

2016 年湖南省娄底市中考真题数学

一、选择题(本大题共 10 小题，满分 30 分，每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把你认为符合题目要求的选项填涂在答题卡上相应题号下的方框里)

1. 2016 的相反数是()

A. 2016

B. -2016

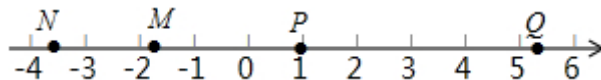
C. $\frac{1}{2016}$

D. $-\frac{1}{2016}$

解析：2016 的相反数是-2016，

答案：B.

2. 已知点 M、N、P、Q 在数轴上的位置如图，则其中对应的数的绝对值最大的点是()



A. M

B. N

C. P

D. Q

解析：∵点 Q 到原点的距离最远，

∴点 Q 的绝对值最大.

答案：D.

3. 下列运算正确的是()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $5a - 2a = 3a^2$

C. $(a^3)^4 = a^{12}$

D. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

解析：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故此选项错误；

B、 $5a - 2a = 3a$ ，故此选项错误；

C、 $(a^3)^4 = a^{12}$ ，正确；

D、 $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ ，故此选项错误；

答案：C.

4. 下列命题中，错误的是()

A. 两组对边分别平行的四边形是平行四边形

B. 有一个角是直角的平行四边形是矩形

C. 有一组邻边相等的平行四边形是菱形

D. 内错角相等

解析：A、两组对边分别平行的四边形是平行四边形，正确.

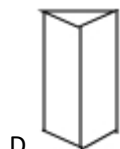
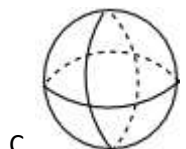
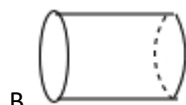
B、有一个角是直角的平行四边形是矩形，正确.

C、有一组邻边相等的平行四边形是菱形，正确.

D、内错角相等，错误，缺少条件两直线平行，内错角相等.

答案：D.

5.下列几何体中，主视图和俯视图都为矩形的是()



解析：A、圆锥的主视图是三角形，俯视图是带圆心的圆，故本选项错误；

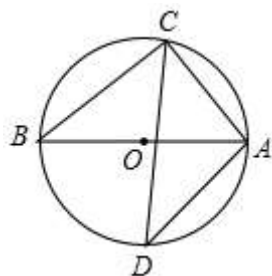
B、圆柱的主视图是矩形、俯视图是矩形，故本选项正确；

C、球的主视图、俯视图都是圆，故本选项错误；

D、三棱柱的主视图为矩形和俯视图为三角形，故本选项错误.

答案：B.

6.如图，已知AB是 $\odot O$ 的直径， $\angle D=40^\circ$ ，则 $\angle CAB$ 的度数为()



A. 20°

B. 40°

C. 50°

D. 70°

解析： $\because \angle D=40^\circ$ ，

$\therefore \angle B=\angle D=40^\circ$.

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAB = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ .$$

答案：C.

7.11 名同学参加数学竞赛初赛，他们的等分互不相同，按从高分录到低分的原则，取前 6 名同学参加复赛，现在小明同学已经知道自己的分数，如果他想知道自己能否进入复赛，那么还需知道所有参赛学生成绩的()

- A.平均数
- B.中位数
- C.众数
- D.方差

解析：由于总共有 11 个人，且他们的分数互不相同，第 6 的成绩是中位数，要判断是否进入前 6 名，故应知道中位数.

答案：B.

8.函数 $y = \frac{\sqrt{x}}{x-2}$ 的自变量 x 的取值范围是()

- A. $x \geq 0$ 且 $x \neq 2$
- B. $x \geq 0$
- C. $x \neq 2$
- D. $x > 2$

解析：由题意得， $x \geq 0$ 且 $x-2 \neq 0$,

解得 $x \geq 0$ 且 $x \neq 2$.

答案：A.

9.“数学是将科学现象升华到科学本质认识的重要工具”，比如在化学中，甲烷的化学式 CH_4 ，乙烷的化学式是 C_2H_6 ，丙烷的化学式是 C_3H_8 ， \dots ，设碳原子的数目为 n (n 为正整数)，则它们的化学式都可以用下列哪个式子来表示()

- A. $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$
- B. C_nH_{2n}
- C. $\text{C}_n\text{H}_{2n-2}$
- D. C_nH_{n+3}

解析：设碳原子的数目为 n (n 为正整数)时，氢原子的数目为 a_n ,

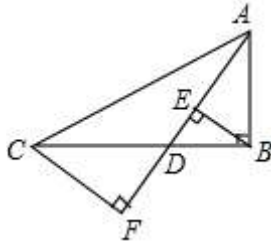
观察，发现规律： $a_1=4=2 \times 1+2$ ， $a_2=6=2 \times 2+2$ ， $a_3=8=2 \times 3+2$ ， \dots ,

$$\therefore a_n = 2n+2.$$

\therefore 碳原子的数目为 n (n 为正整数)时，它的化学式为 $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$.

答案：A.

10.如图，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ，点 D 沿 BC 自 B 向 C 运动(点 D 与点 B 、 C 不重合)，作 $BE \perp AD$ 于 E ， $CF \perp AD$ 于 F ，则 $BE+CF$ 的值()



- A. 不变
- B. 增大
- C. 减小
- D. 先变大再变小

解析：∵ $BE \perp AD$ 于 E ， $CF \perp AD$ 于 F ，

∴ $CF \parallel BE$ ，

∴ $\angle DCF = \angle DBE$ ，设 $CD = a$ ， $DB = b$ ， $\angle DCF = \angle DBE = \alpha$ ，

∴ $CF = DC \cdot \cos \alpha$ ， $BE = DB \cdot \cos \alpha$ ，

∴ $BE + CF = (DB + DC) \cos \alpha = BC \cdot \cos \alpha$ ，

∵ $\angle ABC = 90^\circ$ ，

∴ $0 < \alpha < 90^\circ$ ，

当点 D 从 $B \rightarrow D$ 运动时， α 是逐渐增大的，

∴ $\cos \alpha$ 的值是逐渐减小的，

∴ $BE + CF = BC \cdot \cos \alpha$ 的值是逐渐减小的。

答案：C.

二、填空题(本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分)

11. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $A(1, -2)$ ，则 $k = \underline{\quad}$ 。

解析：∵ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $A(1, -2)$ ，

$$\therefore -2 = \frac{k}{1},$$

解得 $k = -2$ 。

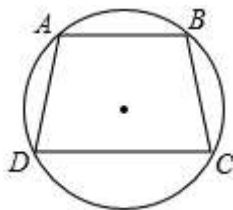
答案：-2.

12. 已知某水库容量约为 112000 立方米，将 112000 用科学记数法表示为 $\underline{\quad}$ 。

解析： $112000 = 1.12 \times 10^5$ ，

答案： 1.12×10^5 。

13. 如图，四边形 $ABCD$ 为 $\odot O$ 的内接四边形，已知 $\angle C = \angle D$ ，则 AB 与 CD 的位置关系是 $\underline{\quad}$ 。



解析：∵四边形 ABCD 为⊙O 的内接四边形，

$$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ$$

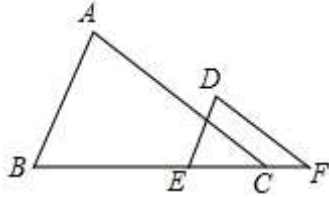
又∵ $\angle C = \angle D$ ，

$$\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ .$$

$$\therefore AB \parallel CD.$$

答案：AB // CD.

14.如图，已知 $\angle A = \angle D$ ，要使 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，还需添加一个条件，你添加的条件是____.(只需写一个条件，不添加辅助线和字母)



解析：∵ $\angle A = \angle D$ ，

∴当 $\angle B = \angle DEF$ 时， $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，

∴AB // DE 时， $\angle B = \angle DEF$ ，

∴添加 AB // DE 时，使 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

答案为：AB // DE.

15.将直线 $y = 2x + 1$ 向下平移 3 个单位长度后所得直线的解析式是_____.

解析：根据平移的规则可知：

直线 $y = 2x + 1$ 向下平移 3 个单位长度后所得直线的解析式为： $y = 2x + 1 - 3 = 2x - 2$.

答案： $y = 2x - 2$.

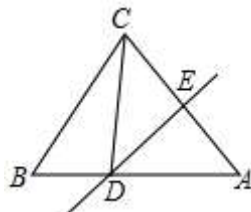
16.从“线段，等边三角形，圆，矩形，正六边形”这五个圆形中任取一个，取到既是轴对称图形又是中心对称图形的概率是_____.

解析：∵在线段、等边三角形、圆、矩形、正六边形这五个图形中，既是中心对称图形又是轴对称图形的有线段、圆、矩形、正六边形，共 4 个，

∴取到的图形既是中心对称图形又是轴对称图形的概率为 $\frac{4}{5}$ ，

答案： $\frac{4}{5}$.

17.如图，将 $\triangle ABC$ 沿直线 DE 折叠，使点 C 与点 A 重合，已知 $AB = 7$ ， $BC = 6$ ，则 $\triangle BCD$ 的周长为_____.



解析：∵将 $\triangle ABC$ 沿直线 DE 折叠后，使得点 A 与点 C 重合，

∴AD = CD，

∵AB=7, BC=6,

∴△BCD的周长=BC+BD+CD=BC+BD+AD=BC+AB=7+6=13.

答案: 13

18. 当 a、b 满足条件 $a > b > 0$ 时, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆. 若

$\frac{x^2}{m+2} + \frac{y^2}{2m-6} = 1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆, 则 m 的取值范围是_____.

解析: ∵ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆, $a > b > 0$,

∴ $\frac{x^2}{m+2} + \frac{y^2}{2m-6} = 1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆,

$$\therefore \begin{cases} 2m-6 > 0 \\ m+2 > 2m-6 \end{cases},$$

解得 $3 < m < 8$,

∴ m 的取值范围是 $3 < m < 8$,

答案: $3 < m < 8$.

三、解答题(本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 满分 12 分)

19. 计算: $(\pi - \sqrt{10})^0 + |\sqrt{2} - 1| + (\frac{1}{2})^{-1} - 2\sin 45^\circ$.

解析: 直接利用特殊角的三角函数值以及绝对值、零指数幂的性质分析得出答案.

答案: $(\pi - \sqrt{10})^0 + |\sqrt{2} - 1| + (\frac{1}{2})^{-1} - 2\sin 45^\circ$

$$= 1 + \sqrt{2} - 1 + 2 - \sqrt{2}$$

= 2.

20. 先化简, 再求值: $(1 - \frac{2}{x-1}) \cdot \frac{x^2 - x}{x^2 - 6x + 9}$, 其中 x 是从 1, 2, 3 中选取的一个合适的数.

解析: 先括号内通分, 然后计算除法, 最后取值时注意使得分式有意义, 最后代入化简即可.

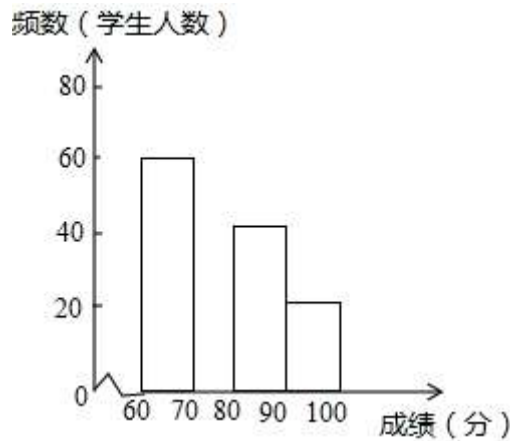
答案: 原式 = $\frac{x-3}{x-1} \cdot \frac{x(x-1)}{(x-3)^2}$

$$= \frac{x}{x-3}.$$

当 x=2 时, 原式 = $\frac{2}{2-3} = -2$.

四、解答题(本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分)

21.在 2016CCTV 英语风采大赛中，娄底市参赛选手表现突出，成绩均不低于 60 分.为了更好地了解娄底赛区的成绩分布情况，随机抽取了其中 200 名学生的成绩(成绩 x 取整数，总分 100 分)作为样本进行了整理，得到如图的两幅不完整的统计图表：



成绩	频数	频率
$60 \leq x < 70$	60	0.30
$70 \leq x < 80$	m	0.40
$80 \leq x < 90$	40	n
$90 \leq x \leq 100$	20	0.10

根据所给信息，解答下列问题：

(1)在表中的频数分布表中， $m=$ ____， $n=$ _____.

(2)请补全图中的频数分布直方图.

(3)按规定，成绩在 80 分以上(包括 80 分)的选手进入决赛.若娄底市共有 4000 人参赛，请估计约有多少人进入决赛？

解析：(1)用抽查的总人数乘以成绩在 $70 \leq x < 80$ 段的人数所占的百分比求出 m ；用成绩在 $80 \leq x < 90$ 段的频数除以总人数即可求出 n ；

(2)根据(1)求出的 m 的值，直接补全频数分布直方图即可；

(3)用娄底市共有的人数乘以 80 分以上(包括 80 分)所占的百分比，即可得出答案.

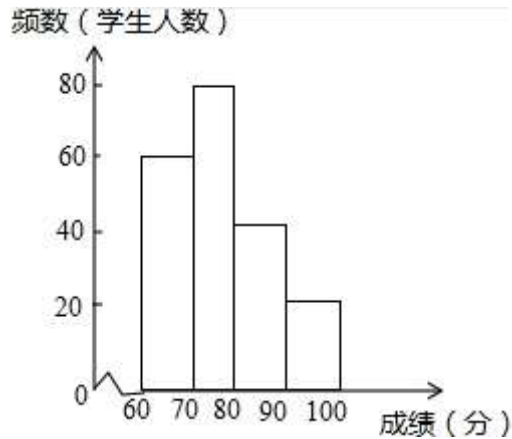
答案：(1)根据题意得：

$$m=200 \times 0.40=80(\text{人}),$$

$$n=40 \div 200=0.20;$$

答案：80，0.20；

(2)根据(1)可得： $70 \leq x < 80$ 的人数有 80 人，补图如下：



(3)根据题意得:

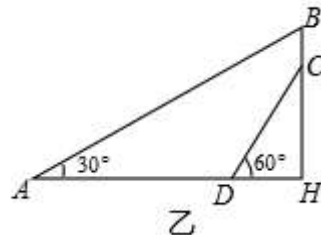
$$4000 \times (0.20 + 0.10) = 1200 (\text{人}).$$

答: 估计约有 1200 人进入决赛.

22. 芜湖长江大桥是中国跨度最大的公路和铁路两用桥梁, 大桥采用低塔斜拉桥桥型(如甲图), 图乙是从图甲引申出的平面图, 假设你站在桥上测得拉索 AB 与水平桥面的夹角是 30° , 拉索 CD 与水平桥面的夹角是 60° , 两拉索顶端的距离 BC 为 2 米, 两拉索底端距离 AD 为 20 米, 请求出立柱 BH 的长.(结果精确到 0.1 米, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



甲



乙

解析: 设 $DH=x$ 米, 由三角函数得出 $CH = \sqrt{3}x$, 得出 $BH = BC + CH = 2 + \sqrt{3}x$, 求出

$AH = \sqrt{3}BH = 2\sqrt{3} + 3x$, 由 $AH = AD + DH$ 得出方程, 解方程求出 x , 即可得出结果.

答案: 设 $DH=x$ 米,

$$\because \angle CDH = 60^\circ, \angle H = 90^\circ,$$

$$\therefore CH = DH \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3}x,$$

$$\therefore BH = BC + CH = 2 + \sqrt{3}x,$$

$$\because \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore AH = \sqrt{3}BH = 2\sqrt{3} + 3x,$$

$$\because AH = AD + DH,$$

$$\therefore 2\sqrt{3} + 3x = 20 + x,$$

$$\text{解得: } x = 10 - \sqrt{3},$$

$$\therefore BH = 2 + \sqrt{3}(10 - \sqrt{3}) = 10\sqrt{3} - 1 \approx 16.3(\text{米}).$$

答：立柱 BH 的长约为 16.3 米.

五、解答题(本大题共 2 小题，每小题 9 分，满分 18 分)

23. 甲、乙两同学的家与学校的距离均为 3000 米. 甲同学先步行 600 米，然后乘公交车去学校、乙同学骑自行车去学校. 已知甲步行速度是乙骑自行车速度的 $\frac{1}{2}$ ，公交车的速度是乙骑自行车速度的 2 倍. 甲乙两同学同时从家去学校，结果甲同学比乙同学早到 2 分钟.

(1) 求乙骑自行车的速度；

(2) 当甲到达学校时，乙同学离学校还有多远？

解析：(1) 设乙骑自行车的速度为 x 米/分钟，则甲步行速度是 $\frac{1}{2}x$ 米/分钟，公交车的速度是 $2x$ 米/分钟，

根据题意列方程即可得到结论；

(2) $300 \times 2 = 600$ 米即可得到结果.

答案：(1) 设乙骑自行车的速度为 x 米/分钟，则甲步行速度是 $\frac{1}{2}x$ 米/分钟，公交车的速度是 $2x$ 米/分钟，

$$\text{根据题意得 } \frac{600}{\frac{1}{2}x} + \frac{3000 - 600}{2x} = \frac{3000}{x} - 2,$$

解得： $x = 300$ 米/分钟，

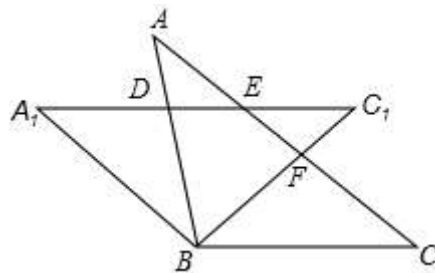
经检验 $x = 300$ 是方程的根，

答：乙骑自行车的速度为 300 米/分钟；

(2) $\because 300 \times 2 = 600$ 米，

答：当甲到达学校时，乙同学离学校还有 600 米.

24. 如图，将等腰 $\triangle ABC$ 绕顶点 B 逆时针方向旋转 α 度到 $\triangle A_1B_1C_1$ 的位置，AB 与 A_1C_1 相交于点 D，AC 与 A_1C_1 、 BC_1 分别交于点 E、F.



(1) 求证： $\triangle BCF \cong \triangle BA_1D$.

(2) 当 $\angle C = \alpha$ 度时，判定四边形 A_1BCE 的形状并说明理由.

解析：(1) 根据等腰三角形的性质得到 $AB = BC$ ， $\angle A = \angle C$ ，由旋转的性质得到 $A_1B = AB = BC$ ， $\angle A = \angle A_1 = \angle C$ ， $\angle A_1BD = \angle CBC_1$ ，根据全等三角形的判定定理得到 $\triangle BCF \cong \triangle BA_1D$ ；

(2) 由旋转的性质得到 $\angle A_1 = \angle A$ ，根据平角的定义得到 $\angle DEC = 180^\circ - \alpha$ ，根据四边形的内角和得到 $\angle ABC = 360^\circ - \angle A_1 - \angle C - \angle A_1EC = 180^\circ - \alpha$ ，证得四边形 A_1BCE 是平行四边形，由于

$A_1B=BC$ ，即可得到四边形 A_1BCE 是菱形.

答案：(1)证明：∵ $\triangle ABC$ 是等腰三角形，

∴ $AB=BC$ ， $\angle A=\angle C$ ，

∴ 将等腰 $\triangle ABC$ 绕顶点 B 逆时针方向旋转 α 度到 $\triangle A_1B_1C_1$ 的位置，

∴ $A_1B=AB=BC$ ， $\angle A=\angle A_1=\angle C$ ， $\angle A_1BD=\angle CBC_1$ ，

在 $\triangle BCF$ 与 $\triangle BA_1D$ 中，

$$\begin{cases} \angle A_1 = \angle C \\ A_1B = BC \\ \angle A_1BD = \angle CBF \end{cases},$$

∴ $\triangle BCF \cong \triangle BA_1D$;

(2)解：四边形 A_1BCE 是菱形，

∴ 将等腰 $\triangle ABC$ 绕顶点 B 逆时针方向旋转 α 度到 $\triangle A_1B_1C_1$ 的位置，

∴ $\angle A_1 = \angle A$ ，

∴ $\angle ADE = \angle A_1DB$ ，

∴ $\angle AED = \angle A_1BD = \alpha$ ，

∴ $\angle DEC = 180^\circ - \alpha$ ，

∴ $\angle C = \alpha$ ，

∴ $\angle A_1 = \alpha$ ，

∴ $\angle ABC = 360^\circ - \angle A_1 - \angle C - \angle A_1EC = 180^\circ - \alpha$ ，

∴ $\angle A_1 = \angle C$ ， $\angle A_1BC = \angle AEC$ ，

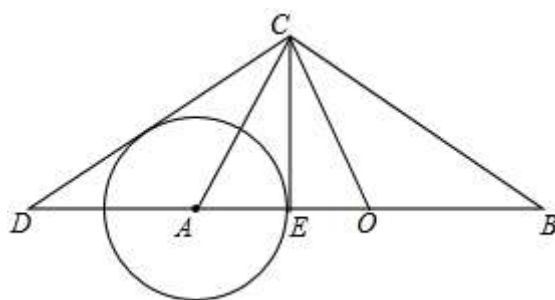
∴ 四边形 A_1BCE 是平行四边形，

∴ $A_1B=BC$ ，

∴ 四边形 A_1BCE 是菱形.

六、解答题(本大题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分)

25. 如图所示，在 $Rt\triangle ABC$ 与 $Rt\triangle OCD$ 中， $\angle ACB = \angle DCO = 90^\circ$ ， O 为 AB 的中点.



(1)求证： $\angle B = \angle ACD$.

(2)已知点 E 在 AB 上，且 $BC^2 = AB \cdot BE$.

(i)若 $\tan \angle ACD = \frac{3}{4}$ ， $BC=10$ ，求 CE 的长；

(ii)试判定 CD 与以 A 为圆心、 AE 为半径的 $\odot A$ 的位置关系，并请说明理由.

解析：(1)因为 $\angle ACB = \angle DCO = 90^\circ$ ，所以 $\angle ACD = \angle OCB$ ，又因为点 O 是 $Rt\triangle ACB$ 中斜边 AB 的中点，所以 $OC=OB$ ，所以 $\angle OCB = \angle B$ ，利用等量代换可知 $\angle ACD = \angle B$ ；

(2)(i)因为 $BC^2 = AB \cdot BE$ ，所以 $\triangle ABC \sim \triangle CBE$ ，所以 $\angle ACB = \angle CEB = 90^\circ$ ，因为 $\tan \angle ACD = \tan$

∠B，利用勾股定理即可求出 CE 的值；

(ii)过点 A 作 $AF \perp CD$ 于点 F，易证 $\angle DCA = \angle ACE$ ，所以 CA 是 $\angle DCE$ 的平分线，所以 $AF = AE$ ，所以直线 CD 与 $\odot A$ 相切。

答案：(1) $\because \angle ACB = \angle DCO = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ACB - \angle ACO = \angle DCO - \angle ACO$ ，

即 $\angle ACD = \angle OCB$ ，

又 \because 点 O 是 AB 的中点，

$\therefore OC = OB$ ，

$\therefore \angle OCB = \angle B$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle B$ ，

(2)(i) $\because BC^2 = AB \cdot BE$ ，

$\therefore \frac{BC}{AB} = \frac{BE}{BC}$ ，

$\because \angle B = \angle B$ ，

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CBE$ ，

$\therefore \angle ACB = \angle CEB = 90^\circ$ ，

$\because \angle ACD = \angle B$ ，

$\therefore \tan \angle ACD = \tan \angle B = \frac{3}{4}$ ，

设 $BE = 4x$ ， $CE = 3x$ ，

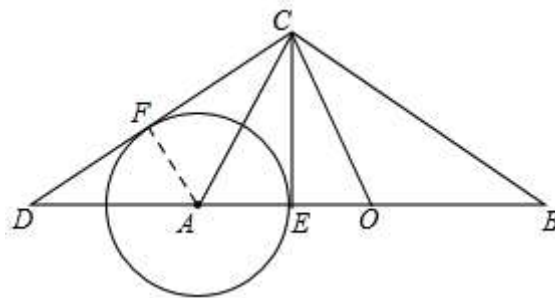
由勾股定理可知： $BE^2 + CE^2 = BC^2$ ，

$\therefore (4x)^2 + (3x)^2 = 100$ ，

\therefore 解得 $x = 2$ ，

$\therefore CE = 6$ ；

(ii)过点 A 作 $AF \perp CD$ 于点 F，



$\because \angle CEB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle B + \angle ECB = 90^\circ$ ，

$\because \angle ACE + \angle ECB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle B = \angle ACE$ ，

$\because \angle ACD = \angle B$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle ACE$ ，

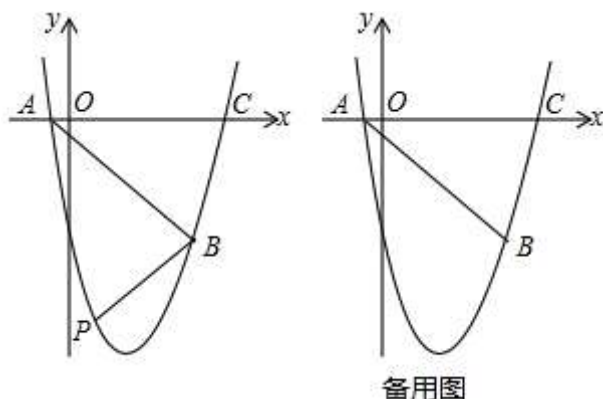
\therefore CA 平分 $\angle DCE$ ，

$\because AF \perp CE$ ， $AE \perp CE$ ，

$\therefore AF = AE$ ，

∴直线 CD 与 ⊙A 相切.

26.如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ (a 、 b 、 c 为常数, $a \neq 0$) 经过点 $A(-1, 0)$, $B(5, -6)$, $C(6, 0)$.



(1)求抛物线的解析式;

(2)如图, 在直线 AB 下方的抛物线上是否存在点 P 使四边形 PACB 的面积最大? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(3)若点 Q 为抛物线的对称轴上的一个动点, 试指出 $\triangle QAB$ 为等腰三角形的点 Q 一共有几个? 并请求出其中某一个点 Q 的坐标.

解析: (1)抛物线经过点 $A(-1, 0)$, $B(5, -6)$, $C(6, 0)$, 可利用两点式法设抛物线的解析式为 $y=a(x+1)(x-6)$, 代入 $B(5, -6)$ 即可求得函数的解析式;

(2)作辅助线, 将四边形 PACB 分成三个图形, 两个三角形和一个梯形, 设 $P(m, m^2-5m-6)$, 四边形 PACB 的面积为 S, 用字母 m 表示出四边形 PACB 的面积 S, 发现是一个二次函数, 利用顶点坐标求极值, 从而求出点 P 的坐标.

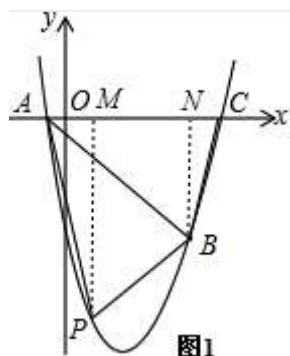
(3)分三种情况画图: ①以 A 为圆心, AB 为半径画弧, 交对称轴于 Q_1 和 Q_4 , 有两个符合条件的 Q_1 和 Q_4 ; ②以 B 为圆心, 以 BA 为半径画弧, 也有两个符合条件的 Q_2 和 Q_5 ; ③作 AB 的垂直平分线交对称轴于一点 Q_3 , 有一个符合条件的 Q_3 ; 最后利用等腰三角形的腰相等, 利用勾股定理列方程求出 Q_3 坐标.

答案: (1)设 $y=a(x+1)(x-6)$ ($a \neq 0$),
把 $B(5, -6)$ 代入: $a(5+1)(5-6)=-6$,
 $a=1$,

∴ $y=(x+1)(x-6)=x^2-5x-6$;

(2)存在,

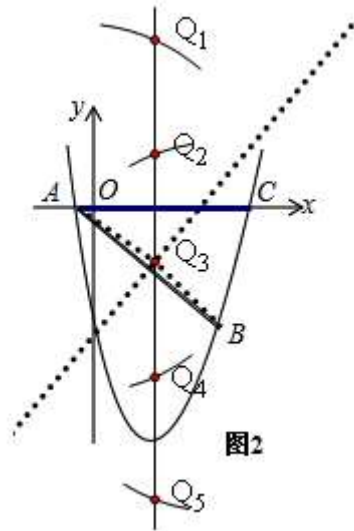
如图 1, 分别过 P、B 向 x 轴作垂线 PM 和 BN, 垂足分别为 M、N,



设 $P(m, m^2-5m-6)$, 四边形 PACB 的面积为 S,

则 $PM=-m^2+5m+6$, $AM=m+1$, $MN=5-m$, $CN=6-5=1$, $BN=5$,

$\therefore S = S_{\triangle AMP} + S_{\text{梯形 PMNB}} + S_{\triangle BNC}$
 $= \frac{1}{2}(-m^2 + 5m + 6)(m + 1) + \frac{1}{2}(6 - m^2 + 5m + 6)(5 - m) + \frac{1}{2} \times 1 \times 6$
 $= -3m^2 + 12m + 36$
 $= -3(m - 2)^2 + 48,$
 当 $m = 2$ 时, S 有最大值为 48 , 这时 $m^2 - 5m - 6 = 2^2 - 5 \times 2 - 6 = -12,$
 $\therefore P(2, -12),$
 (3) 这样的 Q 点一共有 5 个, 连接 Q_3A 、 Q_3B ,



$$y = x^2 - 5x - 6 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{49}{4};$$

因为 Q_3 在对称轴上, 所以设 $Q_3\left(\frac{5}{2}, y\right),$

$\therefore \triangle Q_3AB$ 是等腰三角形, 且 $Q_3A = Q_3B,$

由勾股定理得: $\left(\frac{5}{2} + 1\right)^2 + y^2 = \left(\frac{5}{2} - 5\right)^2 + (y + 6)^2,$

$$y = -\frac{5}{2},$$

$$\therefore Q_3\left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}\right).$$