2018年四川省宜宾市中考模拟试卷数学

一、选择题(本大题共8小题，每小题3分，共24分)

1.计算$(a^3)^2$的结果是(　　)

A.a^5

B.a^6

C.a^8

D.a^9

解析：根据幂的乘方，底数不变，指数相乘即可求.$(a^3)^2=a^6$.

答案：B

2.太阳的半径约为696000km，把696000这个数用科学记数法表示为(　　)

A.6.96×10^3

B.69.6×10^5

C.6.96×10^5

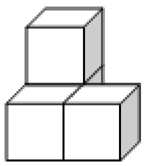
D.6.96×10^6

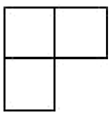
解析：科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数.确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值＞1时，n是正数；当原数的绝对值＜1时，n是负数.

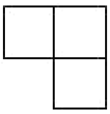
将696000用科学记数法表示为6.96×10^5.

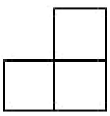
答案：C

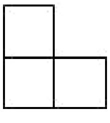
3.如图所示的几何体是由一些小立方块搭成的，则这个几何体的俯视图是(　　)



A.

B.

C.

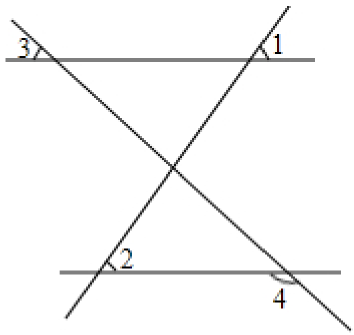
D.

解析：俯视图是从物体上面看所得到的图形.从几何体上面看，是左边 2 个，右边 1 个正方形.
答案：D

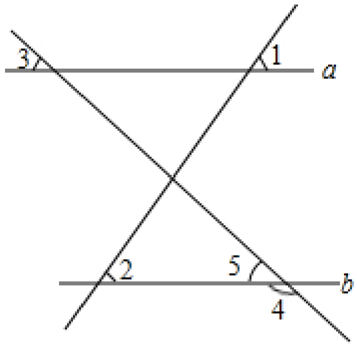
4.已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x-a=0$ 有两个相等的实数根，则 a 的值是(　　)
A.4
B.-4
C.1
D.-1
解析：根据题意得$\triangle=2^2-4\cdot(-a)=0$，解得 a=-1.
答案：D

5.为了考察某种小麦的长势，从中抽取了 10 株麦苗，测得苗高(单位：cm)为：
16　9　14　11　12　10　16　8　17　19
则这组数据的中位数和极差分别是(　　　)
A.13，16
B.14，11
C.12，11
D.13，11
解析：将数据从小到大排列为：8，9，10，11，12，14，16，16，17，19，
中位数为：13；极差=19-8=11.
答案：D

6.如图，∠1=∠2，∠3=40°，则∠4 等于(　　)

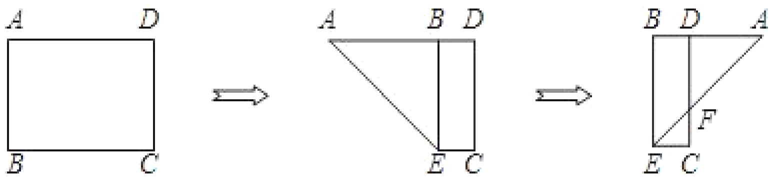


A.120°
B.130°
C.140°
D.40°
解析：∵∠1=∠2，∴a∥b，∴∠3=∠5，
∵∠3=40°，∴∠5=40°，∴∠4=180°-40°=140°.



答案：C

7.如图，有一矩形纸片 ABCD，AB=6，AD=8，将纸片折叠使 AB 落在 AD 边上，折痕为 AE，再将△ABE 以 BE 为折痕向右折叠，AE 与 CD 交于点 F，则 $\frac{CF}{CD}$ 的值是(　　)



A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$

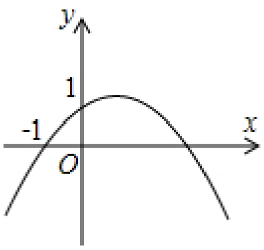
D. $\frac{1}{4}$

解析：由题意知：AB=BE=6，BD=AD-AB=2，AD=AB-BD=4；

∵CE∥AB，∴△ECF∽△ADF，得 $\frac{CE}{AD}=\frac{CF}{DF}=\frac{1}{2}$，即 DF=2CF，所以 CF：CD=1：3.

答案：C

8.如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象的顶点在第一象限，且过点(0，1)和(-1，0). 下列结论：①$ab<0$，②$b^2>4a$，③$0<a+b+c<2$，④$0<b<1$，⑤当 $x>-1$ 时，$y>0$，其中正确结论的个数是(　　)



A. 5 个

B. 4 个

C. 3 个

D. 2 个

解析：∵二次函数 y=ax2+bx+c(a≠0)过点(0，1)和(-1，0)，∴c=1，a-b+c=0.

①∵抛物线的对称轴在 y 轴右侧，∴x=$-\frac{b}{2a}$＞0，∴a 与 b 异号，∴ab＜0，正确；

②∵抛物线与 x 轴有两个不同的交点，∴b^2-4ac＞0，∵c=1，∴b^2-4a＞0，b^2＞4a，正确；

④∵抛物线开口向下，∴a＜0，∵ab＜0，∴b＞0.∵a-b+c=0，c=1，∴a=b-1，∵a＜0，∴b-1＜0，b＜1，∴0＜b＜1，正确；

③∵a-b+c=0，∴a+c=b，∴a+b+c=2b＞0.∵b＜1，c=1，a＜0，∴a+b+c=a+b+1＜a+1+1=a+2＜0+2=2，∴0＜a+b+c＜2，正确；

⑤抛物线 y=ax^2+bx+c 与 x 轴的一个交点为(-1，0)，设另一个交点为(x_0，0)，则 x_0＞0，

由图可知，当 x_0＞x＞-1 时，y＞0，错误；

综上所述，正确的结论有①②③④.

答案：B

二、填空题(本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分)

9.分解因式：ax^2+2ax-3a=________.

解析：ax^2+2ax-3a=a(x^2+2x-3)=a(x+3)(x-1).

答案：a(x+3)(x-1)

10.将抛物线 y=x^2-2 向上平移一个单位后，得一新的抛物线，那么新的抛物线的表达式是________.

解析：y=x^2-2 的顶点坐标为(0，-2)，把点(0，-2)向上平移一个单位后所得对应点的坐标为(0，-1)，所以新的抛物线的表达式是 y=x^2-1.

答案：y=x^2-1

11.某商品的原价为 100 元，如果经过两次降价，且每次降价的百分率都是 m，那么该商品现在的价格是________元(结果用含 m 的代数式表示).

解析：第一次降价后价格为 100(1-m)元，第二次降价是在第一次降价后完成的，所以应为 100(1-m)(1-m)元，即 $100(1-m)^2$元.

答案：$100(1-m)^2$

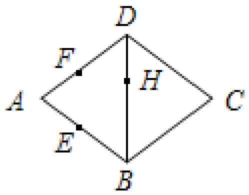
12.若$\frac{|x|-3}{x^2-2x-3}$的值为零，则 x 的值是________.

解析：由分子|x|-3=0，得 x±3，而当 x=3 时，分母 x^2-2x-3=0，此时该分式无意义，

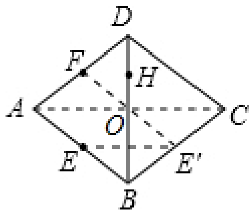
所以当 x=-3，故若$\frac{|x|-3}{x^2-2x-3}$的值为零，则 x 的值是-3.

答案：-3

13.如图，在对角线长分别为 12 和 16 的菱形 ABCD 中，E、F 分别是边 AB、AD 的中点，H 是对角线 BD 上的任意一点，则 HE+HF 的最小值是________.



解析：如图：作 EE′ ⊥BD 交 BC 于 E′，连接 E′ F，连接 AC 交 BD 于 O.



则 E′ F 就是 HE+HF 的最小值，

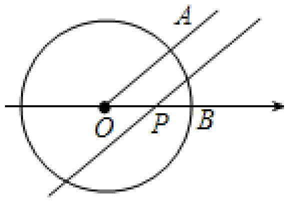
∵E、F 分别是边 AB、AD 的中点，∴E′ F 平行且等于 AB，

而由已知△AOB 中可得 AB=$\sqrt{(12\div2)^2+(16\div2)^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$，

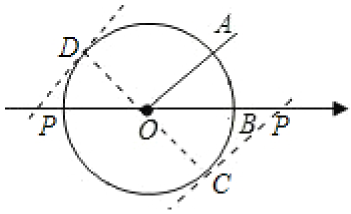
故 HE+HF 的最小值为 10.

答案：10

14. 如图，已知⊙O 是以数轴的原点 O 为圆心，半径为 1 的圆，∠AOB=45°，点 P 在数轴上运动，若过点 P 且与 OA 平行的直线与⊙O 有公共点，设 OP=x，则 x 的取值范围是________.



解析：设切点为 C，连接 OC，则圆的半径 OC=1，OC⊥PC，

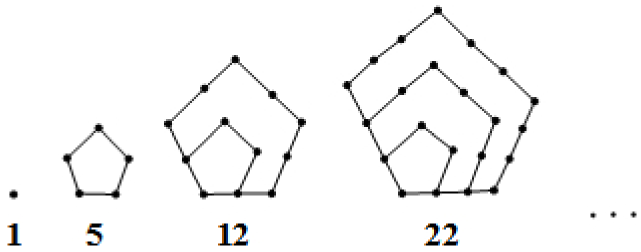


∵∠AOB=45°，OA∥PC，∴∠OPC=45°，∴PC=OC=1，∴OP=$\sqrt{2}$，

同理，原点左侧的距离也是$\sqrt{2}$，且线段是正数，∴x 的取值范围是 0＜x≤$\sqrt{2}$.

答案：0＜x≤$\sqrt{2}$

15. 如图，古希腊人常用小石子在沙滩上摆成各种形状来研究数. 例如：称图中的数 1，5，12，22…为五边形数，则第 6 个五边形数是________.



解析：∵5-1=4，12-5=7，22-12=10，
∴相邻两个图形的小石子数的差值依次增加 3，
∴第 5 个五边形数是 22+13=35，
第 6 个五边形数是 35+16=51.
答案：51

16.在平面直角坐标系中，对于任意两点 A(x_1, y_1)，B(x_2, y_2)，规定运算：
(1)A⊕B=(x_1+x_2, y_1+y_2)；
(2)A⊙B=$x_1x_2+y_1y_2$；
(3)当 $x_1=x_2$ 且 $y_1=y_2$ 时，A=B.
有下列四个命题：
①若有 A(1，2)，B(2，-1)，则 A⊕B=(3，1)，A⊙B=0；
②若有 A⊕B=B⊕C，则 A=C；
③若有 A⊙B=B⊙C，则 A=C；
④(A⊕B)⊕C=A⊕(B⊕C)对任意点 A、B、C 均成立.
其中正确的命题为________(只填序号).
解析：①∵A(1，2)，B(2，-1)，∴A⊕B=(1+2，2-1)，A⊙B=1×2+2×(-1)，即 A⊕B=(3，1)，A⊙B=0，故①正确；
②设 C(x_3, y_3)，则 A⊕B=(x_1+x_2, y_1+y_2)，B⊕C=(x_2+x_3, y_2+y_3)，而 A⊕B=B⊕C，所以 $x_1+x_2=x_2+x_3$，$y_1+y_2=y_2+y_3$，则 $x_1=x_3$，$y_1=y_3$，所以 A=C，故②正确；
③A⊙B=$x_1x_2+y_1y_2$，B⊙C=$x_2x_3+y_2y_3$，而 A⊙B=B⊙C，则 $x_1x_2+y_1y_2=x_2x_3+y_2y_3$，不能得到 $x_1=x_3$，$y_1=y_3$，所以 A≠C，故③不正确；
④因为(A⊕B)⊕C=$(x_1+x_2+x_3, y_1+y_2+y_3)$，A⊕(B⊕C)=$(x_1+x_2+x_3, y_1+y_2+y_3)$，所以(A⊕B)⊕C=A⊕(B⊕C)，故④正确.
综上所述，正确的命题为①②④.
答案：①②④

三、解答题(本大题共 8 个题，共 72 分)

17.计算：

(1) $\left|\sqrt{3}-2\right|+2010^0-\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}+3\tan 30°$.

(2) $\frac{2a+2}{a-1}\div(a+1)-\frac{a^2-1}{a^2-2a+1}$.

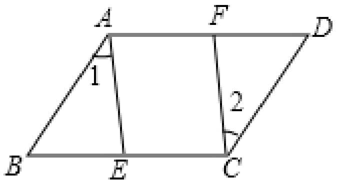
解析：(1)根据绝对值、零次幂、负整数指数幂、特殊角的三角函数值计算即可.

(2)按照分式的混合运算法则化简即可.

答案：(1)原式$=2-\sqrt{3}+1+3+3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=6$；

(2)原式$=\frac{2\left(a+1\right)}{a-1}\cdot\frac{1}{a+1}-\frac{\left(a-1\right)\left(a+1\right)}{\left(a-1\right)^2}=\frac{2}{a-1}-\frac{a+1}{a-1}=\frac{1-a}{a-1}=-1$.

18.已知：如图，点 E，F 分别为?ABCD 的 BC，AD 边上的点，且∠1=∠2.求证：AE=FC.

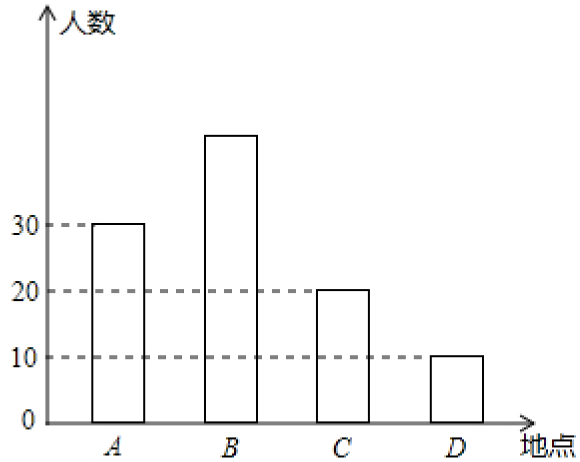


解析：根据平行四边形的性质可得 AB=CD，∠B=∠D，又∠1=∠2，根据 ASA 易得△ABE≌△CDF，即可得 AE=CF.

答案：∵四边形 ABCD 是平行四边形，∴AB=CD，∠B=∠D.

在△ABE 与△CDF 中，$\begin{cases}\angle 1=\angle 2, \\ AB=CD, \\ \angle B=\angle D,\end{cases}$∴△ABE≌△CDF，∴AE=CF.

19.如图，暑假快要到了，某市准备组织同学们分别到 A，B，C，D 四个地方进行夏令营活动，前往四个地方的人数.



(1)去 B 地参加夏令营活动人数占总人数的 40%，根据统计图求去 B 地的人数？

(2)若一对姐弟中只能有一人参加夏令营，姐弟俩提议让父亲决定.父亲说：现有 4 张卡片上分别写有 1，2，3，4 四个整数，先让姐姐随机地抽取一张后放回，再由弟弟随机地抽取一张.若抽取的两张卡片上的数字之和是 5 的倍数则姐姐参加，若抽取的两张卡片上的数字之和是 3 的倍数则弟弟参加.用列表法或树形图分析这种方法对姐弟俩是否公平？

解析：(1)假设出去 B 地的人数为 x，根据去 B 地参加夏令营活动人数占总人数的 40%，进而得出方程求出即可；

(2)根据已知列表得出所有可能，进而利用概率公式求出即可.

答案：(1)设去B地的人数为x，

则由题意有：$\frac{x}{30+x+20+10}$=40%；解得：x=40.

∴去B地的人数为40人.

(2)列表：

4	(1，4)	(2，4)	(3，4)	(4，4)
3	(1，3)	(2，3)	(3，3)	(4，3)
2	(1，2)	(2，2)	(3，2)	(4，2)
1	(1，1)	(2，1)	(3，1)	(4，1)
	1	2	3	4

∴姐姐能参加的概率P(姐)=$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$，弟弟能参加的概率为P(弟)=$\frac{5}{16}$，

∵P(姐)=$\frac{4}{16}$<P(弟)=$\frac{5}{16}$，∴不公平.

20.甲、乙两名学生练习计算机打字，甲打一篇1000字的文章与乙打一篇900字的文章所用的时间相同.已知甲每分钟比乙每分钟多打5个字，问：甲、乙两人每分钟各打多少个字？

解析：设乙每分钟打x个字，则甲每分钟打(x+5)个字，根据工作时间=工作总量÷工作效率结合甲打一篇1000字的文章与乙打一篇900字的文章所用的时间相同，即可得出关于x的分式方程，解之经检验后即可得出结论.

答案：设乙每分钟打x个字，则甲每分钟打(x+5)个字，

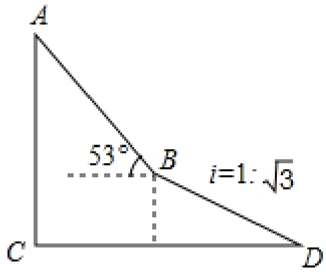
根据题意得：$\frac{1000}{x+5}=\frac{900}{x}$，解得：x=45，

经检验，x=45是原方程的解，且符合题意，

∴x+5=50.

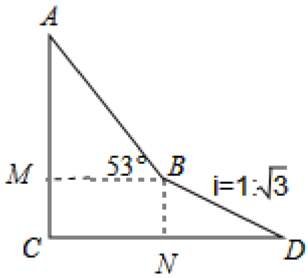
答：甲每分钟打50个字，乙每分钟打45个字.

21.如图，为了测量出楼房AC的高度，从距离楼底C处$60\sqrt{3}$米的点D(点D与楼底C在同一水平面上)出发，沿斜面坡度为i=1：$\sqrt{3}$的斜坡DB前进30米到达点B，在点B处测得楼顶A的仰角为53°，求楼房AC的高度(参考数据：sin53°=$\frac{4}{5}$，cos35°=$\frac{3}{5}$，tan53°=$\frac{4}{3}$，$\sqrt{3}$≈1.732，结果精确到0.1米)



解析：如图作 BN⊥CD 于 N，BM⊥AC 于 M，先在 RT△BDN 中求出线段 BN，在 RT△ABM 中求出 AM，再证明四边形 CMBN 是矩形，得 CM=BN 即可解决问题.

答案：如图，作 BN⊥CD 于 N，BM⊥AC 于 M.



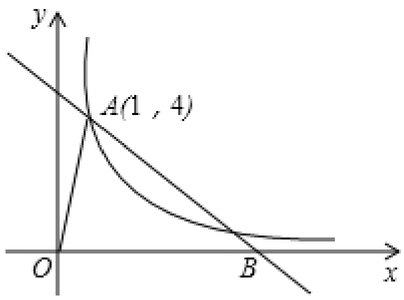
在 Rt△BDN 中，BD=30，BN：ND=1：$\sqrt{3}$，∴BN=15，DN=15$\sqrt{3}$，

∵∠C=∠CMB=∠CNB=90°，∴四边形 CMBN 是矩形，

∴CM=BN=15，BM=CN=$60\sqrt{3}-15\sqrt{3}=45\sqrt{3}$，

在 Rt△ABM 中，tan∠ABM=$\frac{AM}{BM}=\frac{4}{3}$，∴AM=60$\sqrt{3}$，∴AC=AM+CM=15+60$\sqrt{3}$≈118.9.

22.如图，已知反比例函数 y=$\frac{k}{x}$ 的图象与直线 y=-x+b 都经过点 A(1，4)，且该直线与 x 轴的交点为 B.



(1)求反比例函数和直线的解析式；

(2)求△AOB 的面积.

解析：(1)把 A 点坐标分别代入 y=$\frac{k}{x}$ 和 y=-x+b 中分别求出 k 和 b 即可得到两函数解析式；

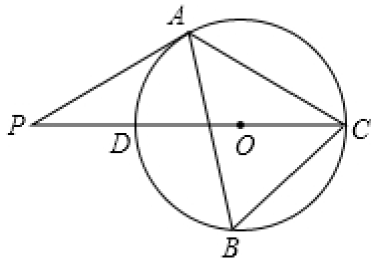
(2)利用一次函数解析式求出 B 点坐标，然后根据三角形面积公式求解.

答案：(1)把 A(1，4)代入 y=$\frac{k}{x}$ 得 k=1×4=4，所以反比例函数的解析式为 y=$\frac{4}{x}$；

把 A(1，4)代入 y=-x+b 得-1+b=4，解得 b=5，所以直线解析式为 y=-x+5；

(2)当 y=0 时，-x+5=0，解得 x=5，则 B(5，0)，所以△AOB 的面积=$\frac{1}{2}$×5×4=10.

23.如图，△ABC 内接于⊙O，∠B=60°，CD 是⊙O 的直径，点 P 是 CD 延长线上的一点，且 AP=AC.



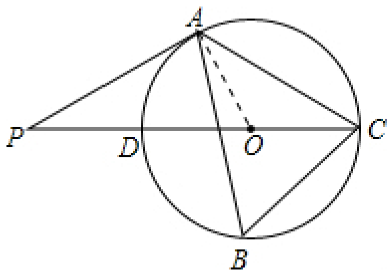
(1)求证：PA 是⊙O 的切线；

(2)若 PD=$\sqrt{3}$，求⊙O 的直径.

解析：(1)连结 OA、AD，如图，利用圆周角定理得到∠CAD=90°，∠ADC=∠B=60°，则∠ACD=30°，再利用 AP=AC 得到∠P=∠ACD=30°，接着根据圆周角定理得∠AOD=2∠ACD=60°，然后根据三角形内角和定理可计算出∠OAP=90°，于是根据切线的判定定理可判断 AP 与⊙O 相切；

(2)连接 AD，证得△AOD 是等边三角形，得到∠OAD=60°，求得 AD=PD=$\sqrt{3}$，得到 OD=$\sqrt{3}$，即可得到结论.

答案：(1)连接 OA，



∵∠B=60°，∴∠AOC=2∠B=120°，

又∵OA=OC，∴∠OAC=∠OCA=30°，

又∵AP=AC，∴∠P=∠ACP=30°，∴∠OAP=∠AOC-∠P=90°，

∴OA⊥PA，∴PA 是⊙O 的切线.

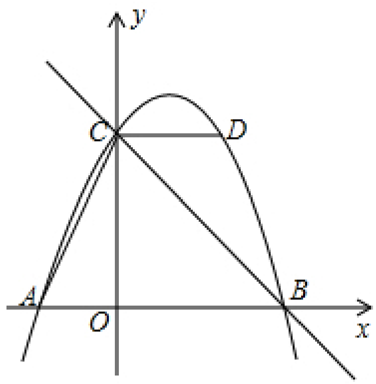
(2)在 Rt△OAP 中，

∵∠P=30°，∴PO=2OA=OD+PD，

又∵OA=OD，∴PD=OA，

∵PD=$\sqrt{3}$，∴2OA=2PD=2$\sqrt{3}$.∴⊙O 的直径为 2$\sqrt{3}$.

24.如图，抛物线 y=ax^2+bx+c 的图象经过点 A(-2，0)，点 B(4，0)，点 D(2，4)，与 y 轴交于点 C，作直线 BC，连接 AC，CD.



(1)求抛物线的函数表达式；
(2)E 是抛物线上的点，求满足∠ECD=∠ACO 的点 E 的坐标；
(3)点 M 在 y 轴上且位于点 C 上方，点 N 在直线 BC 上，点 P 为第一象限内抛物线上一点，若以点 C，M，N，P 为顶点的四边形是菱形，求菱形的边长.
解析：(1)用待定系数法求出抛物线解析式即可.
(2)分①点 E 在直线 CD 上方的抛物线上和②点 E 在直线 CD 下方的抛物线上两种情况，用三角函数求解即可；
(3)分①CM 为菱形的边和②CM 为菱形的对角线，用菱形的性质进行计算.
答案：(1)∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 A(-2，0)，点 B(4，0)，点 D(2，4)，
∴设抛物线解析式为 y=a(x+2)(x-4)，∴-8a=4，∴$a=-\frac{1}{2}$，
∴抛物线解析式为 $y=-\frac{1}{2}(x+2)(x-4)=-\frac{1}{2}x^2+x+4$；
(2)如图 1，

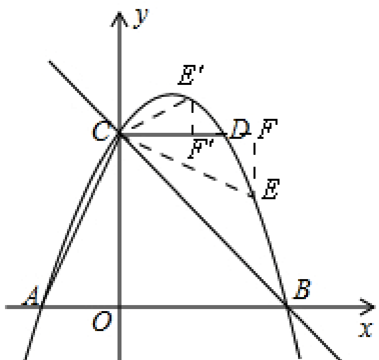


图1

①点 E 在直线 CD 上方的抛物线上，记 E′，
连接 CE′，过 E′ 作 E′F′⊥CD，垂足为 F′，
由(1)知，OC=4，
∵∠ACO=∠E′CF′，∴tan∠ACO=tan∠E′CF′，∴$\frac{AO}{CO}=\frac{E'F'}{CF'}=\frac{1}{2}$，
设线段 E′F′=h，则 CF′=2h，
∴点 E′(2h，h+4)，∵点 E′ 在抛物线上，
∴$-\frac{1}{2}(2h)^2+2h+4=h+4$，∴h=0(舍)，$h=\frac{1}{2}$，∴E′(1，$\frac{9}{2}$)，
②点 E 在直线 CD 下方的抛物线上，记 E，

连接CE，过E作EF⊥CD，垂足为F，
由(1)知，OC=4，

∵∠ACO=∠ECF，∴tan∠ACO=tan∠ECF，∴$\frac{AO}{CO}=\frac{EF}{CF}=\frac{1}{2}$，

设线段EF=h，则CF=2h，∴点E(2h，4-h)

∵点E在抛物线上，∴$-\frac{1}{2}(2h)^2+2h+4=4-h$，∴h=0(舍)，$h=\frac{3}{2}$，∴E(3，$\frac{5}{2}$)，

点E的坐标为(1，$\frac{9}{2}$)，(3，$\frac{5}{2}$)

(3)①CM为菱形的边，如图2，

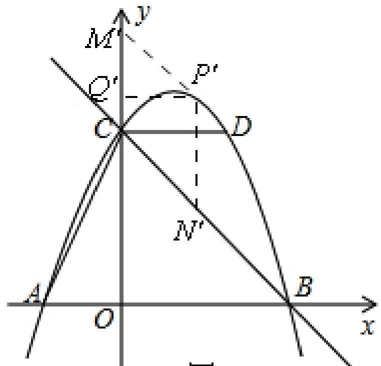


图2

在第一象限内取点P′，过点P′作P′N′∥y轴，交BC于N′，过点P′作P′M′∥BC，交y轴于M′，
∴四边形CM′P′N′是平行四边形，
∵四边形CM′P′N′是菱形，
∴P′M′=P′N′，
过点P′作P′Q′⊥y轴，垂足为Q′，
∵OC=OB，∠BOC=90°，
∴∠OCB=45°，
∴∠P′M′C=45°，

设点P′(m，$-\frac{1}{2}m^2+m+4$)，

在Rt△P′M′Q′中，P′Q′=m，P′M′=$\sqrt{2}$m，

∵B(4，0)，C(0，4)，∴直线BC的解析式为y=-x+4，
∵P′N′∥y轴，∴N′(m，-m+4)，

∴P′N′=$-\frac{1}{2}m^2+m+4-(-m+4)=-\frac{1}{2}m^2+2m$，∴$\sqrt{2}m=-\frac{1}{2}m^2+2m$，∴m=0(舍)或$m=4-2\sqrt{2}$，

菱形CM′P′N′的边长为$\sqrt{2}\left(4-2\sqrt{2}\right)=4\sqrt{2}-4$.

②CM为菱形的对角线，如图3，

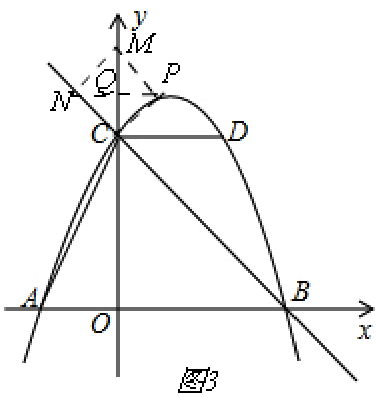


图3

在第一象限内抛物线上取点P，过点P作PM∥BC，

交y轴于点M，连接CP，过点M作MN∥CP，交BC于N，

∴四边形CPMN是平行四边形，连接PN交CM于点Q，

∵四边形CPMN是菱形，∴PQ⊥CM，∠PCQ=∠NCQ，

∵∠OCB=45°，∴∠NCQ=45°，∴∠PCQ=45°，∴∠CPQ=∠PCQ=45°，∴PQ=CQ，

设点P(n，$-\frac{1}{2}n^2+n+4$)，∴CQ=n，OQ=n+4，∴$n+4=-\frac{1}{2}n^2+n+4$，∴n=0(舍)，

∴此种情况不存在.∴菱形的边长为$4\sqrt{2}-4$.