2007年普通高等学校招生全国统一考试(广东卷)

数学(文科)

本试卷共4页，21小题，满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：1．答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、试室号、座位号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型(A)填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。

2．选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。

3．非选择题必须用黑色宁迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。

4．作答选做题时，请先用2B铅笔填涂选做题的题号(或题组号)对应的信息点，再作答。漏涂、错涂、多涂的，答案无效。

5．考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

参考公式：锥体的体积公式$V=\frac{1}{3}Sh$，其中S是锥体的底面积，h是锥体的高.

如果事件A、B互斥，那么$P(A+B)=P(A)+P(B)$.

用最小二乘法求线性同归方程系数公式 $\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，满分50分．在每小题给出的四个选项中。只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合M={x|$1+x>0$}，N={x|$\frac{1}{1-x}>0$}，则M∩N=

A．{x|-1≤x＜0}　　B．{x |x>1}

C．{x|-1＜x＜0}　　D．{x |x≥-1}

2．若复数$(1+bi)(2+i)$是纯虚数(i是虚数单位，b是实数)，则$b=$

A．-2　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．　　D．2

3．若函数$f(x)=x^3$（$x\in R$），则函数$y=f(-x)$在其定义域上是

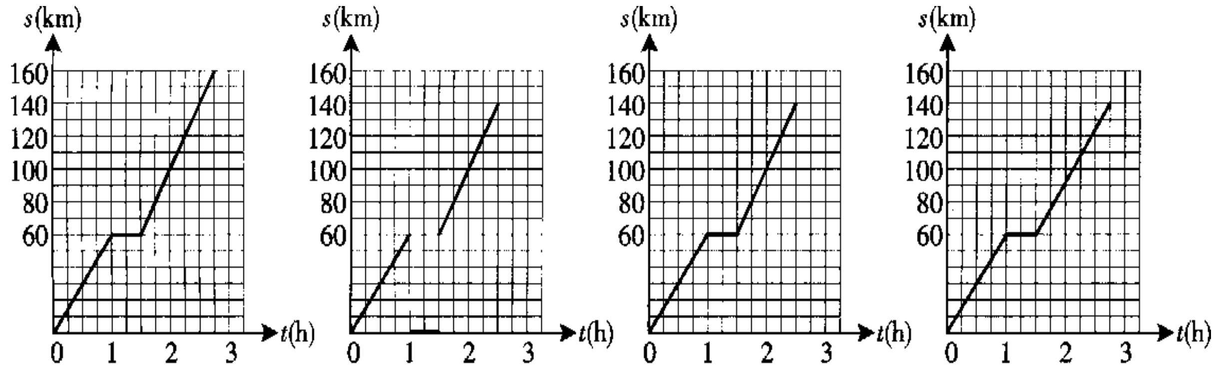
A．单调递减的偶函数　　B.单调递减的奇函数

C．单凋递增的偶函数　　D.单涮递增的奇函数

4．若向量a、b满足|a|=|b|=1，a与b的夹角为$60°$，则$a{\bullet}a+a{\bullet}b=$

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{3}{2}$　　C．$1+\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．2

5．客车从甲地以60km／h的速度匀速行驶1小时到达乙地，在乙地停留了半小时，然后以80km／h的速度匀速行驶1小时到达丙地。下列描述客车从甲地出发，经过乙地，最后到达丙地所经过的路程s与时间t之间关系的图象中，正确的是



A.　　B.　　C.　　D.

6若1、m、n是互不相同的空间直线，n、口是不重合的平面，则下列命题中为真命题的是

A．若$\alpha//\beta,l\subset\alpha,n\subset\beta$，则$l//n$　　B．若$\alpha\perp\beta,l\subset\alpha$，则$l\perp\beta$

C．若$l\perp n,m\perp n$，则$l//m$　　D．若$l\perp\alpha,l//\beta$，则$\alpha//\beta$

7．图1是某县参加2007年高考的学生身高条形统计图，从左到右的各条形表示的学生人数依次记为A_1、A_2、…、A_m(如A_2表示身高(单位：cm)在[150，155)内的学生人数)．图2是统计图1中身高在一定范围内学生人数的一个算法流程图．现要统计身高在160～180cm(含160cm，不含180cm)的学生人数，那么在流程图中的判断框内应填写的条件是

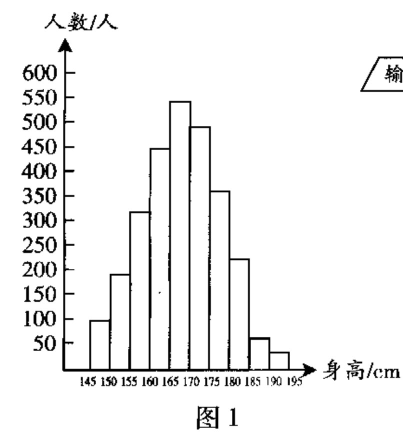


图1

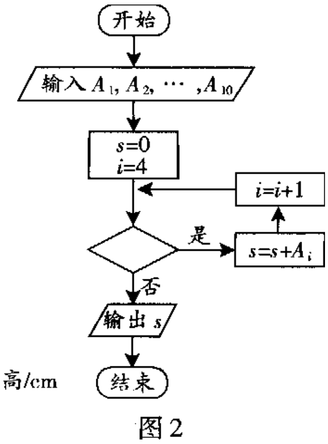


图2

A．$i<9$　　B．$i<8$　　C．$i<7$　　D．$i<6$

8．在一个袋子中装有分别标注数字1，2，3，4，5的五个小球，这些小球除标注的数字外完全相同．现从中随机取出2个小球，则取出的小球标注的数字之和为3或6的概率是

A. $\dfrac{3}{10}$　　B. $\dfrac{1}{5}$　　C. $\dfrac{1}{10}$　　D. $\dfrac{1}{12}$

9．已知简谐运动 $f(x)=2\sin(\dfrac{\pi}{3}x+\varphi)(|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$ 的图象经过点(0，1)，则该简谐运动的最小正周期T和初相φ分别为

A. $T=6,\varphi=\dfrac{\pi}{6}$　　B. $T=6,\varphi=\dfrac{\pi}{3}$　　C. $T=6\pi,\varphi=\dfrac{\pi}{6}$　　D. $T=6\pi,\varphi=\dfrac{\pi}{3}$

10．图3是某汽车维修公司的维修点环形分布图公司在年初分配给A、B、C、D四个维修点某种配件各50件．在使用前发现需将A、B、C、D四个维修点的这批配件分别调整为40、45、54、61件，但调整只能在相邻维修点之间进行．那么要完成上述调整，最少的调动件次（n件配件从一个维修点调整到相邻维修点的调动件次为n）为

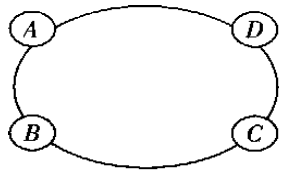


图 3

A．18　　B．17　　C．16　　D．15

二、填空题：本大题共5小题，每小题5分，满分20分．其中14～15题是选做题，考生只能选做一题，两题全答的，只计算前一题得分．

11．在平面直角坐标系 xoy 中，已知抛物线关于 x 轴对称，顶点在原点 O，且过点P(2，4)，则该抛物线的方程是________．

12．函数 $f(x)=x\ln x(x>0)$ 的单调递增区间是__________．

13．已知数列{a_n}的前 n 项和 $S_n=n^2-9n$，则其通项 $a_n=$________；若它的第 k 项满足 $5<a_k<8$，则 $k=$__________．

14．**(坐标系与参数方程选做题)** 在极坐标系中，直线 l 的方程为 $\rho\sin\theta=3$，则点 $(2,\dfrac{\pi}{6})$ 到直线 l 的距离为___________．

15．**(几何证明选讲选做题)** 如图4所示，圆O的直径AB=6，C为圆周上一点，$BC=3$过 C 作圆的切线 l，过A作 l 的垂线AD，垂足为D，　则∠DAC=________．

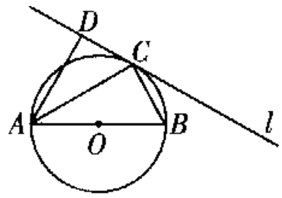


图 4

三、解答题：本大题共6小题，满分80分．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤．

16．(本小题满分14分)

已知ΔABC三个顶点的直角坐标分别为A(3，4)、B(0，0)、C(c，0)．

(1)若 $AB\bullet AC=0$，求 c 的值；

(2)若 $c=5$，求sin∠A的值．

17.（本小题满分12分）

已知某几何体的俯视图是如图5所示的矩形，正视图(或称主视图)是一个底边长为8、高为4的等腰三角形，侧视图(或称左视图)是一个底边长为6、高为4的等腰三角形.

(1)求该几何体的体积V；

(2)求该几何体的侧面积S

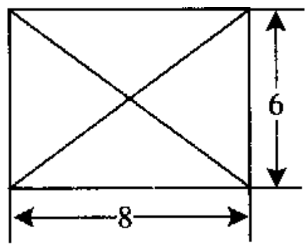


图 5

18.（本小题满分12分）

下表提供了某厂节能降耗技术改造后生产甲产品过程中记录的产量 x (吨)与相应的生产能耗 y （吨标准煤)的几组对照数据

x	3	4	5	6
y	2.5	3	4	4.5

(1)请画出上表数据的散点图；

(2)请根据上表提供的数据，用最小二乘法求出 y 关于 x 的线性回归方程 $y=bx+a$；

(3)已知该厂技改前100吨甲产品的生产能耗为90吨标准煤．试根据(2)求出的线性同归方程，预测生产100吨甲产品的生产能耗比技改前降低多少吨标准煤?

（参考数值：$3\times2.5+4\times3+5\times4+6\times4.5=66.5$）

19.（本小题满分14分）

在平面直角坐标系 xoy 中，已知圆心在第二象限、半径为2／2的圆 C 与直线 $y=x$ 相切

于坐标原点O．椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{9}=1$与圆$C$的一个交点到椭圆两焦点的距离之和为$10$．

(1)求圆C的方程；

(2)试探究圆C上是否存在异于原点的点Q，使Q到椭圆右焦点F的距离等于线段OF的长．若存在，请求出点Q的坐标；若不存在，请说明理由．

20．(本小题满分14分)

已知函数$f(x)=x^2+x-1$，α、β是方程$f(x)=0$的两个根($\alpha>\beta$)，$f'(x)$是的导数

设$a_1=1$，$a_{n+1}=a_n-\dfrac{f(a_n)}{f'(a_n)}$，$(n=1,2,\cdots)$.

(1)求α、β的值；

(2)已知对任意的正整数n有$a_n>\alpha$，记$b_n=\ln\dfrac{a_n-\beta}{a_n-\alpha}$，$(n=1,2,\cdots)$．求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$S_n$．

21．(本小题满分14分)

已知a是实数，函数$f(x)=2ax^2+2x-3-a$．如果函数$y=f(x)$在区间$[-1,1]$上有零点，求a的取值范围．

2007年普通高考广东(文科数学)试卷(A卷)参考答案

一选择题: **1-10 CDBBC　　DBAAC**

二填空题: **11.** $\underline{y^2=8x}$　**12.** $\underline{\left[\frac{1}{e},+\infty\right)}$　**13.** $\underline{\text{2n-10}}$; $\underline{8}$　**14.** $\underline{2}$　**15.** $\underline{30^\circ}$

三解答题:

16.解: (1)　$\overrightarrow{AB}=(-3,-4)$　　$\overrightarrow{AC}=(c-3,-4)$

由　$\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=-3(c-3)+16=25-3c=0$　得　$c=\frac{25}{3}$

(2)　$\overrightarrow{AB}=(-3,-4)$　　$\overrightarrow{AC}=(2,-4)$

$$\cos\angle A=\frac{\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\bullet\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\frac{-6+16}{5\sqrt{20}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin\angle A=\sqrt{1-\cos^2\angle A}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

17 解: 由已知可得该几何体是一个底面为矩形,高为 4,顶点在底面的射影是矩形中心的四棱锥 V-ABCD ;

(1)　$V=\frac{1}{3}\times(8\times6)\times4=64$

(2)　该四棱锥有两个侧面 VAD. VBC 是全等的等腰三角形,且 BC 边上的高为

$h_1=\sqrt{4^2+\left(\frac{8}{2}\right)^2}=4\sqrt{2}$,　另两个侧面 VAB. VCD 也是全等的等腰三角形,

AB 边上的高为　$h_2=\sqrt{4^2+\left(\frac{6}{2}\right)^2}=5$

因此　$S=2(\frac{1}{2}\times6\times4\sqrt{2}+\frac{1}{2}\times8\times5)=40+24\sqrt{2}$

18 解: (1) 散点图略

(2)　$\sum_{i=1}^{4}X_iY_i=66.5$　　$\sum_{i=1}^{4}X_i^2=3^2+4^2+5^2+6^2=86$　　$\overline{X}=4.5$　　$\overline{Y}=3.5$

$\hat{b}=\frac{66.5-4\times4.5\times3.5}{86-4\times4.5^2}=\frac{66.5-63}{86-81}=0.7$;　$\hat{a}=\overline{Y}-\hat{b}\overline{X}=3.5-0.7\times4.5=0.35$

所求的回归方程为　$y=0.7x+0.35$

(3)　$x=100$,　$y=100+0.35$

预测生产 100 吨甲产品的生产能耗比技改前降低 $90-70.35=19.65$ (吨)

19 解:(1) 设圆 C 的圆心为 (m, n)

则 $\begin{cases} m=-n \\ n\bullet\sqrt{2}=2\sqrt{2} \end{cases}$ 解得$\begin{cases} m=-2 \\ n=2 \end{cases}$

所求的圆的方程为 $(x+2)^2+(y-2)^2=8$

(2) 由已知可得 $2a=10$ $a=5$

椭圆的方程为 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ ， 右焦点为 F(4, 0) ;

假设存在 Q 点$\left(-2+2\sqrt{2}\cos\theta,2+2\sqrt{2}\sin\theta\right)$使$|QF|=|OF|$,

$$\sqrt{\left(-2+2\sqrt{2}\cos\theta-4\right)^2+\left(2+2\sqrt{2}\sin\theta\right)^2}=4$$

整理得 $\sin\theta=3\cos\theta+2\sqrt{2}$ 代入 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ 得:

$10\cos^2\theta+12\sqrt{2}\cos\theta+7=0$ ， $\cos\theta=\dfrac{-12\sqrt{2}\pm\sqrt{8}}{10}=\dfrac{-12\sqrt{2}\pm2\sqrt{2}}{10}<-1$

因此不存在符合题意的 Q 点.

20 解:(1) 由 $x^2+x-1=0$ 得 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

$\therefore \alpha=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ $\beta=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$

(2) $f'(x)=2x+1$ $a_{n+1}=a_n-\dfrac{a_n^2+a_n-1}{2a_n+1}=\dfrac{a_n^2+1}{2a_n+1}$

$$\frac{a_{n+1}-\beta}{a_{n+1}-\alpha}=\frac{\dfrac{a_n^2+1}{2a_n+1}+\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}}{\dfrac{a_n^2+1}{2a_n+1}+\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}}=\frac{a_n^2+\left(1+\sqrt{5}\right)a_n+\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}}{a_n^2+\left(1-\sqrt{5}\right)a_n+\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}}$$

$$=\left(\frac{a_n+\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}}{a_n+\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}}\right)^2=\left(\frac{a_n-\beta}{a_n-\alpha}\right)^2$$

$\therefore$ $b_{n+1}=2b_n$ 又 $b_1=\ln\dfrac{a_1-\beta}{a_1-\alpha}=\ln\dfrac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}=4\ln\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\therefore$数列$\{b_n\}$是一个首项为 $4\ln\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$,公比为 2 的等比数列;

$$\therefore \quad S_n=\frac{4\ln\frac{1+\sqrt{5}}{2}\left(1-2^n\right)}{1-2}=4\left(2^n-1\right)\ln\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

21 解: 若 $a=0$ ，$f(x)=2x-3$,显然在上没有零点，所以 $a\neq 0$

令 $\Delta=4+8a\left(3+a\right)=8a^2+24a+4=0$ 得 $a=\frac{-3\pm\sqrt{7}}{2}$

当 $a=\frac{-3-\sqrt{7}}{2}$ 时，$y=f\left(x\right)$ 恰有一个零点在 $\left[-1,1\right]$ 上;

当 $f\left(-1\right)\bullet f\left(1\right)=\left(a-1\right)\left(a-5\right)<0$ 即 $1<a<5$ 时，$y=f\left(x\right)$ 也恰有一个零点在 $\left[-1,1\right]$ 上;

当 $y=f\left(x\right)$ 在 $\left[-1,1\right]$ 上有两个零点时，则

$$\begin{cases} a>0 \\ \Delta=8a^2+24a+4>0 \\ -1<-\dfrac{1}{2a}<1 \\ f\left(1\right)\geq 0 \\ f\left(-1\right)\geq 0 \end{cases} \text{或} \begin{cases} a<0 \\ \Delta=8a^2+24a+4>0 \\ -1<-\dfrac{1}{2a}<1 \\ f\left(1\right)\leq 0 \\ f\left(-1\right)\leq 0 \end{cases}$$

解得 $a\geq 5$ 或 $a<\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$

因此 a 的取值范围是 $a>1$ 或 $a\leq\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$;