（x - 3） - $\frac{1}{2}$×2×（3+2 - x），

=5 - $\frac{3}{2}$x+$\frac{9}{2}$ - 5+x，

= - $\frac{1}{2}$x+$\frac{9}{2}$，

∴y= - $\frac{1}{2}$x+$\frac{9}{2}$（3＜x≤5），

③点 P 在 CE 上时，$S_{\triangle APE}$=$\frac{1}{2}$×（3+2+2 - x）×2= - x+7，

∴y= - x+7（5＜x≤7），

答案：A.

二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

9．全球每年大约有 577 000 000 000 000 米^{3}的水从海洋和陆地转化为大气中的水汽，将数 577 000 000 000 000 用科学记数法表示为____.

解析：　科学记数法的表示形式为 a×10^n的形式，其中 1≤|a|＜10，n 为整数．确定 n 的值是易错点，由于 577 000 000 000 000 有 15 位，所以可以确定 n=15 - 1=14.

答案：5.77×10^{14}

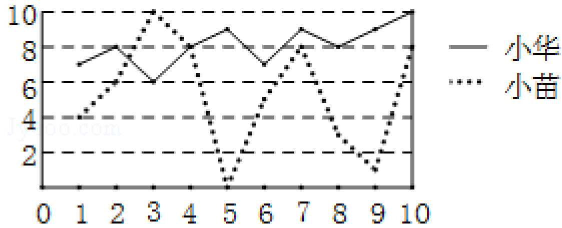
10．函数 y=$\sqrt{x-1}$+（x - 2）^{0}中，自变量 x 的取值范围是____.

解析：由题意得，x - 1≥0 且 x - 2≠0，

解得 x≥1 且 x≠2.

答案：x≥1 且 x≠2.

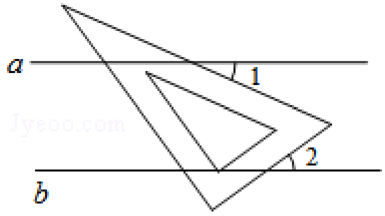
11．小华和小苗练习射击，两人的成绩如图所示，小华和小苗两人成绩的方差分别为 S_1^2、S_2^2，根据图中的信息判断两人方差的大小关系为____.



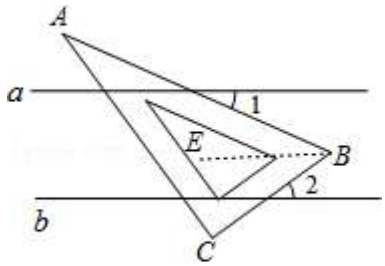
解析：　根据方差的意义：方差反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立．观察图中的信息可知小华的方差小．由图表明小苗这 10 次成绩偏离平均数大，即波动大，而小华这 10 次成绩，分布比较集中，各数据偏离平均小，方差小，则 $S_1^2<S_2^2$；

答案：$S_1^2<S_2^2$．

12．如图，直线 a∥b，一个含有 30°角的直角三角板放置在如图所示的位置，若∠1=24°，则∠2=____．



解析：过 B 作 BE∥a，



∵a∥b，

∴a∥b∥BE，

∴∠ABE=∠1=24°，∠2=∠CBE，

∵∠ABC=180°－90°－30°=60°，

∴∠2=∠CBE=∠ABC－∠ABE=60°－24°=36°，

答案：36°．

13．一个不透明的袋中装有若干个红球，为了估计袋中红球的个数，小文在袋中放入 10 个白球（每个球除颜色外其余都与红球相同）．摇匀后每次随机从袋中摸出一个球，记下颜色后放回袋中，通过大量重复摸球试验后发现，摸到白球的频率是$\frac{2}{7}$，则袋中红球约为____个．

解析：∵通过大量重复摸球试验后发现，摸到白球的频率是$\frac{2}{7}$，口袋中有 10 个白球，

∵假设有 x 个红球，

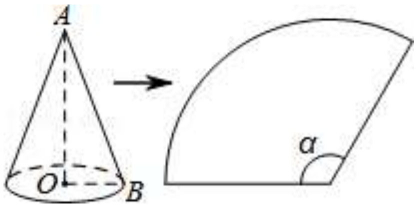
∴$\frac{10}{x+10}=\frac{2}{7}$，

解得：x=25，

∴口袋中有红球约有 25 个．

答案：25.

14．如图，圆锥的底面半径OB长为5cm，母线AB长为15cm，则这个圆锥侧面展开图的圆心角 α 为____度.

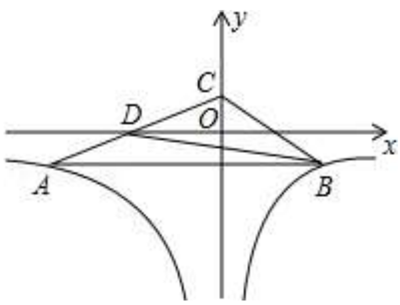


解析：圆锥底面周长=2×5π=10π，

∴扇形的圆心角 α 的度数=圆锥底面周长×180÷15π=120°．

答案：120.

15．如图，在平面直角坐标系中，△ABC的边AB∥x轴，点A在双曲线 $y=\frac{5}{x}$（x＜0）上，点B在双曲线 $y=\frac{k}{x}$（x＞0）上，边AC中点D在x轴上，△ABC的面积为8，则k=____.



解析：设A点坐标为（x_1，$\frac{5}{x_1}$），B点的坐标为（x_2，$\frac{k}{x_2}$），

∵AB∥x轴，边AC中点D在x轴上，

∴△ABC边AB上的高为 $2\times(-\frac{5}{x_1})=-\frac{10}{x_1}$，

∵△ABC的面积为8，

∴$\frac{1}{2}AB\times(-\frac{10}{x_1})=8$，

即$\frac{1}{2}(x_2-x_1)\times(-\frac{10}{x_1})=8$

解得$\frac{x_2}{x_1}=-\frac{3}{5}$，

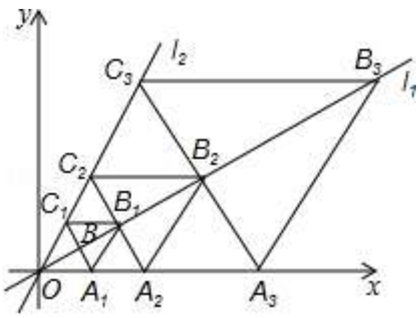
∵$\frac{5}{x_1}=\frac{k}{x_2}$，

∴$\frac{x_2}{x_1}=\frac{k}{5}$，

∴$\frac{k}{5}=-\frac{3}{5}$，

∴$k=-3$.
答案：-3

16．如图，在平面直角坐标系中，直线 l_1：$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$，直线 l_2：$y=\sqrt{3}x$，在直线 l_1 上取一点 B，使 OB=1，以点 B 为对称中心，作点 O 的对称点 B_1，过点 B_1 作 $B_1A_1 \parallel l_2$，交 x 轴于点 A_1，作 $B_1C_1 \parallel$ x 轴，交直线 l_2 于点 C_1，得到四边形 $OA_1B_1C_1$；再以点 B_1 为对称中心，作 O 点的对称点 B_2，过点 B_2 作 $B_2A_2 \parallel l_2$，交 x 轴于点 A_2，作 $B_2C_2 \parallel$ x 轴，交直线 l_2 于点 C_2，得到四边形 $OA_2B_2C_2$；…；按此规律作下去，则四边形 $OA_nB_nC_n$ 的面积是____.



解析：∵直线 l：$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$，
直线 l_2：$y=\sqrt{3}x$，
∴直线 l_1 与 x 轴夹角为 30°，
直线 l_2 与 x 轴夹角为 60°，
B 为 l_1 上一点，且 OB=1，
根据题意可知：
OB=1，
$OB_1=2$，
$OB_2=4$，
$OB_3=8$，
$OB_4=16$，
…
$OB_n=2^n$，
四边形 $OA_1B_1C_1$、四边形 $OA_2B_2C_2$、四边形 $OA_3B_3C_3$…是菱形，
∵$\angle A_1OC_1=60°$，
∴$\triangle OA_1C_1$，$\triangle OA_2C_2$，$\triangle OAC$，$\triangle OA_3C_3$，…$\triangle OA_nC_n$ 是等边三角形，
∴$OA_1=A_1C_1$，$OA_2=A_2C_2$，$OA_3=A_3C_3$…$OA_n=A_nC_n$，
∵$OA_1=A_1C_1=\frac{2}{3}\sqrt{3}$，

$OA_2=A_2C_2=\frac{4}{3}\sqrt{3}$，

$OA_3=A_3C_3=\frac{8}{3}\sqrt{3}$，

…

$OA_n=A_nC_n=\frac{2^n}{3}\sqrt{3}$

∴四边形$OA_nB_nC_n$的面积$=\frac{1}{2}A_nC_n\cdot OB_n=\frac{1}{2}\times\frac{2^n}{3}\sqrt{3}\times 2^n=\frac{4^n}{6}\sqrt{3}$.

三、答案题（17小题8分，18小题8分，共16分）

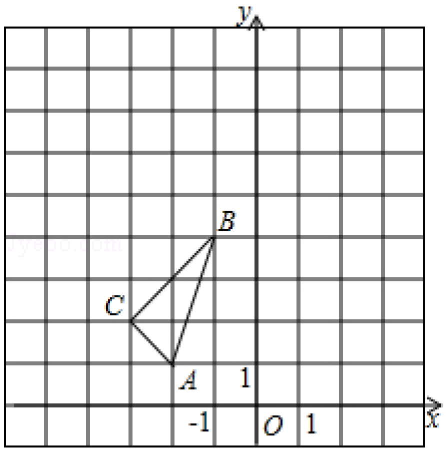
17．先化简，再求值：$b^2-\frac{a^3-ab^2}{a+b}\div\left(a-\frac{ab-b^2}{a-b}\right)$，其中a=tan45°，b=2sin60°．

解析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分后两项通分并利用同分母分式的减法法则计算得到最简结果，利用特殊角的三角函数值求出a与b的值，代入计算即可求出值．

答案：原式$=b^2-\frac{a(a+b)(a-b)}{a+b}\cdot\frac{a-b}{(a-b)^2}=b^2-a$，

当a=tan45°=1，b=2sin60°$=\sqrt{3}$时，
原式=3－1=2．

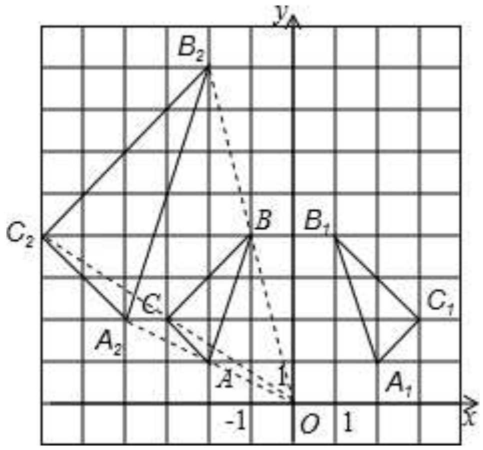
18．如图，在平面直角坐标系中，△ABC的三个顶点坐标分别为A（－2，1），B（－1，4），C（－3，2）．
（1）画出△ABC关于y轴对称的图形$\triangle A_1B_1C_1$，并直接写出C_1点坐标；
（2）以原点O为位似中心，位似比为1：2，在y轴的左侧，画出△ABC放大后的图形$\triangle A_2B_2C_2$，并直接写出C_2点坐标；
（3）如果点D（a，b）在线段AB上，请直接写出经过（2）的变化后点D的对应点D_2的坐标．



解析：（1）利用关于y轴对称点的性质得出各对应点位置，进而得出答案；
（2）利用位似变换的性质得出对应点位置，进而得出答案；
（3）利用位似图形的性质得出D点坐标变化规律即可．
答案：（1）如图所示：$\triangle A_1B_1C_1$，即为所求，
C_1点坐标为：（3，2）；

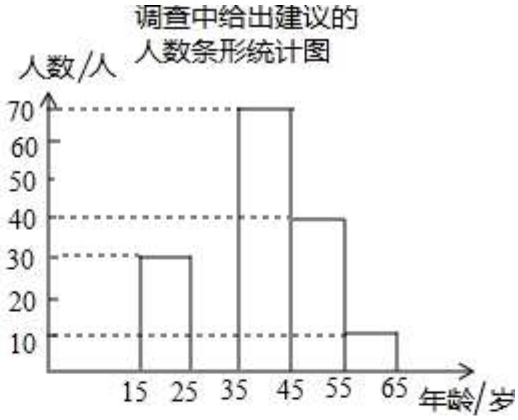
（2）如图所示：$\triangle A_2B_2C_2$，即为所求，
C_2点坐标为：（－6，4）；

（3）如果点D（a，b）在线段AB上，经过（2）的变化后D的对应点D_2的坐标为：（2a，2b）．



四、答案题（19小题10分，20小题10分，共20分）

19．近年来，各地“广场舞”噪音干扰的问题倍受关注．相关人员对本地区15～65岁年龄段的市民进行了随机调查，并制作了如下相应的统计图．市民对“广场舞”噪音干扰的态度有以下五种：A．没影响　B．影响不大　C．有影响，建议做无声运动　D．影响很大，建议取缔　E．不关心这个问题



根据以上信息答案下列问题：

（1）根据统计图填空：m=____，A区域所对应的扇形圆心角为____度；

（2）在此次调查中，“不关心这个问题”的有25人，请问一共调查了多少人？

（3）将条形统计图补充完整；

（4）若本地共有14万市民，依据此次调查结果估计本地市民中会有多少人给出建议？

解析：　（1）用1减去A，D，B，E的百分比即可，运用A的百分比乘360°即可．

（2）用不关心的人数除以对应的百分比可得．

（3）求出25﹣35岁的人数再绘图．

（4）用14万市民乘C与D的百分比的和求解．

答案：（1）m%=1﹣33%﹣20%﹣5%﹣10%=32%，

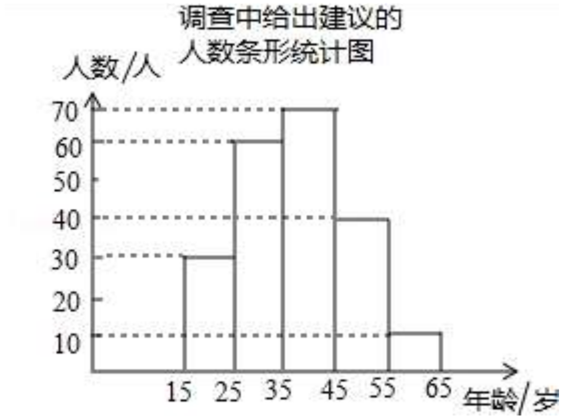
所以m=32，

A区域所对应的扇形圆心角为：360°×20%=72°，

故答案为：32，72．

（2）一共调查的人数为：25÷5%=500（人）

（3）500×（32%+10%）=210（人）
25﹣35 岁的人数为：210﹣10﹣30﹣40﹣70=60（人）



（3）14×（32%+10%）=5.88（万人）
答：估计本地市民中会有 5.88 万人给出建议．

20．第 20 届世界杯足球赛正在如火如荼的进行，爸爸想通过一个游戏决定小明能否看今晚的比赛：在一个不透明的盒子中放入三张卡片，每张卡片上写着一个实数，分别为 3，$\sqrt{2}$，$2\sqrt{2}$（每张卡片除了上面的实数不同以外其余均相同），爸爸让小明从中任意取一张卡片，如果抽到的卡片上的数是有理数，就让小明看比赛，否则就不能看．
（1）请你直接写出按照爸爸的规则小明能看比赛的概率；
（2）小明想了想，和爸爸重新约定游戏规则：自己从盒子中随机抽取两次，每次抽取一张卡片，第一次抽取后记下卡片上的数，再将卡片放回盒中抽取第二次，如果抽取的两数之积是有理数，自己就看比赛，否则就不看．请你用列表法或树状图法求出按照此规则小明看比赛的概率．

解析：（1）三个数中有理数有一个 3，求出所求概率即可；
（2）列表得出所有等可能的情况数，找出抽取的两数之积为有理数的情况数，即可求出所求的概率．

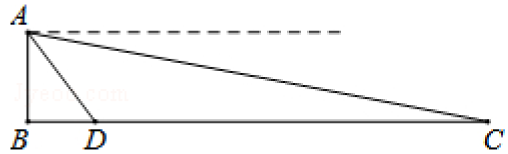
答案：（1）按照爸爸的规则小明能看比赛的概率 P=$\frac{1}{3}$；
（2）列表如下：

	3	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$
3	9	$3\sqrt{2}$	$6\sqrt{2}$
$\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	3	4
$2\sqrt{2}$	$6\sqrt{2}$	4	8

所有等可能的情况有 9 种，其中抽取的两数之积是有理数的情况有 5 种，
则按照此规则小明看比赛的概率 P=$\frac{5}{9}$.

五、答案题（21 小题 8 分，22 小题 10 分，共 18 分）
21．如图，王老师站在湖边度假村的景点 A 处，观察到一只水鸟由岸边 D 处飞向湖中小岛 C 处，点 A 到 DC 所在水平面的距离 AB 是 15 米，观测水鸟在点 D 和点 C 处时的俯角分别为 53°

和11°，求C、D两点之间距离.（精确到0.1. 参考数据 sin53°≈0.80，cos53°≈0.60，tan53°≈1.33，sin11°≈0.19，cos11°≈0.98，tan11°≈0.19）



解析：　根据AB=15米，点D和点C处时的俯角分别为53°和11°，在Rt△ABD和Rt△ABC中，分别求出BC和BD的长度，然后即可求出CD=BC－CD的值.

答案：在Rt△ABD中，

∵AB=15米，∠ADB=53°，

∴$\frac{AB}{BD}$=tan53°≈1.33，

∴BD=11.28（米），

在Rt△ABC中，

∵AB=15米，∠ACD=11°，

∴$\frac{AB}{BC}$=tan11°≈0.19，

解得：BC≈78.95（米），

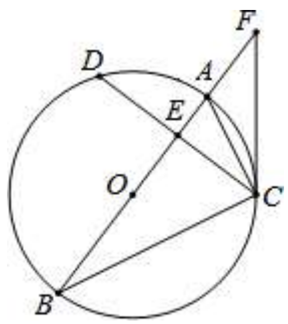
∴CD=BC－BD=78.95－11.28≈67.8（米）.

答：C、D两点之间距离为67.8米.

22.（10分）如图，在⊙O中，直径AB平分弦CD，AB与CD相交于点E，连接AC、BC，点F是BA延长线上的一点，且∠FCA=∠B.

（1）求证：CF是⊙O的切线.

（2）若AC=4，tan∠ACD=$\frac{1}{2}$，求⊙O的半径.



解析：　（1）利用圆周角定理以及等腰三角形的性质得出∠OCF=90°，进而得出答案；

（2）利用垂径定理推论得出$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AC}$，进而得出BC的长，再利用勾股定理求出即可.

答案：　（1）证明：连接CO，

∵AB是⊙O的直径，

∴∠BCA=90°，

∴∠ACO+∠OCB=90°，

∵OB=CO，

∴∠B=∠OCB，

∵∠FCA=∠B，

∴∠BCO=∠ACF，

∴∠OCA+∠ACF=90°，

即∠OCF=90°，

∴CF 是⊙O 的切线；

（2）解：∵直径 AB 平分弦 CD，

∴AB⊥DC，

∴$\widehat{AD}=\widehat{AC}$，

∵AC=4，tan∠ACD=$\frac{1}{2}$，

∴tan∠B=tan∠ACD=$\frac{AC}{BC}=\frac{1}{2}$，

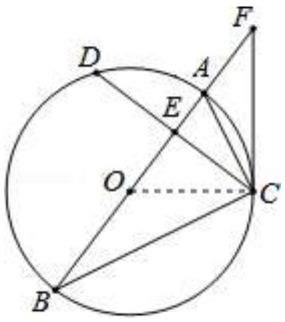
∴$\frac{AC}{BC}=\frac{1}{2}$，

∴BC=8，

∴在 Rt△ABC 中，

AB=$\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$，

则⊙O 的半径为：$2\sqrt{5}$.



六、答案题（23 小题 10 分，24 小题 10 分，共 20 分）

23．为弘扬中华民族传统文化，某校举办了“古诗文大赛”，并为获奖同学购买签字笔和笔记本作为奖品．1 支签字笔和 2 个笔记本共 8.5 元，2 支签字笔和 3 个笔记本共 13.5 元．

（1）求签字笔和笔记本的单价分别是多少元？

（2）为了激发学生的学习热情，学校决定给每名获奖同学再购买一本文学类图书，如果给每名获奖同学都买一本图书，需要花费 720 元；书店出台如下促销方案：购买图书总数超过 50 本可以享受 8 折优惠．学校如果多买 12 本，则可以享受优惠且所花钱数与原来相同．问学校获奖的同学有多少人？

解析：　（1）由题意可知此题存在两个等量关系，即买 1 支签字笔价钱+买 2 个笔记本的价钱=8.5 元，买 2 支签字笔价钱+买 3 个笔记本的价钱=13.5 元，根据这两个等量关系，可列出方程组，再求解；

（2）设学校获奖的同学有 z 人，根据等量关系：购买图书总数超过 50 本可以享受 8 折优惠．学校如果多买 12 本，则可以享受优惠且所花钱数与原来相同，可列出方程，再求解．

答案：（1）设签字笔的单价为 x 元，笔记本的单价为 y 元．

则可列方程组$\begin{cases}x+2y=8.5\\2x+3y=13.5\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=1.5\\y=3.5\end{cases}$．

答：签字笔的单价为 1.5 元，笔记本的单价为 3.5 元．

（2）设学校获奖的同学有 z 人．

则可列方程$\frac{720}{z}=\frac{720\div 0.8}{z+12}$，

解得 z=48．

经检验，z=48 符合题意．

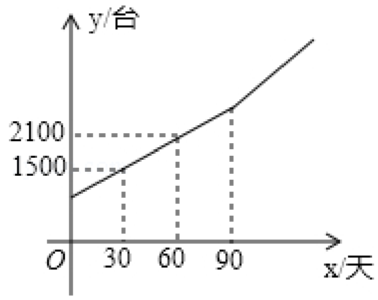
答：学校获奖的同学有 48 人．

24．随着生活质量的提高，人们健康意识逐渐增强，安装净水设备的百姓家庭越来越多．某厂家从去年开始投入生产净水器，生产净水器的总量 y（台）与今年的生产天数 x（天）的关系如图所示．今年生产 90 天后，厂家改进了技术，平均每天的生产数量达到 30 台．

（1）求 y 与 x 之间的函数表达式；

（2）已知该厂家去年平均每天的生产数量与今年前 90 天平均每天的生产数量相同，求厂家去年生产的天数；

（3）如果厂家制定总量不少于 6000 台的生产计划，那么在改进技术后，至少还要多少天完成生产计划？



解析：（1）本题时一道分段函数，当 0≤x≤90 时和 x＞90 时由待定系数法就可以分别求出其结论；

（2）由（1）的解析式求出今年前 90 天平均每天的生产数量，由函数图象可以求出去年的生产总量就可以得出结论；

（3）设改进技术后，至少还要 a 天完成不少于 6000 台的生产计划，根据前 90 天的生产量+改进技术后的生产量≥6000 建立不等式求出其解即可．

答案：（1）当 0≤x≤90 时，设 y 与 x 之间的函数关系式为 y=kx+b，由函数图象，得

$\begin{cases}1500=30k+b\\2100=60k+b\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=20\\b=900\end{cases}$．

则 y=20x+900．

当 x＞90 时，由题意，得 y=30x．

$\therefore y=\begin{cases}20x+900\ (0\leqslant x\leqslant 90)\\30x\ (x>90)\end{cases}$；

（2）由题意，得

∵x=0 时，y=900，

∴去年的生产总量为 900 台．

今年平均每天的生产量为：（2700－900）÷90=20 台，

厂家去年生产的天数为：900÷20=45 天．

答：厂家去年生产的天数为 45 天；

（3）设改进技术后，至少还要 a 天完成不少于 6000 台的生产计划，由题意，得

2700+30a≥6000，

解得：a≥110．

答：改进技术后，至少还要 110 天完成不少于 6000 台的生产计划．

七、答案题（本题满分 14 分）

25．四边形 ABCD 是正方形，AC 与 BD，相交于点 O，点 E、F 是直线 AD 上两动点，且 AE=DF，CF 所在直线与对角线 BD 所在直线交于点 G，连接 AG，直线 AG 交 BE 于点 H．

（1）如图 1，当点 E、F 在线段 AD 上时，①求证：∠DAG=∠DCG；②猜想 AG 与 BE 的位置关系，并加以证明；

（2）如图 2，在（1）条件下，连接 HO，试说明 HO 平分∠BHG；

（3）当点 E、F 运动到如图 3 所示的位置时，其它条件不变，请将图形补充完整，并直接写出∠BHO 的度数．

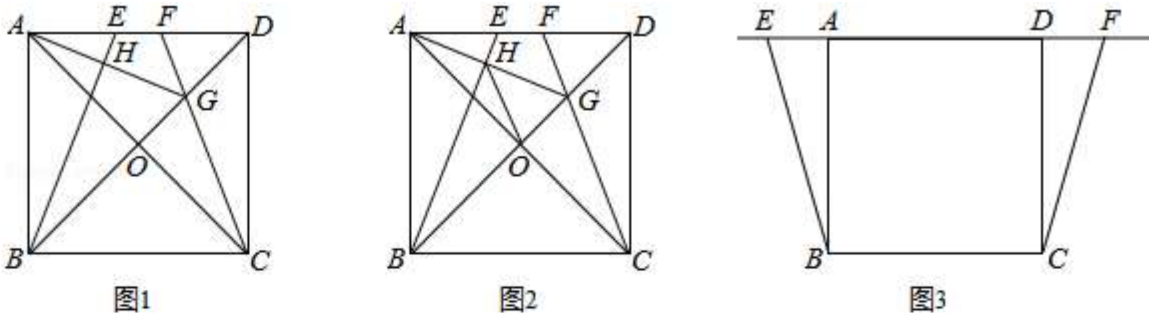


图1　　图2　　图3

解析：　（1）①根据正方形的性质得 DA=DC，∠ADB=∠CDB=45°，则可根据“SAS”证明△ADG≌△CDG，所以∠DAG=∠DCG；②根据正方形的性质得 AB=DC，∠BAD=∠CDA=90°，根据“SAS”证明△ABE≌△DCF，则∠ABE=∠DCF，由于∠DAG=∠DCG，所以∠DAG=∠ABE，然后利用∠DAG+∠BAG=90°得到∠ABE+∠BAG=90°，于是可判断 AG⊥BE；

（2）如答图 1 所示，过点 O 作 OM⊥BE 于点 M，ON⊥AG 于点 N，证明△AON≌△BOM，可得四边形 OMHN 为正方形，因此 HO 平分∠BHG 结论成立；

（3）如答图 2 所示，与（1）同理，可以证明 AG⊥BE；过点 O 作 OM⊥BE 于点 M，ON⊥AG 于点 N，构造全等三角形△AON≌△BOM，从而证明 OMHN 为正方形，所以 HO 平分∠BHG，即∠BHO=45°．

答案：　（1）①证明：∵四边形 ABCD 为正方形，

∴DA=DC，∠ADB=∠CDB=45°，

在△ADG 和△CDG 中

$\begin{cases} AD=CD \\ \angle ADG=\angle CDG \\ DG=DG \end{cases}$，

∴△ADG≌△CDG（SAS），

∴∠DAG=∠DCG；

②解：AG⊥BE．理由如下：

∵四边形 ABCD 为正方形，

∴AB=DC，∠BAD=∠CDA=90°，

在△ABE 和△DCF 中

$\begin{cases} AB=DC \\ \angle BAE=\angle CDF \\ AE=DF \end{cases}$，

∴△ABE≌△DCF（SAS），

∴∠ABE=∠DCF，

∵∠DAG=∠DCG，

∴∠DAG=∠ABE，

∵∠DAG+∠BAG=90°，

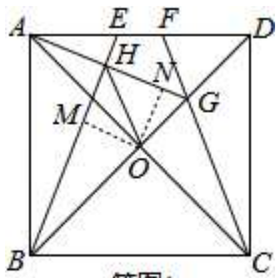
∴∠ABE+∠BAG=90°，

∴∠AHB=90°，

∴AG⊥BE；

（2）解：由（1）可知 AG⊥BE．

如答图 1 所示，过点 O 作 OM⊥BE 于点 M，ON⊥AG 于点 N，则四边形 OMHN 为矩形．



答图1

∴∠MON=90°，

又∵OA⊥OB，

∴∠AON=∠BOM．

∵∠AON+∠OAN=90°，∠BOM+∠OBM=90°，

∴∠OAN=∠OBM．

在△AON 与△BOM 中，

$\begin{cases} \angle OAN=\angle OBM \\ OA=OB \\ \angle AON=\angle BOM \end{cases}$

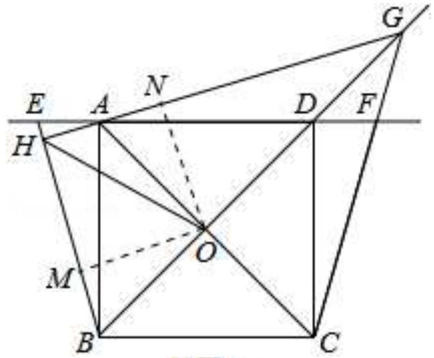
∴△AON≌△BOM（ASA）．

∴OM=ON，

∴矩形 OMHN 为正方形，

∴HO 平分∠BHG.

（3）将图形补充完整，如答图 2 示，∠BHO=45°．

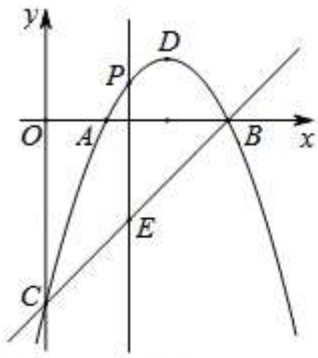


答图2

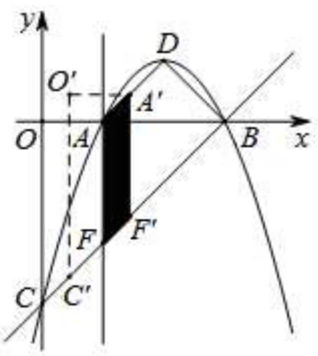
与（1）同理，可以证明 AG⊥BE.
过点 O 作 OM⊥BE 于点 M，ON⊥AG 于点 N，
与（2）同理，可以证明△AON≌△BOM，
可得 OMHN 为正方形，所以 HO 平分∠BHG，
∴∠BHO=45°．

八、解答题（本题满分 14 分）

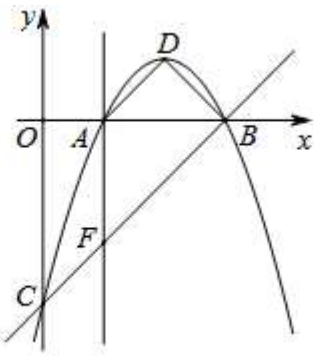
26．已知：抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a≠0）经过点 A（1，0），B（3，0），C（0，﹣3）.
（1）求抛物线的表达式及顶点 D 的坐标；
（2）如图①，点 P 是直线 BC 上方抛物线上一动点，过点 P 作 y 轴的平行线，交直线 BC 于点 E．是否存在一点 P，使线段 PE 的长最大？若存在，求出 PE 长的最大值；若不存在，请说明理由；
（3）如图②，过点 A 作 y 轴的平行线，交直线 BC 于点 F，连接 DA、DB．四边形 OAFC 沿射线 CB 方向运动，速度为每秒 1 个单位长度，运动时间为 t 秒，当点 C 与点 B 重合时立即停止运动．设运动过程中四边形 OAFC 与四边形 ADBF 重叠部分面积为 S，请求出 S 与 t 的函数关系式.



图①



图②



图③

解析：　（1）应用待定系数法即可求得抛物线的解析式，然后化为顶点式即可求得顶点的坐标.

（2）先求得直线BC的解析式，设P（x，$-x^2+4x-3$），则F（x，x﹣3），根据PF等于P点的纵坐标减去F点的纵坐标即可求得PF关于x的函数关系式，从而求得P的坐标和PF的最大值；

（3）在运动过程中，分三种情形，需要分类讨论，避免漏解．

答案：（1）∵抛物线$y=ax^2+bx+c$（a≠0）经过点A（1，0），B（3，0），C（0，﹣3）．

∴$\begin{cases}9a+3b+c=0\\a+b+c=0\\c=-3\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=-1\\b=4\\c=-3\end{cases}$，

∴抛物线的解析式：$y=-x^2+4x-3$，

由$y=-x^2+4x-3=-(x-2)^2+1$，

可知：顶点D的坐标（2，1）．

（2）存在；

设直线BC的解析式为：y=kx+b，

则$\begin{cases}3k+b=0\\b=-3\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=1\\b=-3\end{cases}$，

∴直线BC的解析式为y=x﹣3，

设P（x，$-x^2+4x-3$），则F（x，x﹣3），

∴$PF=(-x^2+4x-3)-(x-3)=-x^2+3x=-(m-\frac{3}{2})^2+\frac{9}{4}$，

∴当$x=\frac{3}{2}$时，PF有最大值为$\frac{9}{4}$．

∴存在一点P，使线段PE的长最大，最大值为$\frac{9}{4}$．

（3）∵A（1，0）、B（3，0）、D（2，1）、C（0，﹣3），

∴可求得直线AD的解析式为：y=x﹣1；

直线BC的解析式为：y=x﹣3．

∴AD∥BC，且与x轴正半轴夹角均为45°．

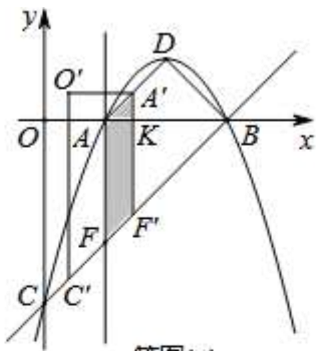
∵AF∥y轴，

∴F（1，﹣2），

∴AF=2．

①当$0\leqslant t\leqslant\sqrt{2}$时，如答图1﹣1所示．

此时四边形AFF′A′为平行四边形．



答图1-1

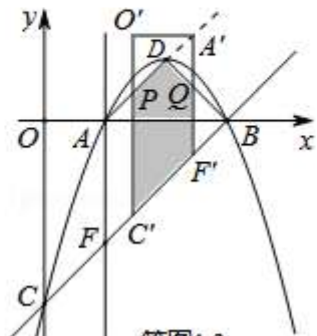
设A′F′与x轴交于点K，则$AK=\frac{\sqrt{2}}{2}AA'=\frac{\sqrt{2}}{2}t$.

∴$S=S_{▱AFF'A'}=AF\bullet AK=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}t=\sqrt{2}t$；

②当$\sqrt{2}<t\leqslant2\sqrt{2}$时，如答图1﹣2所示.

设O′C′与AD交于点P，A′F′与BD交于点Q，

则四边形PC′F′A′为平行四边形，△A′DQ为等腰直角三角形.

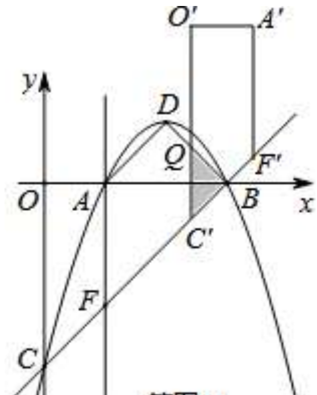


答图1-2

∴$S=S_{▱PC'F'A'}-S_{\triangle A'DQ}=2\times1-\frac{1}{2}(t-\sqrt{2})^2=-\frac{1}{2}t^2+\sqrt{2}t+1$；

③当$2\sqrt{2}<t\leqslant3\sqrt{2}$时，如答图1﹣3所示.

设O′C′与BD交于点Q，则△BC′Q为等腰直角三角形.



答图1-3

∵$BC=3\sqrt{2}$，$CC'=t$，

∴$BC'=3\sqrt{2}-t$.

∴$S=S_{\triangle BC'Q}=\frac{1}{2}(3\sqrt{2}-t)^2=\frac{1}{2}t^2-3\sqrt{2}t+9$.

综上所述，S与t的函数关系式为：

$$S=\begin{cases}\sqrt{2}t\ (0\leqslant t\leqslant\sqrt{2})\\ -\frac{1}{2}t^{2}+\sqrt{2}t+1\ (\sqrt{2}<t\leqslant 2\sqrt{2})\\ \frac{1}{2}t^{2}-3\sqrt{2}t+9\ (2\sqrt{2}<t\leqslant 3\sqrt{2})\end{cases}.$$