2006年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）

数学试题（文科）

第Ⅰ卷（共 50分）

一、选择题：本大题共 10小题，每小题 5分，共 50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）设集合 A=|x丨－1≤x≤2|，B=|x|0≤x≤4|，则 A∩B=

（A）．[0，2] （B）．[1，2] （C）．[0，4] （D）．[1，4]

（2）在二项式$(x+1)^6$的展开式中，含x^3的项的系数是

（A）．15 （B）．20 （C）．30 （D）．40

（3）抛物线$y^2=8x$的准线方程是

（A）x=－2 （B）x=－4 （C）y=－2 （D）y=－4

（4）已知$\log_{\frac{1}{2}} m < \log_{\frac{1}{2}} n < 0$ 则

（A）n＜m＜1 （B）m＜n＜1

（C）1＜m＜n （D）1＜n＜m

（5）设向量 a，b，c满足 a+b+c=0，且 a⊥b，|a|=1，|b|=2，则|c| 2 =

（A）1 （B）2 （C）4 （D）5

（6）函数 f（x）＝$f(x)=x^3-3x^2+2$在区间[－1，1]上的最大值是

（A）－2 （B）0 （C）2 （D）4

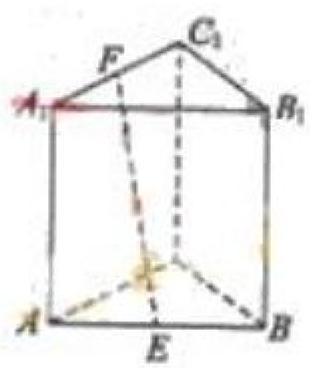
（7）“a＞0，b＞0”是“ab＞0”的

（A）充分而不必要条件 （B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件 （D）既不充分也不必要条件

（8）如图，正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$的各棱长都为 2，E,F分别为

（A）2 （B）$\sqrt{3}$ （C）$\sqrt{5}$ （D）$\sqrt{7}$



（9）在平面直角坐标系中，不等式组$\begin{cases} x+y-2\le 0 \\ x-y+2\ge 0, \\ y\ge 0 \end{cases}$表示的平面区域的面积是

（A）$4\sqrt{2}$　（B）4　（C）$2\sqrt{2}$　（D）2

（10）对 $a,b\in R$，记 $\max|a,b|=\begin{cases} a,a\ge b \\ b,a<b \end{cases}$ 函数 $f(x)=\max\big||x+1|,|x-2|\big|(x\in R)$ 的最小值是

（A）0　（B）$\dfrac{1}{2}$　（C）$\dfrac{3}{2}$　　（D）3

第Ⅱ卷（共 100 分）

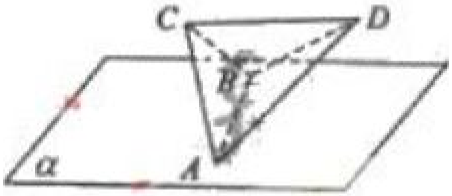
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分。

（11）不等式 $\dfrac{x+1}{x-2}>0$ 的解集是________ .

（12）函数 $y=2\sin x\cos x-1, x\in R$ 的值域是________

（13）双曲线 $\dfrac{x^2}{m}-y^2=1$ 上的点到左焦点的距离与到左准线的距离的比是 3，则 m 等于________。

（14）如图，正四面体 ABCD 的棱长为 1，平面α过棱 AB，



且 CD∥α，则正四面体上的所有点在平面α内的射影构成的图形面积是________。

三、解答题：本大题共 6 小题，每小题 14 分，共 84 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

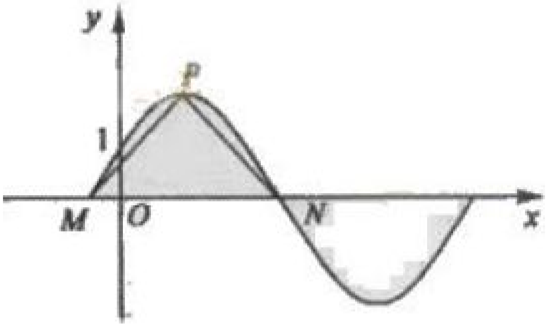
（15）若 S_n 是公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 S_1,S_2,S_4 成等比数列

（Ⅰ）求数列 S_1,S_2,S_4 的公比；

（Ⅱ）S_2=4，求 $\{a_n\}$ 的通项公式。

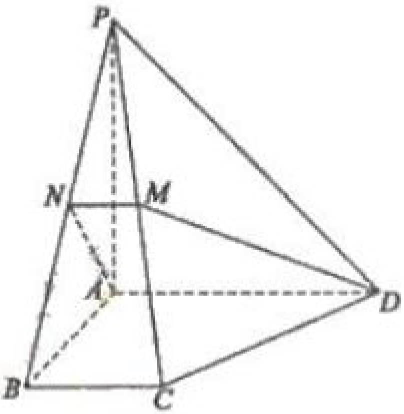
（16）如图，函数 $y=2\sin(\pi x+\varphi), x\in R$ 其中 $(0\le\varphi\le\dfrac{\pi}{2})$ 的图象与 y 轴交于点（0，1）

（Ⅰ）求 φ 的值；



（Ⅱ）设 P 是图象上的最高点，M，N 是图象与 x 轴的交点，求 $\overrightarrow{PM}$ 与 $\overrightarrow{PN}$ 的夹角。

（17）如图，在四棱锥 P—ABCD 中，底面为直角梯形，
AD∥BC，∠BAD=90°，PA⊥底面 ABCD，
且 PA=AD=AB=2BC，M、N 分别为 PC、PB 的中点。



（Ⅰ）求证：PB⊥DM；

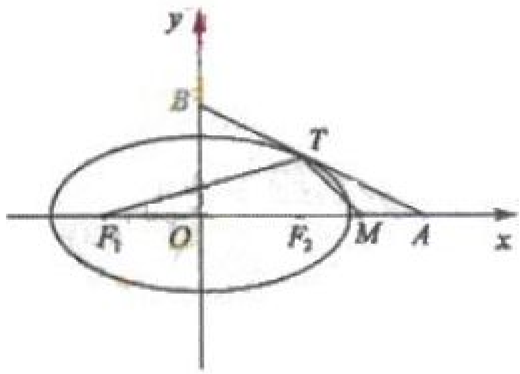
（Ⅱ）求 BD 与平面 ADMN 所成的角。

（18）甲、乙两袋装有大小相同的红球和白球，甲袋装有 2 个红球，2 个白球；乙袋装有 2 个红球，n 个白球，现从甲、乙两袋中任取 2 个球。

（Ⅰ）若 $n=3$，求取到的 4 个球全是红球的概率；

（Ⅱ）若取到的 4 个球中至少有 2 个红球的概率为 $\frac{3}{4}$，求 n。

（19）如图，椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 与过 $A(2,0)$, $B(0,1)$ 的直线有且只有一个公共



点 T ，且椭圆的离心率 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

（Ⅰ）求椭圆的方程

（Ⅱ）设 F_1,F_2 分别为椭圆的左、右焦点，求证 $\left|AT\right|=\frac{1}{2}\left|AF_1\right|\cdot\left|AF_2\right|$

（20）设 $f(x)=3ax^2+2bx+c$ ，若 a+b+c=0， $f(0)f(1)>0$ ，求证

（Ⅰ）方程 $f(x)=0$ 有实根；

（Ⅱ） $-2<\frac{b}{a}<-1$

（Ⅲ）设 x_1,x_2 是方程 $f(x)=0$ 的两个实根，则 $\frac{\sqrt{3}}{3}\le\left|x_1-x_2\right|<\frac{2}{3}$

2006年高考文科数学试题参考答案（浙江卷）

一、选择题：本题考察基本知识和基本运算。每小题 5 分，共 50 分。

（1）A（2）B （3）A （4）D （5）D （6）C （7）A （8）C （9）B （10）C

二、填空题：本题考察基本知识和基本运算。每小题 4 分，满分 16 分。

（11）$\left|x\right|x<-1,或x>2\right|$（12）$\left[-2,0\right]$（13）$\dfrac{1}{8}$ （14）$\dfrac{1}{2}$

三、解答题

（15）本题主要考察等差、等比数列的基本知识、考查运算及推理 能力。满分 14 分。

解：（Ⅰ）设数列$\{a_n\}$的公差为d,由题意，得 $S_2{}^2=S_1\cdot S_4$

所以$(2a_1+d)^2=a_1(4a_1+6d)$

因为$d\neq 0$

所以 $d=2a_1$

故公比$q=\dfrac{S_2}{S_1}=4$

（Ⅱ）因为$S_2=4,d=2a_1,S_2=2a_1+2a_1=4a_1,$

所以$a_1=1,d=2$

因此$a_2=a_1+(n-1)d=2n-1.$

（16）本题主要考查三角函数的图象，已知三角函数值求角，向量夹角的计算等基础知识和基本的运算能力。

满分 14 分。

解：（Ⅰ）因为函数图象过点（0，1）

所以 $2\sin x=1$,即 $\sin x=\dfrac{1}{2}$

因为$0\le l\le\dfrac{\pi}{2}$所以$l=\dfrac{\pi}{6}$.

（Ⅱ）由函数$y=2\sin(\pi x+\dfrac{\pi}{6})$及其图象，得

$M(-\dfrac{1}{6},0),P(\dfrac{1}{3},2),N(\dfrac{5}{6},0),$

所以 $\overrightarrow{PM}=(-\dfrac{1}{2},-2,)\overrightarrow{PN}=(\dfrac{1}{2},-2)$ 从而

$$\cos<\overrightarrow{PM},\overrightarrow{PN}>=\frac{\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}}{\left|\overrightarrow{PM}\cdot\left|\overrightarrow{PN}\right|\right|}$$

$=\dfrac{15}{17}$

故$<\overrightarrow{PM},\overrightarrow{PN}>=\arccos\dfrac{15}{17}$.

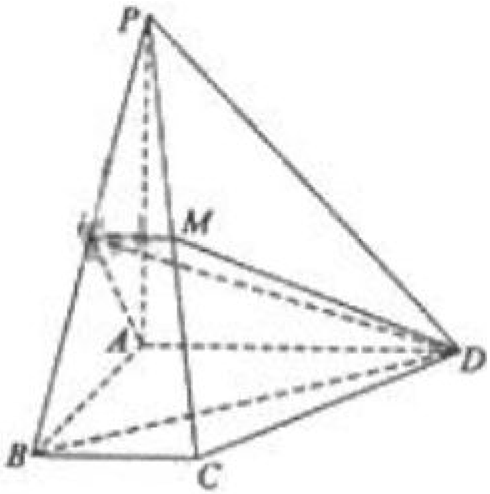
17．本题主要考查空间线线、线面关系、空间向量的概念与运算等基础知识，同时考查空间想象能力。满分

14 分。

解：方法一：

（Ⅰ）因为 N 是 PB 的中点，PA=AB,

所以 AN⊥PB.



因为 AD⊥面 PAB,

所以 AD⊥PB.

从而 PB⊥平面 ADMN.

因为$DM\subset$平面$ADMN$

所以 PB⊥DM.

（Ⅱ）连结 DN，

因为 PB⊥平面 ADMN，

所以∠BDN 是 BD 与平面 ADMN 所成的角.

在 $Rt\Delta BDN$ 中，$\sin\Delta BDN=\dfrac{BN}{BD}=\dfrac{1}{2}$,

故 BD 与平面 ADMN 所成的角是$\dfrac{\pi}{6}$.

方法二：

如图，以 A 为坐标原点建立空间直角坐标系 $A-xyz$,设 BC=1，则 $A(0,0,0)$

$P(0,0,3),B(2,0,0),M(1,\dfrac{1}{2},1),D(0,2,0)$

（Ⅰ）因为$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{DM}=(2,0,-2)(1,-\dfrac{3}{2},1)$

$=0$

所以 PB⊥DM .

（Ⅱ）因为 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{AD}=(2,0,-2)\cdot(0,2,0)$

$$=0$$

所以 PB⊥AD.

又 PB⊥DM.

因此$<\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{AD}>$的余角即是 BD 与平面 ADMN.

所成的角.

因为 $\cos<\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{AD}>=\dfrac{\pi}{3}$

所以$<\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{AD}>=\dfrac{\pi}{3}$

因此 BD 与平面 ADMN 所成的角为$\dfrac{\pi}{6}$.

（18）本题主要考查排列组合、概率等基本知识，同时考查逻辑思维能力和数学应用能力。满分 14 分。

解：（Ⅰ）记“取到的 4 个球全是红球”为事件 A.

$$P(A)=\frac{C_2^2}{C_4^2}\cdot\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{10}=\frac{1}{60}.$$

（Ⅱ）记“取到的 4 个球至多有一个红球”为事件 B，“取到的 4 个球只有 1 个红球”为事件 B_1，“取到的 4 个球全是白球”为事件 B_2.

由题意，得

$$P(B)=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$$

$$P(B_1)=\frac{C_2^1C_2^1}{C_4^2}\cdot\frac{C_n^2}{C_{a+2}^2}+\frac{C_2^2}{C_4^2}\cdot\frac{C_2^1C_a^1}{C_{a+2}^2}$$

$$=\frac{2n^2}{3(n+2)(n+1)};$$

$$P(B_1)=\frac{C_2^2}{C_4^2}\cdot\frac{C_a^2}{C_{a+2}^2}$$

$$=\frac{n(n-1)}{6(n+2)(n+1)};$$

所以 $P(B)=P(B_1)+P(B_2)$

$$=\frac{2n^2}{3(n+2)(n+1)}+\frac{n(n-1)}{6(n+2)(n+1)};$$

$=\frac{1}{4}$

化简，得

$7n^2-11n-6=0,$ 解得 $n=2$，或 $n=-\frac{3}{7}$（舍去），

故 $n=2$.

（19）本题主要考查直线与椭圆的位置关系、椭圆的几何性质，考查解析几何的基本思想方法和综
合解题能力。满分 14 分。

解：（Ⅰ）过 A、B 的直线方程为 $\frac{x}{2}+y=1$

因为由题意得 $\begin{cases}\frac{x^2+y^2}{a^2+b^2}=1\\ y=-\frac{1}{2}x+1\end{cases}$ 有惟一解。

即 $(b^2+\frac{1}{4}a^2)x^2-a^2x+a^2b^2=0$ 有惟一解,

所以 $\Delta=a^2b^2(a^2+4b^2-4)=0(ab\neq 0),$,

故 $(a^2+4b^2-4)=0$

又因为 $c=\frac{\sqrt{3}}{2}$,即 $\frac{a^2-b^2}{a^2}=\frac{3}{4}$ ，

所以 $a^2=4b^2$

从而得 $a^2=2,b^2=\frac{1}{2},$

故所求的椭圆方程为 $\frac{x^2}{2}+2y^2=1$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）得 $c=\frac{\sqrt{6}}{2}$,

所以 $F_1(-\frac{\sqrt{6}}{2},0),F_2(\frac{\sqrt{6}}{2},0)$

由 $\begin{cases}\frac{x^2+y^2}{a^2+b^2}=1\\ y=-\frac{1}{2}x+1\end{cases}$ 解得 $x_1=x_2=1,$,

因此$T=(1,\frac{1}{2})$.

从而 $|AT|^2=\frac{5}{4}$,

因为$|AF_1|\cdot|AF_2|=\frac{5}{2}$,

所以$|AT|^2=\frac{1}{2}|AF_1|\cdot|AF_2|$

(20）本题主要考查二次函数的基本性质、不等式的基本性质与解法，以及综合运用所学知识分析和解决问题的能力。满分 14 分。

证明:（Ⅰ）若 a = 0, 则 b = －c ,

f (0) f (1) = c (3a + 2b + c)

$=-c^2\le 0$,

与已知矛盾,

所以 a ≠ 0.

方程$3ax^2+2bx+c$ = 0 的判别式

$\Delta=4(b^2-3ac)$,

由条件 a + b + c = 0，消去 b，得

$\Delta=4(a^2+b^2-ac)$

$=4\left[(a-\frac{1}{2}c)^2+\frac{3}{4}c^2\right]>0$

故方程 f (x) = 0 有实根.

（Ⅱ）由条件，知

$x_1+x_2=-\frac{2b}{3a}$, $x_1\cdot x_2=\frac{c}{3a}=-\frac{a+b}{3a}$,

所以$(x_1-x_2)^2=(x_1-x_2)^2-4x_1x_2$

$=\frac{4}{9}(\frac{b}{a}+\frac{3}{2})^2+\frac{1}{3}$.

因为 $-2<\frac{b}{a}<-1$,

所以 $\frac{1}{3}\le(x_1-x_2)^2<\frac{4}{9}$

故 $\frac{\sqrt{3}}{3}\le|x_1-x_2|<\frac{2}{3}$