2018年广东省广州大学附中中考一模数学

一、选择题.(每小题3分，共30分.每题四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1.如果+10%表示“增加10%”，那么“减少8%”可以记作(　　)

A.－18%

B.－8%

C.+2%

D.+8%

解析：“增加”和“减少”相对，若+10%表示“增加10%”，那么“减少8%”应记作－8%.

答案：B

2.在以下永洁环保、绿色食品、节能、绿色环保四个标志中，是轴对称图形是(　　)

A.

B.

C.

D.

解析：A、不是轴对称图形，不符合题意；

B、是轴对称图形，符合题意；

C、不是轴对称图形，不符合题意；

D、不是轴对称图形，不符合题意.

答案：B

3.某班抽取6名同学参加体能测试，成绩如下：85，95，85，80，80，85.下列表述错误的是(　　)

A.众数是85

B.平均数是85

C.中位数是80

D.极差是15

解析：这组数据中85出现了3次，出现的次数最多，所以这组数据的众数位85；

由平均数公式求得这组数据的平均数位85，极差为95－80=15；

将这组数据按从大到校的顺序排列，第3，4个数是85，故中位数为85.

所以选项C错误.

答案：C

4.已知点A(a，2017)与点A′(－2018，b)是关于原点O的对称点，则a+b的值为(　　)

A.1

B.5

C.6

D.4

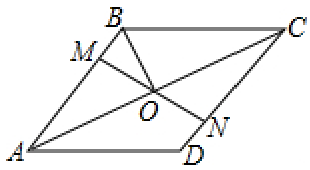
解析：∵点A(a，2017)与点A′(－2018，b)是关于原点O的对称点，

∴a=2018，b=－2017，

∴a+b=1.

答案：A

5.如图，在菱形 ABCD 中，M，N 分别在 AB，CD 上，且 AM=CN，MN 与 AC 交于点 O，连接 BO.若∠DAC=28°，则∠OBC 的度数为(　　)



A.28°
B.52°
C.62°
D.72°
解析：∵四边形 ABCD 为菱形，
∴AB∥CD，AB=BC，
∴∠MAO=∠NCO，∠AMO=∠CNO，
在△AMO 和△CNO 中，

$$\because \begin{cases} \angle MAO=\angle NCO \\ AM=CN \\ \angle AMO=\angle CNO \end{cases},$$

∴△AMO≌△CNO(ASA)，
∴AO=CO，
∵AB=BC，
∴BO⊥AC，
∴∠BOC=90°，
∵∠DAC=28°，
∴∠BCA=∠DAC=28°，
∴∠OBC=90°－28°=62°.
答案：C

6.下列运算正确的是(　　)
A.$x^3+x^2=x^5$
B.$x^3-x^2=x$
C.$(x^3)^2=x^5$
D.$x^3\div x^2=x$
解析：(A)x^3与 x^2不是同类项，不能合并，故 A 错误；
(B)x^3与 x^2不是同类项，不能合并，故 B 错误；
(C)原式=x^6，故 C 错误.
答案：D

7.若分式$\dfrac{x^2-1}{x-1}$的值为零，则 x 的值为(　　)
A.0
B.1
C.－1
D.±1
解析：由 $x^2-1=0$，
得 x=±1.
①当 x=1 时，x－1=0，
∴x=1 不合题意；

②当 x=－1 时，x－1=－2≠0，

∴x=－1 时分式的值为 0.

答案：C

8.若关于 x 的一元二次方程 $kx^2-2x-1=0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是(　　)

A.k＞－1

B.k＞－1 且 k≠0

C.k＜1

D.k＜1 且 k≠0

解析：∵关于 x 的一元二次方程 $kx^2-2x-1=0$ 有两个不相等的实数根，

∴$\begin{cases} k\neq 0 \\ \Delta>0 \end{cases}$，即$\begin{cases} k\neq 0 \\ \Delta=4+4k>0 \end{cases}$，

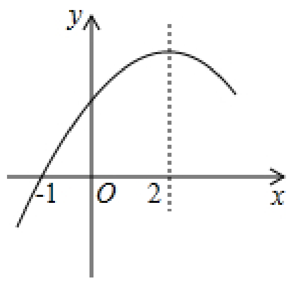
解得 k＞－1 且 k≠0.

答案：B

9.二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的部分图象如图，图象过点(－1，0)，对称轴为直线 x=2，下列结论：

①4a+b=0；②9a+c＞3b；③8a+7b+2c＞0；④当 x＞－1 时，y 的值随 x 值的增大而增大.

其中正确的结论有(　　)



A.1 个

B.2 个

C.3 个

D.4 个

解析：∵抛物线的对称轴为直线 $x=-\dfrac{b}{2a}=2$，

∴b=－4a，即 4a+b=0，(故①正确)；

∵当 x=－3 时，y＜0，

∴9a－3b+c＜0，

即 9a+c＜3b，(故②错误)；

∵抛物线与 x 轴的一个交点为(－1，0)，

∴a－b+c=0，

而 b=－4a，

∴a+4a+c=0，即 c=－5a，

∴8a+7b+2c=8a－28a－10a=－30a，

∵抛物线开口向下，

∴a＜0，

∴8a+7b+2c＞0，(故③正确)；

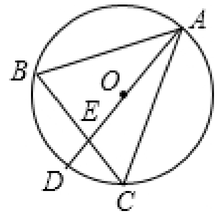
∵对称轴为直线 x=2，

∴当－1＜x＜2 时，y 的值随 x 值的增大而增大，

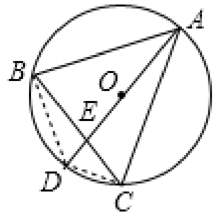
当 x＞2 时，y 随 x 的增大而减小，(故④错误).

答案：B

10. 如图，△ABC内接于⊙O，AD为⊙O的直径，交BC于点E，若DE=2，OE=3，则tanC·tanB=(　　)



A. 2
B. 3
C. 4
D. 5
解析：连接BD、CD，由圆周角定理可知∠B=∠ADC，∠C=∠ADB，

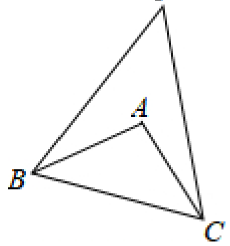


∴△ABE∽△CDE，△ACE∽△BDE，
∴ $\frac{AB}{CD}=\frac{BE}{DE}=\frac{AE}{CE},\frac{AC}{BD}=\frac{CE}{DE}=\frac{AE}{BE}$，
由AD为直径可知∠DBA=∠DCA=90°，
∵DE=2，OE=3，
∴AO=OD=OE+ED=5，AE=8，
tanC·tanB=tan∠ADB·tan∠ADC=
$\frac{AB}{BD}\cdot\frac{AC}{CD}=\frac{BE}{DE}\cdot\frac{CE}{DE}=\frac{AB}{CD}\cdot\frac{AC}{BD}=\frac{AE}{CE}\cdot\frac{CE}{DE}=\frac{AE}{DE}=\frac{8}{2}=4$.
答案：C

二. 填空题.(本大题共6小题，每小题3分，共18分)
11. “激情同在”第23届冬奥会于2018年2月在韩国平昌郡举行，场馆的建筑面积约是358 000平方米，将358 000用科学记数法表示为_____.
解析：358 000用科学记数法表示为3.58×10^5.
答案：3.58×10^5

12. 因式分解：$3ab^2+a^2b=$_____.
解析：直接提公因式ab即可.
答案：$3ab^2+a^2b=ab(3b+a)$

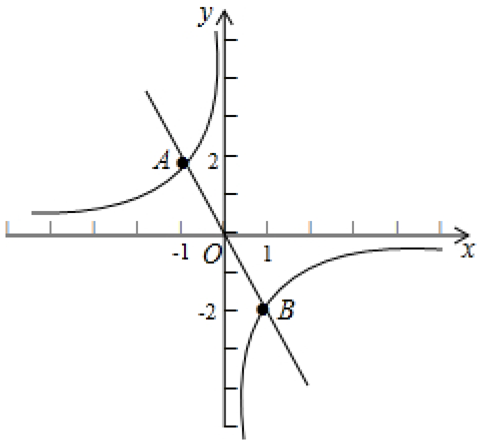
13. 如图，点A为△PBC的三边垂直平分线的交点，且∠P=72°，则∠BAC=_____.



解析：∵A为△PBC三边垂直平分线的交点，
∴点A是△PBC的外心，
由圆周角定理得，∠BAC=2∠BPC=144°.

答案：144°

14.如图，正比例函数 $y_1=k_1x$ 和反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ 的图象交于 A(－1，2)、B(1，－2)两点，若 $y_1<y_2$，则 x 的取值范围是_____.



解析：∵正比例函数 $y_1=k_1x$ 和反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ 的图象交于 A(－1，2)、B(1，－2)两点，$y_1<y_2$，

∴此时 x 的取值范围是－1<x<0 或 x>1.

答案：－1<x<0 或 x>1

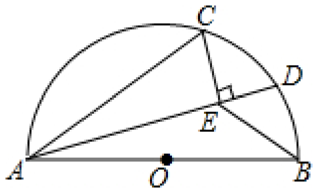
15.已知圆锥的底面半径为 5cm，侧面积为 65π cm²，圆锥的母线是_____cm.

解析：设母线长为 R，则：65π=π×5R，

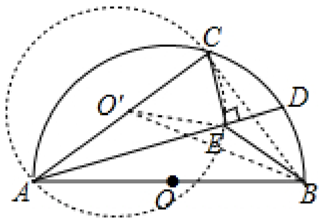
解得 R=13cm.

答案：13

16.如图，AB 是半⊙O 的直径，点 C 在半⊙O 上，AB=5cm，AC=4cm.D 是 $\overset{\frown}{BC}$ 上的一个动点，连接 AD，过点 C 作 CE⊥AD 于 E，连接 BE.在点 D 移动的过程中，BE 的最小值为_____.



解析：如图，连接 BO′、BC.



∵CE⊥AD，

∴∠AEC=90°，

∴在点 D 移动的过程中，点 E 在以 AC 为直径的圆上运动，

∵AB 是直径，

∴∠ACB=90°，

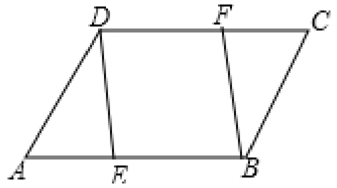
在 Rt△ABC 中，∵AC=4，AB=5，

∴ $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

在Rt△BCO′中，$BO'=\sqrt{BC^{2}+CO'^{2}}=\sqrt{2^{2}+3^{2}}=\sqrt{13}$，
∵O′E+BE≥O′B，
∴当O′、E、B共线时，BE的值最小，最小值为O′B－O′E=$\sqrt{13}-2$.
答案：$\sqrt{13}-2$

三、解答题(共9道题，共102分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)
17.解方程：
(1)3x(x－1)=2x－2
(2)$\frac{3}{x}=\frac{2}{x-2}$
解析：(1)先将方程整理为一般形式，再利用十字相乘法将左边因式分解，进一步求解可得；
(2)方程两边都乘以x(x－2)，化分式方程为整式方程，解之求得x的值，最后检验即可得.
答案：(1)$3x^2-3x=2x-2$，
$3x^2-3x-2x+2=0$，
$3x^2-5x+2=0$，
因式分解可得：(3x－2)(x－1)=0，
则3x－2=0或x－1=0，
所以方程的解为$x_1=\frac{2}{3}$，$x_2=1$；
(2)两边乘以x(x－2)，得3(x－2)=2x，
解得x=6，
检验：将x=6代入x(x－2)≠0，
所以x=6是原方程的解.

18.如图，已知E、F分别是平行四边形ABCD的边AB、CD上的两点，且∠CBF=∠ADE.
(1)求证：△ADE≌△CBF；
(2)判定四边形DEBF是否是平行四边形？



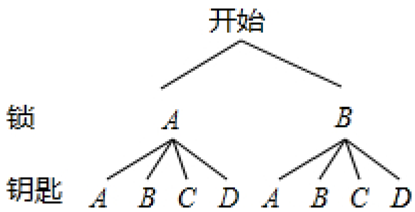
解析：(1)利用平行四边形ABCD的对角相等，对边相等的性质推知∠A=∠C，AD=BC；然后根据全等三角形的判定定理AAS证得结论；
(2)由“对边平行且相等的四边形是平行四边形”推知四边形DEBF是平行四边形.
答案：(1)∵四边形ABCD为平行四边形，
∴∠A=∠C，AD=BC，
在△ADE与△CBF中，

$$\begin{cases}\angle ADE=\angle CBF\\ \angle A=\angle C\\ AD=CB\end{cases}，$$

∴△ADE≌△CBF(ASA)；
(2)四边形DEBF是平行四边形.理由如下：
∵DF∥EB，又由△ADE≌△CBF，知AE=CF，
∴AB－AE=CD－CF，即DF=EB.
∴四边形DEBF是平行四边形.

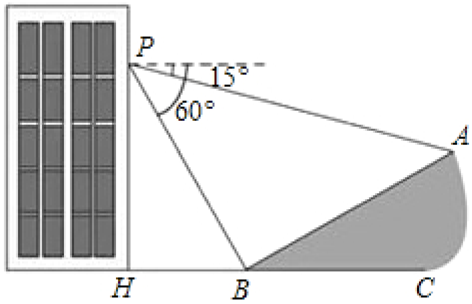
19.有两把不同的锁和四把不同的钥匙，其中两把钥匙恰好分别能打开这两把锁，其余的钥

匙不能打开这两把锁.现在任意取出一把钥匙去开任意一把锁.
(1)请用列表或画树状图的方法表示出上述事件所有可能的结果;
(2)求一次打开锁的概率.
解析:(1)首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果;
(2)由(1)中的树状图，可求得一次打开锁的情况，再利用概率公式求解即可求得答案.
答案:(1)分别用A与B表示锁，用A、B、C、D表示钥匙，
画树状图得:

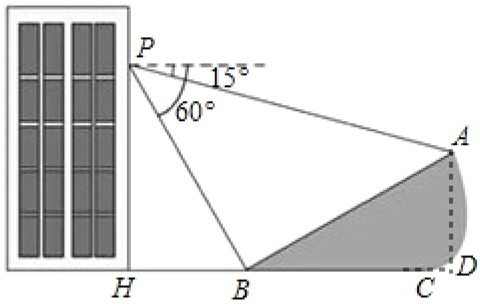


则可得共有8种等可能的结果;
(2)∵一次打开锁的有2种情况，
∴一次打开锁的概率为: $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$.

20.如图所示，小明在大楼30米高(即PH=30米)的窗口P处进行观测，测得山坡上A处的俯角为15°，山脚B处的俯角为60°，已知该山坡的坡度i(即tan∠ABC)为1: $\sqrt{3}$，点P、H、B、C、A在同一个平面上.点H、B、C在同一条直线上，且PH⊥HC.
(1)山坡坡角(即∠ABC)的度数等于_____度;
(2)求山坡A、B两点间的距离(结果精确到0.1米).
(参考数据: $\sqrt{2}\approx1.414$, $\sqrt{3}\approx1.732$)



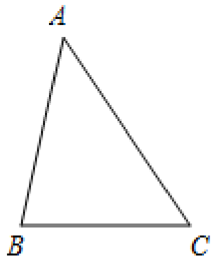
解析:(1)过A作AD⊥BC于D，根据已知条件即可得到结论;
(2)由题意得，∠PBH=60°，∠APB=45°，推出△PBA是等腰直角三角形，根据三角函数的定义即可得到结论.
答案:(1)过A作AD⊥BC于D,



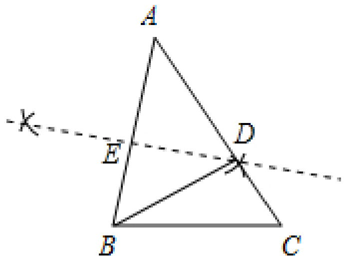
∵山坡的坡度i(即tan∠ABC)为1: $\sqrt{3}$，
∴∠ABC=30°，
故答案为: 30;
(2)由题意得，∠PBH=60°，∠APB=45°，
∵∠ABC=30°，

∴∠ABP=90°，
∴△PBA 是等腰直角三角形，
∴ $PB=\frac{PH}{\sin\angle PBH}=\frac{30}{\sin 60^{\circ}}=\frac{30}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=20\sqrt{3}$，
∵AB=PB=20$\sqrt{3}$=34.6，
答：山坡 A、B 两点间的距离是 34.6 米.

21.如图，在△ABC 中，∠ABC=80°，∠BAC=40°，AB 的垂直平分线分别与 AC、AB 交于点 D、E.
(1)尺规作图作出 AB 的垂直平分线 DE，并连结 BD；(保留作图痕迹，不写作法)
(2)证明：△ABC∽△BDC.



解析：(1)利用基本作图作线段 AB 的垂直平分线；
(2)先根据线段垂直平分线的性质得到 BD=AD，则∠ABD=∠A=40°，再通过计算得到∠DBC=∠BAC，然后根据相似三角形的判定方法得到△ABC∽△BDC.
答案：(1)如图，DE 为所求；



(2)证明：∵DE 是 AB 的垂直平分线，
∴BD=AD，
∴∠ABD=∠A=40°，
∴∠DBC=∠ABC－∠ABD=80°－40°=40°，
∴∠DBC=∠BAC，
∵∠C=∠C
∴△ABC∽△BDC.

22.某商品的进价为每件 40 元，售价不低于 50 元，如果售价为每件 50 元，每个月可卖出 210 件；如果售价超过 50 元但不超过 80 元，每件商品的售价每上涨 1 元，则每月少卖 1 件；如果售价超过 80 元后，若再涨价，则每涨 1 元每月少卖 3 件，设每件商品的售价为 x 元，每月的销售量为 y 件.
(1)求 y 与 x 的函数关系式并写出自变量 x 的取值范围；
(2)每件商品的售价定为多少元时，每个月可获得最大利润？最大的月利润是多少元？
解析：(1)当售价超过 50 元但不超过 80 元，每件商品的售价每上涨 1 元，则每个月少卖 1 件，y=260－x，50≤x≤80，当如果售价超过 80 元后，若再涨价，则每涨 1 元每月少卖 3 件，y=420－3x，80＜x＜140，
(2)由利润=(售价－成本)×销售量列出函数关系式，将解析式配方成顶点式后利用二次函数的性质求解可得.
答案：(1)当 50≤x≤80 时，y=210－(x－50)，即 y=260－x，

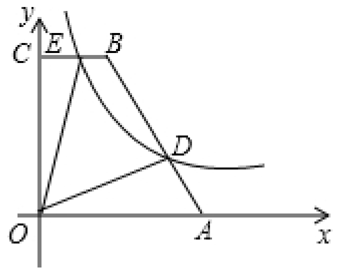
当 80＜x＜140 时，y=210 - (80 - 50) - 3(x - 80)，即 y=420 - 3x.

则 $y=\begin{cases}260-x\ amp;(50\le x\le 80)\\420-3x\ amp;(80<x<140)\end{cases}$；

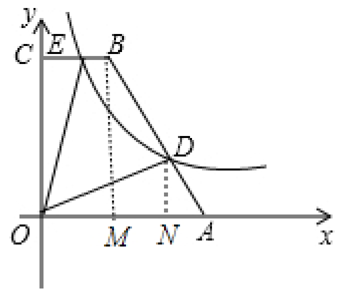
(2)当 50≤x≤80 时，w= - x^2+300x - 10400= - $(x - 150)^2$+12100，
当 x＜150 时，w 随 x 增大而增大，
则当 x=80 时，$w_{最大}$=7200；
当 80＜x≤140 时，w= - $3x^2$+540x - 16800= - $3(x - 90)^2$+7500，
当 x=90 时，$w_{最大}$=7500，
∴x=90 时，W 有最大值 7500 元，
答：每件商品的售价定为 90 元时，每个月可获得最大利润是 7500 元.

23.如图，在四边形 OABC 中，BC∥AO，∠AOC=90°，点 A，B 的坐标分别为(5，0)，(2，6)，点 D 为 AB 上一点，且 $\frac{AD}{BD}=\frac{1}{2}$，双曲线 $y=\frac{k}{x}$ (k＞0)经过点 D，交 BC 于点 E

(1)求双曲线的解析式；
(2)求四边形 ODBE 的面积.



解析：(1)作 BM⊥x 轴于 M，作 DN⊥x 轴于 N，利用点 A，B 的坐标得到 BC=OM=2，BM=OC=6，AM=3，再证明△ADN∽△ABM，利用相似比可计算出 DN=2，AN=1，则 ON=OA - AN=4，得到 D 点坐标为(4，2)，然后把 D 点坐标代入 $y=\frac{k}{x}$ 中求出 k 的值即可得到反比例函数解析式；
(2)根据反比例函数 k 的几何意义和 $S_{四边形ODBE}=S_{梯形OABC}-S_{\triangle OCE}-S_{\triangle OAD}$进行计算.
答案：(1)作 BM⊥x 轴于 M，作 DN⊥x 轴于 N，如图，



∵点 A，B 的坐标分别为(5，0)，(2，6)，
∴BC=OM=2，BM=OC=6，AM=3，
∵DN∥BM，
∴△ADN∽△ABM，

∴ $\frac{DN}{BM}=\frac{AN}{AM}=\frac{AD}{AB}$，即 $\frac{DN}{6}=\frac{AN}{3}=\frac{1}{3}$，

∴DN=2，AN=1，
∴ON=OA - AN=4，
∴D 点坐标为(4，2)，

把 D(4，2)代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 k=2×4=8，

∴反比例函数解析式为 $y=\frac{8}{x}$；

(2)S $_{四边形ODBE}$=S $_{梯形OABC}$ - S$_{\triangle OCE}$ - S$_{\triangle OAD}$

$=\frac{1}{2}\times(2+5)\times6-\frac{1}{2}\times|8|-\frac{1}{2}\times5\times2$

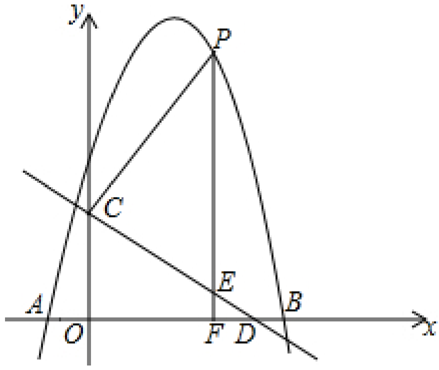
=12.

24.如图，抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A(-1，0)，B(5，0)两点，直线 $y=-\frac{3}{4}x+3$ 与 y 轴交于点 C，与 x 轴交于点 D.点 P 是 x 轴上方抛物线上一动点，过点 P 作 PF⊥x 轴于点 F，交直线 CD 于点 E.

(1)求抛物线的解析式；

(2)若 PE=5EF，点 P 的横坐标是 m，求 m 的值；

(3)若点 E′ 是点 E 关于直线 PC 的对称点，是否存在点 P，使点 E′ 落在 y 轴上？若存在，请直接写出相应的点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



解析：(1)利用待定系数法求出抛物线的解析式；

(2)用含 m 的代数式分别表示出 PE、EF，然后列方程求解；

(3)解题关键是识别出当四边形 PECE′ 是菱形，然后根据 PE=CE 的条件，列出方程求解；当四边形 PECE′ 是菱形不存在时，P 点 y 轴上，即可得到点 P 坐标.

答案：(1)将点 A、B 坐标代入抛物线解析式，得：$\begin{cases}-1-b+c=0\\-25+5b+c=0\end{cases}$

解得 $\begin{cases}b=4\\c=5\end{cases}$，

∴抛物线的解析式为：$y=-x^2+4x+5$.

(2)∵点 P 的横坐标为 m，

∴P(m，$-m^2+4m+5$)，E(m，$-\frac{3}{4}m+3$)，F(m，0).

∴PE=$|y_P-y_E|=|(-m^2+4m+5)-(-\frac{3}{4}m+3)|=|-m^2+\frac{19}{4}m+2|$，

EF=$|y_E-y_F|=|(-\frac{3}{4}m+3)-0|=|-\frac{3}{4}m+3|$.

由题意，PE=5EF，即：$|-m^2+\frac{19}{4}m+2|=5|-\frac{3}{4}m+3|=|-\frac{15}{4}m+15|$

①若 $-m^2+\frac{19}{4}m+2=-\frac{15}{4}m+15$，整理得：$2m^2-17m+26=0$，

解得：m=2 或 $m=\frac{13}{2}$；

②若 $-m^2+\frac{19}{4}m+2=-(-\frac{15}{4}m+15)$，整理得：$m^2-m-17=0$，

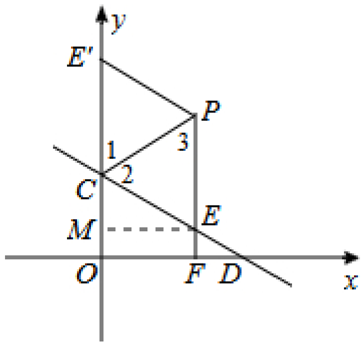
解得：m=$\frac{1+\sqrt{69}}{2}$ 或 m=$\frac{1-\sqrt{69}}{2}$.

由题意，m 的取值范围为：－1<m<5，故 m=$\frac{13}{2}$ 、m=$\frac{1-\sqrt{69}}{2}$ 这两个解均舍去.

∴m=2 或 m=$\frac{1+\sqrt{69}}{2}$.

(3)假设存在.

作出示意图如下：



∵点 E、E′ 关于直线 PC 对称，

∴∠1=∠2，CE=CE′，PE=PE′.

∵PE 平行于 y 轴，∴∠1=∠3，

∴∠2=∠3，∴PE=CE，

∴PE=CE=PE′=CE′，即四边形 PECE′ 是菱形.

当四边形 PECE′ 是菱形存在时，

由直线 CD 解析式 $y=-\frac{3}{4}m+3$，可得 OD=4，OC=3，由勾股定理得 CD=5.

过点 E 作 EM∥x 轴，交 y 轴于点 M，易得△CEM∽△CDO，

∴$\frac{ME}{OD}=\frac{CE}{CD}$，即 $\frac{|m|}{4}=\frac{CE}{5}$，解得 $CE=\frac{5}{4}|m|$，

∴PE=CE=$\frac{5}{4}|m|$，又由(2)可知：PE=|－m^2+$\frac{19}{4}$m+2|

∴$|-m^2+\frac{19}{4}m+2|=\frac{5}{4}|m|$.

①若 $-m^2+\frac{19}{4}m+2=\frac{5}{4}m$，整理得：$2m^2-7m-4=0$，解得 m=4 或 m=$-\frac{1}{2}$；

②若 $-m^2+\frac{19}{4}m+2=-\frac{5}{4}m$，整理得：$m^2-6m-2=0$，解得 $m_1=3+\sqrt{11}$，$m_2=3-\sqrt{11}$.

由题意，m 的取值范围为：－1<m<5，故 m=$3+\sqrt{11}$ 这个解舍去.

当四边形 PECE′ 是菱形这一条件不存在时，

此时 P 点横坐标为 0，E，C，E'三点重合与 y 轴上，也符合题意，

∴P(0，5)

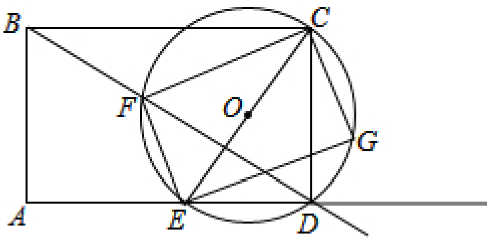
综上所述，存在满足条件的点 P，可求得点 P 坐标为(0，5)，($-\frac{1}{2}$,$\frac{11}{4}$)，(4，5)，($3-\sqrt{11}$,$2\sqrt{11}-3$)

25.如图，矩形 ABCD 的边 AB=3cm，AD=4cm，点 E 从点 A 出发，沿射线 AD 移动，以 CE 为直径作圆 O，点 F 为圆 O 与射线 BD 的公共点，连接 EF、CF，过点 E 作 EG⊥EF，EG 与圆 O 相交于点 G，连接 CG.

(1)试说明四边形 EFCG 是矩形；

(2)当圆 O 与射线 BD 相切时，点 E 停止移动，在点 E 移动的过程中，

①矩形 EFCG 的面积是否存在最大值或最小值？若存在，求出这个最大值或最小值；若不存在，说明理由；
②求点 G 移动路线的长.



解析：(1)只要证到三个内角等于 90° 即可.
(2)易证点 D 在⊙O 上，根据圆周角定理可得∠FCE=∠FDE，从而证到△CFE∽△DAB，根据相似三角形的性质可得到 $S_{矩形EFCG}=2S_{\triangle CFE}=\dfrac{3CF^2}{4}$. 然后只需求出 CF 的范围就可求出 $S_{矩形EFCG}$ 的范围. 根据圆周角定理和矩形的性质可证到∠GDC=∠FDE=定值，从而得到点 G 的移动的路线是线段，只需找到点 G 的起点与终点，求出该线段的长度即可.
答案：(1)证明：如图 1，

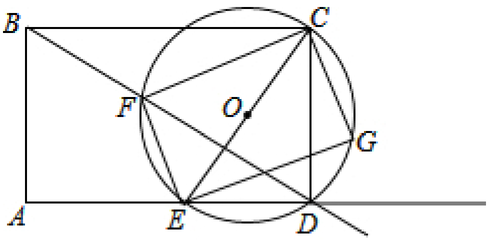


图1

∵CE 为⊙O 的直径，
∴∠CFE=∠CGE=90°.
∵EG⊥EF，
∴∠FEG=90°.
∴∠CFE=∠CGE=∠FEG=90°.
∴四边形 EFCG 是矩形.
(2)①存在.
连接 OD，如图 2①，

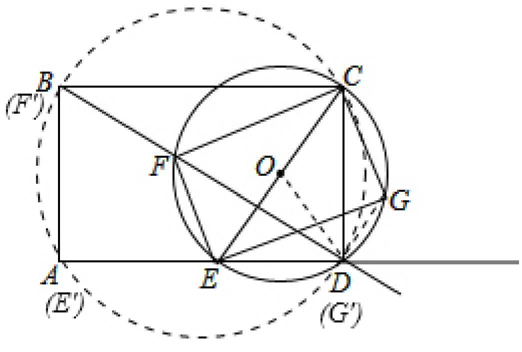


图2①

∵四边形 ABCD 是矩形，
∴∠A=∠ADC=90°.
∵点 O 是 CE 的中点，
∴OD=OC.
∴点 D 在⊙O 上.
∵∠FCE=∠FDE，∠A=∠CFE=90°，
∴△CFE∽△DAB.

$\therefore \frac{S_{\triangle CFE}}{S_{\triangle DAB}}=\left(\frac{CF}{DA}\right)^2$.

∵AD=4，AB=3，

∴BD=5，

$S_{\triangle CFE}=(\frac{CF}{4})^2\cdot S_{\triangle DAB}$

$=\frac{CF^2}{16}\times\frac{1}{2}\times3\times4$

$=\frac{3CF^2}{8}$.

∴$S_{矩形EFCG}=2S_{\triangle CFE}$

$=\frac{3CF^2}{4}$.

∵四边形 EFCG 是矩形，

∴FC∥EG.

∴∠FCE=∠CEG.

∵∠GDC=∠CEG，∠FCE=∠FDE，

∴∠GDC=∠FDE.

∵∠FDE+∠CDB=90°，

∴∠GDC+∠CDB=90°.

∴∠GDB=90°

Ⅰ.当点 E 在点 A(E′)处时，点 F 在点 B(F′)处，点 G 在点 D(G′)处，如图 2①所示.

此时，CF=CB=4.

Ⅱ.当点 F 在点 D(F″)处时，直径 F″G″⊥BD，

如图 2②所示，

此时⊙O 与射线 BD 相切，CF=CD=3.

Ⅲ.当 CF⊥BD 时，CF 最小，

如图 2③所示.

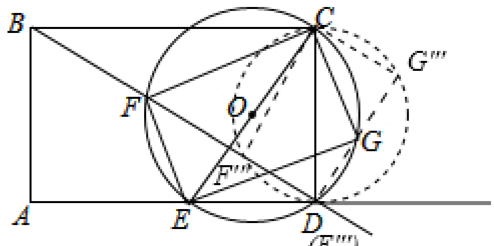


图2③

$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}BC\cdot CD=\frac{1}{2}BD\cdot CF$

∴4×3=5×CF

∴$CF=\frac{12}{5}$.

∴$\frac{12}{5}\leq CF\leq4$.

∵$S_{矩形EFCG}=\frac{3CF^2}{4}$，

$\therefore \frac{3}{4}\times\left(\frac{12}{5}\right)^2\leq S_{矩形EFCG}\leq\frac{3}{4}\times4^2$.

∴$\frac{108}{25}\leq S_{矩形EFCG}\leq12$.

∴矩形 EFCG 的面积最大值为 12，最小值为$\frac{108}{25}$.

②∵∠GDC=∠FDE=定值，点 G 的起点为 D，终点为 G″，如图 2②所示，

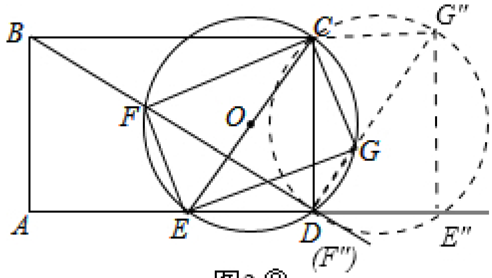


图2②

∴点 G 的移动路线是线段 DG″.

∵∠G″DC=∠BDA，∠DCG″=∠A=90°，

∴△DCG″∽△DAB.

∴$\frac{DC}{DA}=\frac{DG''}{DB}$.

∴$\frac{3}{4}=\frac{DG''}{5}$.

∴DG″=$\frac{15}{4}$.

∴点 G 移动路线的长为$\frac{15}{4}$.