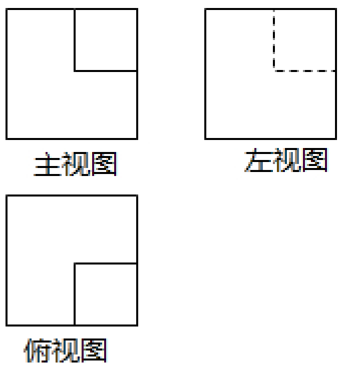
2018年河南省信阳市中考一模试卷数学

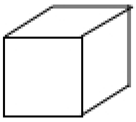
一、选择题(每小题3分，共30分，每小题只有一个选项是符合题目要求的)

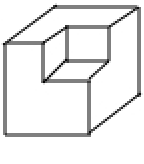
1.-2^3的相反数是(　　)
A.-8
B.8
C.-6
D.6
解析：$-2^3=-8$，-8的相反数是8，∴-2^3的相反数是8.
答案：B

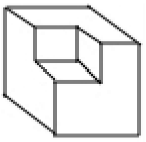
2.碳纳米管的硬度与金刚石相当，却拥有良好的柔韧性，可以拉伸，我国某物理所研究组已研制出直径为0.5纳米的碳纳米管，1纳米=0.000000001米，则0.5纳米用科学记数法表示为(　　)
A.0.5×10^{-9}米
B.5×10^{-8}米
C.5×10^{-9}米
D.5×10^{-10}米
解析：0.5纳米=0.5×0.000 000 001米=0.000 000 000 5米.小于1的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为$a\times10^{-n}$，在本题中a为5，n为5前面0的个数.
0.5纳米=0.5×0.000 000 001米=0.000 000 000 5米=5×10^{-10}米.
答案：D

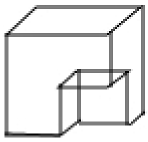
3.如图是一个几何体的三视图，则这个几何体是(　　)



A.

B.

C. 

D. 

解析：结合三个视图发现，应该是由一个正方体在一个角上挖去一个小正方体，且小正方体的位置应该在右上角.

答案：B

4.下列计算正确的是(　　)

A. $a^6 \div a^2 = a^3$

B. $a \cdot a^4 = a^4$

C. $(a^3)^4 = a^7$

D. $(-2a)^{-2} = \frac{1}{4a^2}$

解析：A、$a^6 \div a^2 = a^4$，故此选项错误；

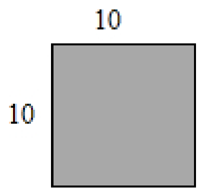
B、$a \cdot a^4 = a^5$，故此选项错误；

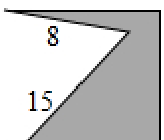
C、$(a^3)^4 = a^{12}$，故此选项错误；

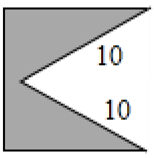
D、$(-2a)^{-2} = \frac{1}{4a^2}$，故此选项正确.

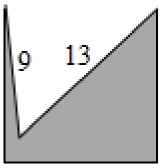
答案：D

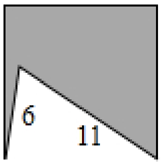
5.如图是边长为10cm的正方形铁片，过两个顶点剪掉一个三角形，以下四种剪法中，裁剪线长度所标的数据(单位：cm)不正确的是(　　)



A. 

B. 

C. 

D. 

解析：选项 A 不正确.理由正方形的边长为 10，所以对角线=10$\sqrt{2}$ ≈14，

因为 15＞14，所以这个图形不可能存在.

答案：A

6.某专卖店专营某品牌的衬衫，店主对上一周中不同尺码的衬衫销售情况统计如下：

尺码	39	40	41	42	43
平均每天销售数量/件	10	12	20	12	12

该店主决定本周进货时，增加了一些 41 码的衬衫，影响该店主决策的统计量是(　　)

A.平均数

B.方差

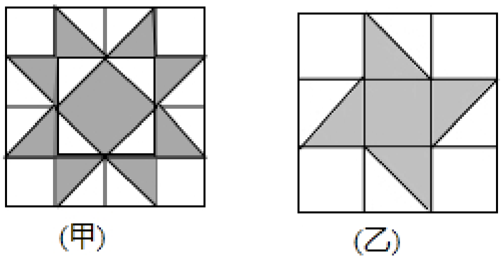
C.众数

D.中位数

解析：由于众数是数据中出现次数最多的数，故影响该店主决策的统计量是众数.

答案：C

7.如图，有甲、乙两种地板样式，如果小球分别在上面自由滚动，设小球在甲种地板上最终停留在黑色区域的概率为 P1，在乙种地板上最终停留在黑色区域的概率为 P2，则(　　)



A.P_1＞P_2

B.P_1＜P_2

C.P_1=P_2

D.以上都有可能

解析：由图甲可知，黑色方砖 6 块，共有 16 块方砖，

∴黑色方砖在整个地板中所占的比值=$\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$，

∴在甲种地板上最终停留在黑色区域的概率为 P_1 是 $\frac{3}{8}$，

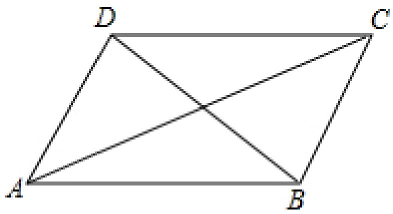
由图乙可知，黑色方砖 3 块，共有 9 块方砖，

∴黑色方砖在整个地板中所占的比值=$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$，

∴在乙种地板上最终停留在黑色区域的概率为 P_2 是 13，∵$\frac{3}{8}>\frac{1}{3}$，∴$P_1>P_2$.

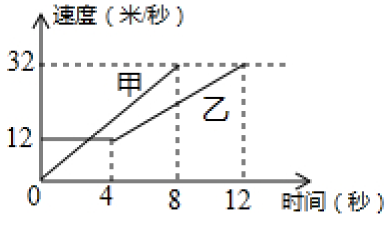
答案：A

8.小明在学习了正方形之后，给同桌小文出了道题，从下列四个条件：①AB=BC，②∠ABC=90°，③AC=BD，④AC⊥BD 中选两个作为补充条件，使-ABCD 为正方形(如图)，现有下列四种选法，你认为其中错误的是(　　)



A.①②
B.②③
C.①③
D.②④
解析：A、∵四边形 ABCD 是平行四边形，
当①AB=BC 时，平行四边形 ABCD 是菱形，
当②∠ABC=90°时，菱形 ABCD 是正方形，故此选项正确，不合题意；
B、∵四边形 ABCD 是平行四边形，∴当②∠ABC=90°时，平行四边形 ABCD 是矩形，
当 AC=BD 时，这是矩形的性质，无法得出四边形 ABCD 是正方形，故此选项错误，符合题意；
C、∵四边形 ABCD 是平行四边形，
当①AB=BC 时，平行四边形 ABCD 是菱形，
当③AC=BD 时，菱形 ABCD 是正方形，故此选项正确，不合题意；
D、∵四边形 ABCD 是平行四边形，∴当②∠ABC=90°时，平行四边形 ABCD 是矩形，
当④AC⊥BD 时，矩形 ABCD 是正方形，故此选项正确，不合题意.
答案：B

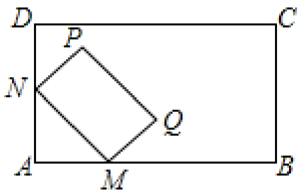
9.如图是甲、乙两车在某时段速度随时间变化的图象，下列结论错误的是(　　)



A.乙前 4 秒行驶的路程为 48 米

B.在 0 到 8 秒内甲的速度每秒增加 4 米/秒
C.两车到第 3 秒时行驶的路程相同
D.在 4 到 8 秒内甲的速度都大于乙的速度
解析：A、根据图象可得，乙前 4 秒的速度不变，为 12 米/秒，则行驶的路程为 12×4=48 米，故 A 正确；
B、根据图象得：在 0 到 8 秒内甲的速度是一条过原点的直线，即甲的速度从 0 均匀增加到 32 米/秒，则每秒增加 $\frac{32}{8}$=4 米秒/，故 B 正确；
C、由于甲的图象是过原点的直线，斜率为 4，所以可得 v=4t(v、t 分别表示速度、时间)，将 v=12m/s 代入 v=4t 得 t=3s，则 t=3s 前，甲的速度小于乙的速度，所以两车到第 3 秒时行驶的路程不相等，故 C 错误；
D、在 4 至 8 秒内甲的速度图象一直在乙的上方，所以甲的速度都大于乙的速度，故 D 正确；
由于该题选择错误的.
答案：C

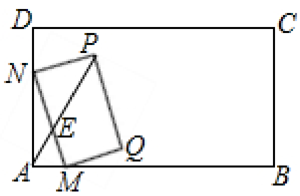
10.如图，将矩形 MNPQ 放置在矩形 ABCD 中，使点 M，N 分别在 AB，AD 边上滑动，若 MN=6，PN=4，在滑动过程中，点 A 与点 P 的距离 AP 的最大值为(　　)



A.4

B.$2\sqrt{13}$

C.7
D.8
解析：如图所示，取 MN 中点 E，当点 A、E、P 三点共线时，AP 最大，



在 Rt△PNE 中，PN=4，NE=$\frac{1}{2}$MN=3，

根据勾股定理得：PE=$\sqrt{3^2+4^2}$=5，在 Rt△AMN 中，AE 为斜边 MN 上的中线，

∴AE=$\frac{1}{2}$MN=3，则 AP 的最大值为 AE+EP=5+3=8.
答案：D

二、填空(每小题 3 分，共 15 分)

11.分解因式：x^2y-xy^2=________.

解析：找到公因式 xy，直接提取可得.

原式=xy(x-y).

答案：xy(x-y)

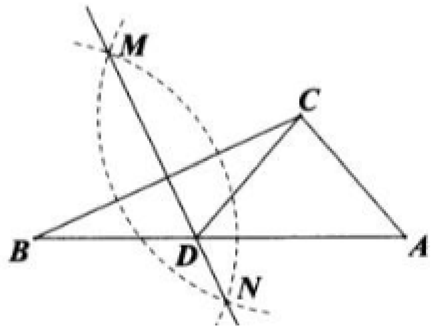
12.不等式组$\begin{cases} x-2\le 0, \\ \dfrac{x-1}{2}<x \end{cases}$的最小整数解是________.

解析：$\begin{cases} x-2\le 0① , \\ x-\dfrac{1}{2}<x② , \end{cases}$由不等式①，得 x≤2，由不等式②，得 x＞-1

故原不等式组解集是-1＜x≤2，∴不等式组$\begin{cases} x-2\le 0, \\ \dfrac{x-1}{2}<x \end{cases}$的最小整数解是 x=0.

答案：x=0

13.如图，在已知的△ABC 中，按以下步骤作图：

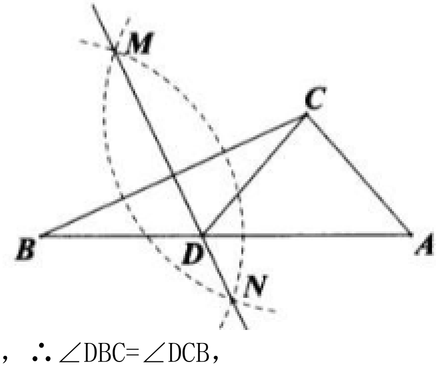


①分别以 B，C 为圆心，以大于$\dfrac{1}{2}$BC 的长为半径作弧，两弧相交于两点 M，N;

②作直线 MN 交 AB 于点 D，连接 CD.

若 CD=AC，∠A=50°，则∠ACB=________.

解析：如图所示：



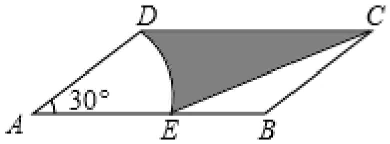
∵MN 垂直平分 BC，∴CD=BD，∴∠DBC=∠DCB，

∵CD=AC，∠A=50°，∴∠CDA=∠A=50°，

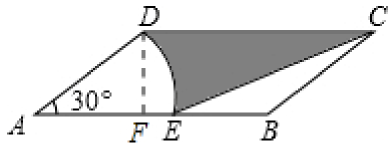
∵∠CDA=∠DBC+∠DCB，∴∠DCB=∠DBC=25°，∠DCA=180°-∠CDA-∠A=80°，

∴∠ACB=∠CDB+∠ACD=25°+80°=105°.
答案：105°

14.如图，在平行四边形 ABCD 中，AD=2，AB=4，∠A=30°，以点 A 为圆心，AD 的长为半径画弧交 AB 于点 E，连接 CE，则阴影部分的面积是______(结果保留π).



解析：过 D 点作 DF⊥AB 于点 F.

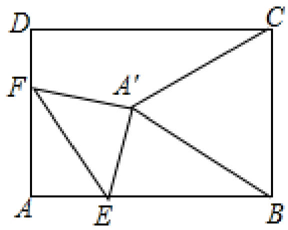


∵AD=2，AB=4，∠A=30°，∴DF=AD•sin30°=1，EB=AB-AE=2，

∴阴影部分的面积：$4\times1-\dfrac{30\times\pi\times2^2}{360}-2\times1\div2=4-\dfrac{1}{3}\pi-1=3-\dfrac{1}{3}\pi$.

答案：$3-\dfrac{1}{3}\pi$

15.如图，在矩形 ABCD 中，AB=8，AD=6，点 E 为 AB 上一点，AE=$2\sqrt{3}$，点 F 在 AD 上，将△AEF 沿 EF 折叠，当折叠后点 A 的对应点 A′ 恰好落在 BC 的垂直平分线上时，折痕 EF 的长为______.



解析：①当 AF＜$\dfrac{1}{2}$AD 时，如图 1，将△AEF 沿 EF 折叠，当折叠后点 A 的对应点 A′ 恰好落在 BC 的垂直平分线上，则 A′E=AE=$2\sqrt{3}$，AF=A′F，∠FA′E=∠A=90°，

设 MN 是 BC 的垂直平分线，则 AM=$\dfrac{1}{2}$AD=3，

过 E 作 EH⊥MN 于 H，则四边形 AEHM 是矩形，

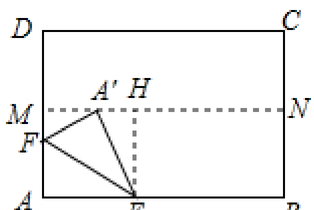


图1

∴MH=AE=2$\sqrt{3}$，∵A′H=$\sqrt{A'E^2-HE^2}=\sqrt{3}$，∴A′M=$\sqrt{3}$，

∵$MF^2+A'M^2=A'F^2$，∴$(3-AF)^2+(\sqrt{3})^2=AF^2$，∴AF=2，∴EF=$\sqrt{AF^2+AE^2}$=4;

②当 AF＞$\frac{1}{2}$AD 时，如图 2，将△AEF 沿 EF 折叠，当折叠后点 A 的对应点 A′ 恰好落在 BC 的垂直平分线上，

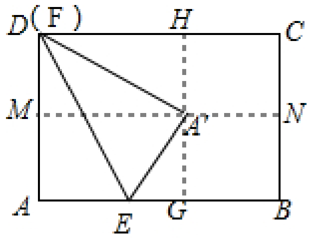


图2

则 A′E=AE=2$\sqrt{3}$，AF=A′F，∠FA′E=∠A=90°，

设 MN 是 BC 的垂直平分线，过 A′ 作 HG∥BC 交 AB 于 G，交 CD 于 H，
则四边形 AGHD 是矩形，∴DH=AG，HG=AD=6，

∴A′H=A′G•$\frac{1}{2}$HG=3，∴EG=$\sqrt{A'E^2-A'G^2}=\sqrt{3}$，∴DH=AG=AE+EG=3$\sqrt{3}$，

∴A′F=$\sqrt{HF^2+A'H^2}$=6，∴EF=$\sqrt{A'E^2+A'F^2}=4\sqrt{3}$，

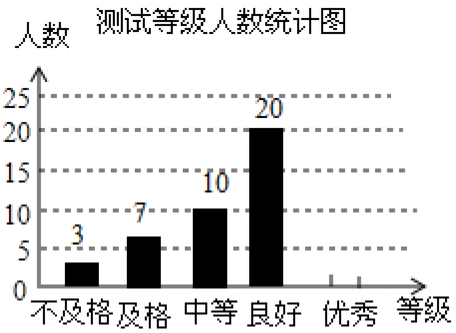
综上所述，折痕 EF 的长为 4 或 4$\sqrt{3}$.

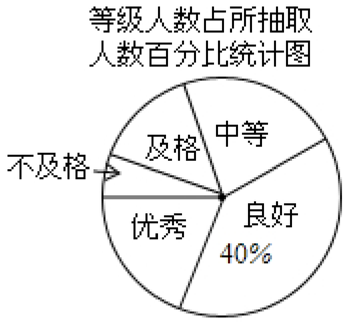
答案：4 或 4$\sqrt{3}$

三、解答题(本大题共 8 小题，共 75 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

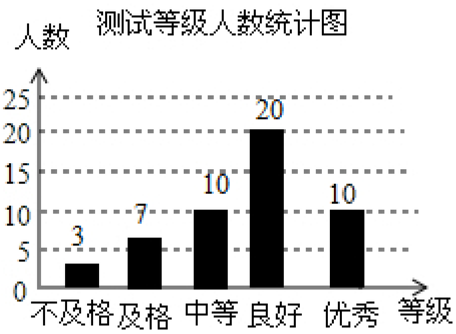
16.化简并求值：$(m+1)^2+(m+1)(m-1)$，其中 m 是方程 $x^2+x-1=0$ 的一个根.
解析：利用完全平方公式和平方差公式展开后合并同类项即可化简，再根据方程的解得概念得出 $m^2+m=1$，代入计算可得.
答案：原式=$m^2+2m+1+m^2-1=2m^2+2m$，
∵m 是方程 $x^2+x-1=0$ 的一个根，∴$m^2+m-1=0$，即 $m^2+m=1$，则原式=$2(m^2+m)=2$.

17.某中学初二年级抽取部分学生进行跳绳测试.并规定：每分钟跳 90 次以下的为不及格；每分钟跳 90～99 次的为及格；每分钟跳 100～109 次的为中等；每分钟跳 110～119 次的为良好；每分钟跳 120 次及以上的为优秀.测试结果整理绘制成如下两幅不完整的统计图.请根据图中信息，解答下列各题：





(1)参加这次跳绳测试的共有_________人;
(2)补全条形统计图;
(3)在扇形统计图中,“中等”部分所对应的圆心角的度数是_________;
(4)如果该校初二年级的总人数是 480 人,根据此统计数据,请你估算该校初二年级跳绳成绩为“优秀”的人数.
解析:(1)利用条形统计图以及扇形统计图得出良好的人数和所占比例,即可得出全班人数;
(2)利用(1)中所求,结合条形统计图得出优秀的人数,进而求出答案;
(3)利用中等的人数,进而得出“中等”部分所对应的圆心角的度数;
(4)利用样本估计总体进而利用“优秀”所占比例求出即可.
答案:(1)由扇形统计图和条形统计图可得:参加这次跳绳测试的共有:20÷40%=50(人);
(2)由(1)的优秀的人数为:50-3-7-10-20=10,如图所示:

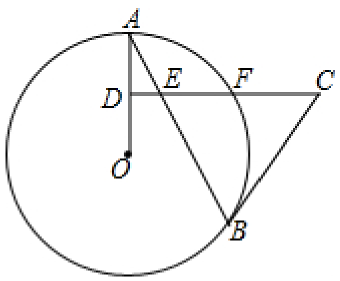


(3)“中等”部分所对应的圆心角的度数是:$\frac{10}{50}\times 360^\circ=72^\circ$.

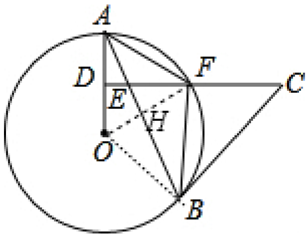
(4)该校初二年级跳绳成绩为“优秀”的人数为:$480\times\frac{10}{50}=96$(人).

答:该校初二年级跳绳成绩为“优秀”的人数为 96 人.

18.如图,AB 是⊙O 的弦,D 为半径 OA 的中点,过 D 作 CD⊥OA 交弦 AB 于点 E,交⊙O 于点 F,且 CE=CB.



(1)求证：BC 是⊙O 的切线；
(2)连接 AF，BF，求∠ABF 的度数.
解析：(1)连结 OB，如图，由 CE=CB 得到∠CBE=∠CEB，由 CD⊥OA 得到∠DAE+∠AED=90°，利用对顶角相等得∠CEB=∠AED，则∠DAE+∠CBE=90°，加上∠OAB=∠OBA，所以∠OBA+∠CBE=90°，然后根据切线的判定定理即可得到 BC 是⊙O 的切线；
(2)连结 OF，OF 交 AB 于 H，如图，由 DF⊥OA，AD=OD，根据等腰三角形的判定得 FA=FO，而 OF=OA，所以△OAF 为等边三角形，则∠AOF=60°，于是根据圆周角定理得∠ABF=$\frac{1}{2}$∠AOF=30°.
答案：(1)连结 OB，如图，



∵CE=CB，∴∠CBE=∠CEB，
∵CD⊥OA，∴∠DAE+∠AED=90°，而∠CEB=∠AED，∴∠DAE+∠CBE=90°，
∵OA=OB，∴∠OAB=∠OBA，∴∠OBA+∠CBE=90°，即∠OBC=90°，
∴OB⊥BC，∴BC 是⊙O 的切线；
(2)连结 OF，OF 交 AB 于 H，如图，
∵DF⊥OA，AD=OD，∴FA=FO，而 OF=OA，
∴△OAF 为等边三角形，∴∠AOF=60°，∴∠ABF=$\frac{1}{2}$∠AOF=30°.

19.共享单车被誉为“新四大发明”之一，如图 1 所示是某公司 2017 年向信阳市场提供一种共享自行车的实物图，车架档 AC 与 CD 的长分别为 45cm，60cm，AC⊥CD，座杆 CE 的长为 20cm，点 A，C，E 在同一条直线上，且∠CAB=75°，如图 2.

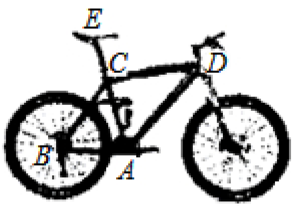


图1

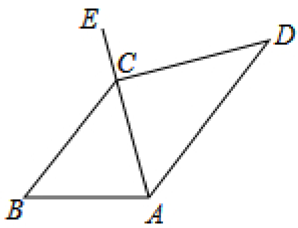


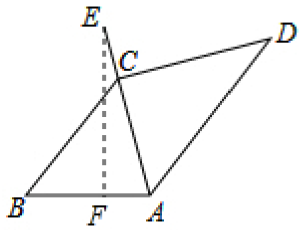
图2

(1)求车架档 AD 的长；
(2)求车座点 E 到车架档 AB 的距离.(结果精确到 1cm，参考数据：sin75°=0.9659，cos75°=0.2588，tan75°=3.7321)
解析：(1)根据 AC、CD 和 AC⊥CD 可以求得 AD 的长；
(2)根据 AC、CE 和∠EAF 的度数可以求得 EF 的长.
答案：(1)∵AC⊥CD，AC=45cm，CD=60cm，

∴AD=$\sqrt{AC^2+CD^2}=\sqrt{45^2+60^2}$=75(cm)，

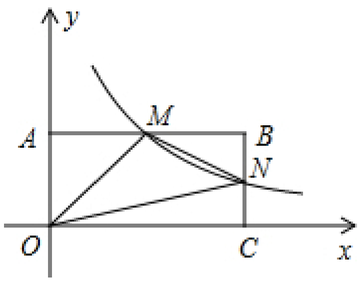
即车架档 AD 的长是 75cm；

(2)作 EF⊥AB 于点 F，如图所示，



∵AC=45cm，EC=20cm，∠EAB=75°，
∴EF=AE·sin75°=(45+20)×0.9659≈63cm，
即车座点 E 到车架档 AB 的距离是 63cm.

20.如图，在直角坐标系中，矩形 OABC 的顶点 O 与坐标原点重合，A、C 分别在坐标轴上，点 B 的坐标为(4，2)，直线 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 交 AB，BC 分别于点 M，N，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 M，N.



(1)求反比例函数的解析式；
(2)若点 P 在 y 轴上，且△OPM 的面积与四边形 BMON 的面积相等，求点 P 的坐标.

解析：(1)求出 OA=BC=2，将 y=2 代入 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 求出 x=2，得出 M 的坐标，进而将 x=4 代入 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 得：y=1，求出 N 点坐标，把 M 的坐标代入反比例函数的解析式即可求出答案；
(2)利用 $S_{四边形BMON}=S_{矩形OABC}-S_{\triangle AOM}-S_{\triangle CON}$，再求出 OP 的值，即可求出 P 的坐标.

答案：(1)∵B(4，2)，四边形 OABC 是矩形，∴OA=BC=2，
将 y=2 代入 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 得：x=2，∴M(2，2)，
将 x=4 代入 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 得：y=1，∴N(4，1)，
把 M 的坐标代入 $y=\frac{k}{x}$ 得：k=4，∴反比例函数的解析式是 $y=\frac{4}{x}$；
(2)由题意可得：$S_{四边形BMON}=S_{矩形OABC}-S_{\triangle AOM}-S_{\triangle CON}=4\times2-\frac{1}{2}\times2\times2-\frac{1}{2}\times4\times1=4$；
∵△OPM 的面积与四边形 BMON 的面积相等，∴$\frac{1}{2}$OP×AM=4，
∵AM=2，∴OP=4，∴点 P 的坐标是(0，4)或(0，-4).

21.某班为参加学校的大课间活动比赛，准备购进一批跳绳，已知 2 根 A 型跳绳和 1 根 B 型跳绳共需 56 元，1 根 A 型跳绳和 2 根 B 型跳绳共需 82 元.

(1)求一根 A 型跳绳和一根 B 型跳绳的售价各是多少元？
(2)学校准备购进这两种型号的跳绳共 50 根，并且 A 型跳绳的数量不多于 B 型跳绳数量的 3 倍，请设计书最省钱的购买方案，并说明理由.

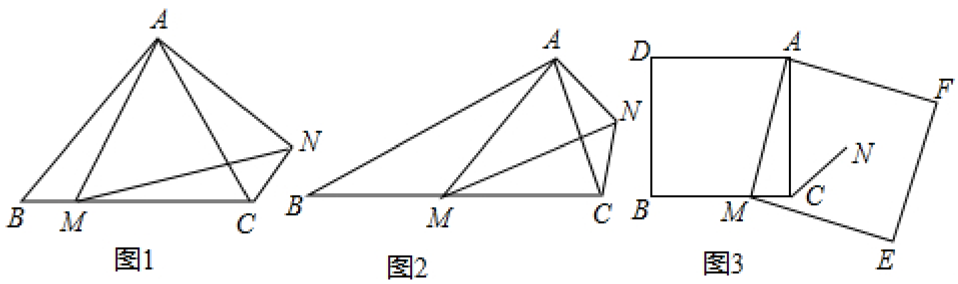
解析：(1)设一根 A 型跳绳售价是 x 元，一根 B 型跳绳的售价是 y 元，根据："2 根 A 型跳绳和 1 根 B 型跳绳共需 56 元，1 根 A 型跳绳和 2 根 B 型跳绳共需 82 元"列方程组求解即可；
(2)首先根据"A 型跳绳的数量不多于 B 型跳绳数量的 3 倍"确定自变量的取值范围，然后得到有关总费用和 A 型跳绳之间的关系得到函数解析式，确定函数的最值即可.

答案：(1)设一根 A 型跳绳售价是 x 元，一根 B 型跳绳的售价是 y 元，

根据题意，得：$\begin{cases}2x+y=56,\\x+2y=82,\end{cases}$解得：$\begin{cases}x=10,\\y=36,\end{cases}$

答：一根 A 型跳绳售价是 10 元，一根 B 型跳绳的售价是 36 元；
(2)设购进 A 型跳绳 m 根，总费用为 W 元，
根据题意，得：W=10m+36(50-m)=-26m+1800，
∵-26＜0，∴W 随 m 的增大而减小，
又∵m≤3(50-m)，解得：m≤37.5，而 m 为正整数，
∴当 m=37 时，$W_{最小}$=-26×37+1800=838，此时 50-37=13，
答：当购买 A 型跳绳 37 只，B 型跳绳 13 只时，最省钱.

22.



(1)问题发现：
如图①，在等边三角形 ABC 中，点 M 为 BC 边上异于 B、C 的一点，以 AM 为边作等边三角形 AMN，连接 CN，NC 与 AB 的位置关系为________；
(2)深入探究：
如图②，在等腰三角形 ABC 中，BA=BC，点 M 为 BC 边上异于 B、C 的一点，以 AM 为边作等腰三角形 AMN，使∠ABC=∠AMN，AM=MN，连接 CN，试探究∠ABC 与∠ACN 的数量关系，并说明理由；
(3)拓展延伸：
如图③，在正方形 ADBC 中，AD=AC，点 M 为 BC 边上异于 B、C 的一点，以 AM 为边作正方形 AMEF，点 N 为正方形 AMEF 的中点，连接 CN，若 BC=10，CN=$\sqrt{2}$，试求 EF 的长.

解析：(1)根据△ABC，△AMN 为等边三角形，得到 AB=AC，AM=AN 且∠BAC=∠MAN=60°从而得到∠BAC-∠CAM=∠MAN-∠CAM，即∠BAM=∠CAN，证明△BAM≌△CAN，即可得到 BM=CN.
(2)根据△ABC，△AMN 为等腰三角形，得到 AB：BC=1：1 且∠ABC=∠AMN，根据相似三角形的性质得到$\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}$，利用等腰三角形的性质得到∠BAC=∠MAN，根据相似三角形的性质即可得到结论；

(3)如图 3，连接 AB，AN，根据正方形的性质得到∠ABC=∠BAC=45°，∠MAN=45°，根据相似三角形的性质得出 $\frac{BM}{CN}=\frac{AB}{AC}$，得到 BM=2，CM=8，再根据勾股定理即可得到答案.

答案：(1)NC∥AB，理由如下：

∵△ABC 与△MN 是等边三角形，∴AB=AC，AM=AN，∠BAC=∠MAN=60°，∴∠BAM=∠CAN，

在△ABM 与△ACN 中，$\begin{cases}AB=AC,\\ \angle BAM=\angle CAN,\\ AM=AN,\end{cases}$∴△ABM≌△ACN(SAS)，∴∠B=∠ACN=60°，

∵∠ANC+∠ACN+∠CAN=∠ANC+60°+∠CAN=180°，

∴∠ANC+∠MAN+∠BAM=∠ANC+60°+∠CAN=∠BAN+∠ANC=180°，∴CN∥AB；

(2)∠ABC=∠ACN，理由如下：

∵ $\frac{AB}{BC}=\frac{AM}{MN}$ =1 且∠ABC=∠AMN，∴△ABC∽△AMN，∴ $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}$，

∵AB=BC，∴∠BAC=$\frac{1}{2}$(180°−∠ABC)，

∵AM=MN，∴∠MAN=$\frac{1}{2}$(180°−∠AMN)，

∵∠ABC=∠AMN，∴∠BAC=∠MAN，∴∠BAM=∠CAN，∴△ABM∽△ACN，∴∠ABC=∠ACN；

(3)如图 3，连接 AB，AN，

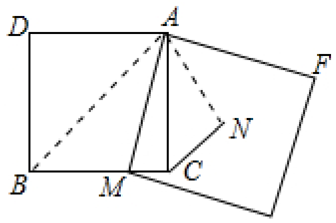


图3

∵四边形 ADBC，AMEF 为正方形，

∴∠ABC=∠BAC=45°，∠MAN=45°，∴∠BAC−∠MAC=∠MAN−∠MAC，即∠BAM=∠CAN，

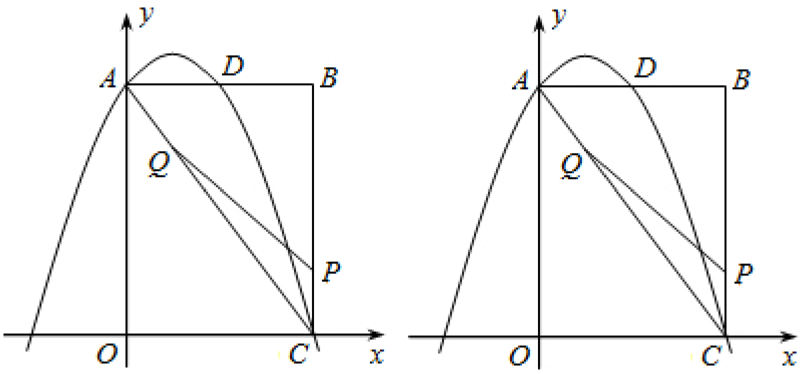
∵ $\frac{AB}{AC}=\frac{AM}{AN}=\sqrt{2},\therefore\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}$，∴△ABM∽△ACN，

∴ $\frac{BM}{CN}=\frac{AB}{AC},\therefore\frac{CN}{BM}=\frac{AC}{AB}=\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2},\therefore\frac{\sqrt{2}}{BM}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴BM=2，∴CM=BC−BM=8，

在 Rt△AMC，$AM=\sqrt{AC^2+MC^2}=\sqrt{10^2+8^2}=2\sqrt{41},\therefore EF=AM=2\sqrt{41}.$

23.如图,在矩形 OABC 中,点 O 为原点,边 OA 的长度为 8,对角线 AC=10,抛物线 $y=-\frac{4}{9}x^2+bx+c$ 经过点 A、C，与 AB 交于点 D.



(1)求抛物线的函数解析式；

(2)点 P 为线段 BC 上一个动点(不与点 C 重合)，点 Q 为线段 AC 上一个动点，AQ=CP，连接 PQ，设 CP=m，△CPQ 的面积为 S.

①求 S 关于 m 的函数表达式并求出 S 最大时的 m 值；

②在 S 最大的情况下，在抛物线 $y=-\frac{4}{9}x^2+bx+c$ 的对称轴上，若存在点 F，使△DFQ 为直角三角形，请直接写出所有符合条件的点 F 的坐标；若不存在，请说明理由.

解析：(1)先根据勾股定理求出 OC 长度，进而确定点 C 坐标；将 A、C 两点坐标代入抛物线 $y=-\frac{4}{9}x^2+bx+c$，即可求得抛物线的解析式；

(2)①先用 m 表示出 QE 的长度，进而求出三角形的面积 S 关于 m 的函数；

②分类讨论，写出满足条件的 F 点的坐标即可，注意不要漏写.

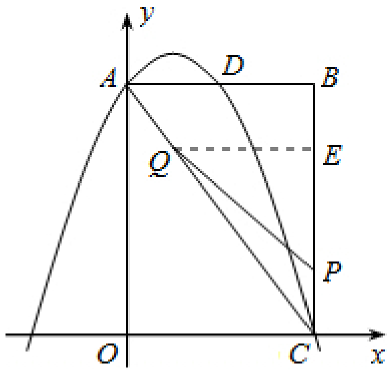
答案：(1)在矩形 OABC 中，∠AOC=90°，

由勾股定理可得，$OC=\sqrt{AC^2-OA^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$，∴C(6，0)，

将 A(0，8)、C(6，0)两点坐标代入抛物线，得$\begin{cases} c=8, \\ -\frac{4}{9}\times 36+6b+c=0, \end{cases}$

解得，$\begin{cases} b=\frac{4}{3}, \\ c=8, \end{cases}$∴抛物线的解析式为 $y=-\frac{4}{9}x^2+\frac{4}{3}x+8$；

(2)如图：①过点 Q 作 QE⊥BC 与 E 点，则 $\sin\angle\frac{QE}{QC}=\frac{AB}{AC}=\frac{3}{5}$，∴ $\frac{QE}{10-m}=\frac{3}{5}$，



∴QE=$\frac{3}{5}$(10−m)，∴ $S=\frac{1}{2}\cdot CP\cdot QE=\frac{1}{2}m\times\frac{3}{5}(10-m)=-\frac{3}{10}m^2+3m$，

∵ $S=\frac{1}{2}\cdot CP\cdot QE=\frac{1}{2}m\times\frac{3}{5}(10-m)=-\frac{3}{10}m^2+3m=-\frac{3}{10}(m-5)^2+\frac{15}{2}$，

∴当 m=5 时，S 取最大值；

②在抛物线对称轴 l 上存在点 F，使△FDQ 为直角三角形，

∵抛物线 y=$-\frac{4}{9}x^2+\frac{4}{3}$x+8 的对称轴为 x=$\frac{3}{2}$，D 的坐标为(3，8)，Q(3，4)，

当∠FDQ=90° 时，F_1($\frac{3}{2}$，8)，

当∠FQD=90° 时，则 F_2($\frac{3}{2}$，4)，

当∠DFQ=90° 时，设 F($\frac{3}{2}$，n)，则 $FD^2+FQ^2=DQ^2$，$\frac{9}{4}+(8-n)^2+\frac{9}{4}+(n-4)^2=16$，

解得，n=6±$\frac{\sqrt{7}}{2}$，∴ $F_3(\frac{3}{2},6+\frac{\sqrt{7}}{2})$，$F_4(\frac{3}{2},6-\frac{\sqrt{7}}{2})$，

综上所述，满足条件的点 F 共有四个，坐标分别为 F_1($\frac{3}{2}$，8)，F_2($\frac{3}{2}$，4)，

$F_3(\frac{3}{2},6+\frac{\sqrt{7}}{2})$，$F_4(\frac{3}{2},6-\frac{\sqrt{7}}{2})$．