

2015 年宁夏中考真题数学

一、选择题(下列每小题所给的四个答案中只有一个是正确的, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. 下列计算正确的是( )

A.  $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$

B.  $\sqrt{12} \div \sqrt{3} = 2$

C.  $(\sqrt{5})^{-1} = \sqrt{5}$

D.  $(\sqrt{3}-1)^2 = 2$

解析:  $\sqrt{3}$  与  $\sqrt{2}$  不能合并, 所以 A 选项错误;

B、原式= $\sqrt{12 \div 3} = 2$ , 所以 B 选项正确;

C、原式= $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , 所以 C 选项错误;

D、原式= $3 - 2\sqrt{3} + 1 = 4 - 2\sqrt{3}$ , 所以 D 选项错误.

答案: B

2. 生物学家发现了一种病毒的长度约为 0.00000432 毫米. 数据 0.00000432 用科学记数法表示为( )

A.  $0.432 \times 10^{-5}$

B.  $4.32 \times 10^{-6}$

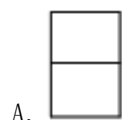
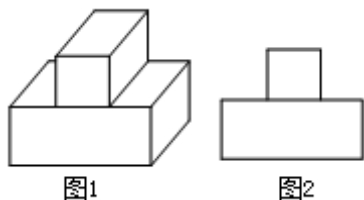
C.  $4.32 \times 10^{-7}$

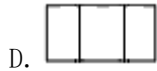
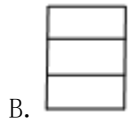
D.  $43.2 \times 10^{-7}$

解析:  $0.00000432 = 4.32 \times 10^{-6}$ .

答案: B

3. 如图, 放置的一个机器零件(图 1), 若其主视图如图(图 2)所示, 则其俯视图为( )





解析：俯视图是从上面看所得到的图形，此几何体从上面看可以看到一个长方形，中间有一个长方形. 其俯视图如下.



答案：D

4. 某校 10 名学生参加“心理健康”知识测试，他们得分情况如下表：

人数	2	3	4	1
分数	80	85	90	95

那么这 10 名学生所得分数的众数和中位数分别是( )

- A. 95 和 85
- B. 90 和 85
- C. 90 和 87.5
- D. 85 和 87.5

解析：在这一组数据中 9 是出现次数最多的，故众数是 90；

排序后处于中间位置的那个数是 85，90，那么由中位数的定义可知，这组数据的中位数是

$$\frac{85+90}{2}=87.5.$$

答案：C

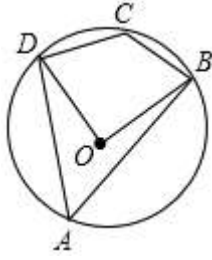
5. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+x+m=0$  有实数根，则  $m$  的取值范围是( )

- A.  $m \geq -\frac{1}{4}$
- B.  $m \leq -\frac{1}{4}$
- C.  $m \geq \frac{1}{4}$
- D.  $m \leq \frac{1}{4}$

解析：由题意知， $\Delta=1-4m \geq 0$ ， $\therefore m \leq \frac{1}{4}$ .

答案：D

6. 如图，四边形 ABCD 是  $\odot O$  的内接四边形，若  $\angle BOD=88^\circ$ ，则  $\angle BCD$  的度数是( )

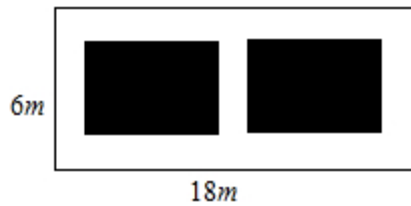


- A.  $88^\circ$
- B.  $92^\circ$
- C.  $106^\circ$
- D.  $136^\circ$

解析：∵  $\angle BOD=88^\circ$ ，∴  $\angle BAD=88^\circ \div 2=44^\circ$ ，  
 ∵  $\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$ ，∴  $\angle BCD=180^\circ -44^\circ =136^\circ$ ，即  $\angle BCD$  的度数是  $136^\circ$ 。

答案：D

7. 如图，某小区有一块长为 18 米，宽为 6 米的矩形空地，计划在其中修建两块相同的矩形绿地，它们的面积之和为  $60 \text{ 米}^2$ ，两块绿地之间及周边留有宽度相等的人行通道。若设人行道的宽度为  $x$  米，则可以列出关于  $x$  的方程是（ ）

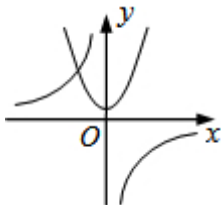


- A.  $x^2+9x-8=0$
- B.  $x^2-9x-8=0$
- C.  $x^2-9x+8=0$
- D.  $2x^2-9x+8=0$

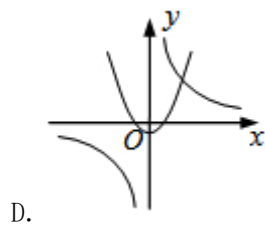
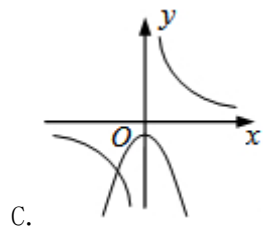
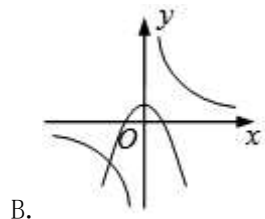
解析：设人行道的宽度为  $x$  米，根据题意得， $(18-3x)(6-2x)=60$ ，  
 化简整理得， $x^2-9x+8=0$ 。

答案：C

8. 函数  $y=\frac{k}{x}$  与  $y=-kx^2+k$  ( $k \neq 0$ ) 在同一直角坐标系中的图象可能是（ ）



A.



解析：由解析式  $y=-kx^2+k$  可得：抛物线对称轴  $x=0$ ；

A、由双曲线的两支分别位于二、四象限，可得  $k<0$ ，则  $-k>0$ ，抛物线开口方向向上、抛物线与  $y$  轴的交点为  $y$  轴的负半轴上；本图象与  $k$  的取值相矛盾，故 A 错误；

B、由双曲线的两支分别位于一、三象限，可得  $k>0$ ，则  $-k<0$ ，抛物线开口方向向下、抛物线与  $y$  轴的交点在  $y$  轴的正半轴上，本图象符合题意，故 B 正确；

C、由双曲线的两支分别位于一、三象限，可得  $k>0$ ，则  $-k<0$ ，抛物线开口方向向下、抛物线与  $y$  轴的交点在  $y$  轴的正半轴上，本图象与  $k$  的取值相矛盾，故 C 错误；

D、由双曲线的两支分别位于一、三象限，可得  $k>0$ ，则  $-k<0$ ，抛物线开口方向向下、抛物线与  $y$  轴的交点在  $y$  轴的正半轴上，本图象与  $k$  的取值相矛盾，故 D 错误。

答案：B

## 二、填空题(每小题 3 分，共 24 分)

9. 因式分解： $x^3-xy^2=$ \_\_\_\_\_.

解析： $x^3-xy^2=x(x^2-y^2)=x(x-y)(x+y)$ .

答案： $x(x-y)(x+y)$

10. 从 2, 3, 4 这三个数字中，任意抽取两个不同数字组成一个两位数，则这个两位数能被 3 整除的概率是\_\_\_\_\_.

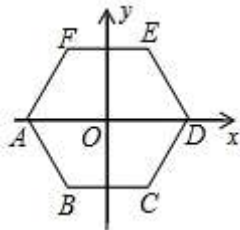
解析：如下表，任意抽取两个不同数字组成一个两位数，共 6 种情况，其中能被 3 整除的有 24, 42 两种，

	2	3	4
2		23	24
3	32		34
4	42	43	

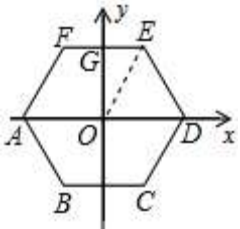
∴组成两位数能被3整除的概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

答案:  $\frac{1}{3}$

11. 如图,将正六边形ABCDEF放在直角坐标系中,中心与坐标原点重合,若A点的坐标为(-1, 0), 则点C的坐标为\_\_\_\_\_.



解析: 连接OE, 由正六边形是轴对称图形知:



在Rt△OEG中,  $\angle GOE=30^\circ$ ,  $OE=1$ . ∴ $GE=\frac{1}{2}$ ,  $OG=\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

∴ $A(-1, 0)$ ,  $B(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ ,  $C(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ ,  $D(1, 0)$ ,  $E(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ,  $F(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ .

答案:  $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$

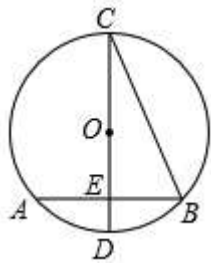
12. 已知扇形的圆心角为 $120^\circ$ , 所对的弧长为 $\frac{8\pi}{3}$ , 则此扇形的面积是\_\_\_\_\_.

解析: ∵扇形的圆心角为 $120^\circ$ , 所对的弧长为 $\frac{8\pi}{3}$ ,

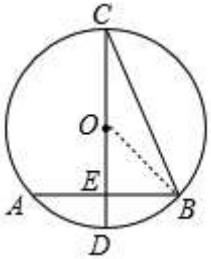
$$\therefore 1 = \frac{120\pi \times R}{180} = \frac{8\pi}{3}, \text{ 解得: } R=4, \text{ 则扇形面积为 } \frac{1}{2} R^2 = \frac{16\pi}{3}.$$

答案:  $\frac{16\pi}{3}$

13. 如图, 在  $\odot O$  中,  $CD$  是直径, 弦  $AB \perp CD$ , 垂足为  $E$ , 连接  $BC$ . 若  $AB=2\sqrt{2}$ ,  $\angle BCD=30^\circ$ , 则  $\odot O$  的半径为\_\_\_\_\_.



解析: 连接  $OB$ ,



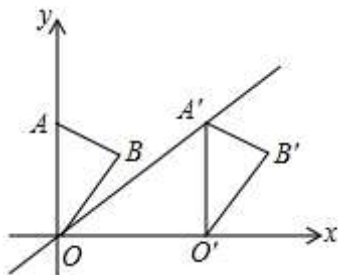
$$\because OC=OB, \angle BCD=30^\circ, \therefore \angle BCD=\angle CBO=30^\circ, \therefore \angle BOE=\angle BCD+\angle CBO=60^\circ,$$

$$\because \text{直径 } CD \perp \text{弦 } AB, AB=2\sqrt{2}, \therefore BE=\frac{1}{2}AB=\sqrt{2}, \angle OEB=90^\circ,$$

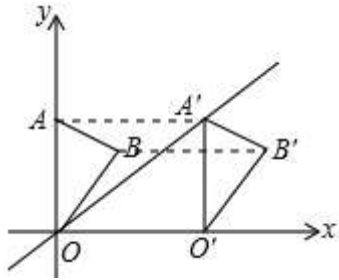
$$\therefore OB = \frac{BE}{\sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{6}}{3}, \text{ 即 } \odot O \text{ 的半径为 } \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

答案:  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

14. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $A$  的坐标为  $(0, 4)$ ,  $\triangle OAB$  沿  $x$  轴向右平移后得到  $\triangle O'A'B'$ , 点  $A$  的对应点  $A'$  是直线  $y=\frac{4}{5}x$  上一点, 则点  $B$  与其对应点  $B'$  间的距离为\_\_\_\_\_.



解析：如图，连接  $AA'$ 、 $BB'$ 。



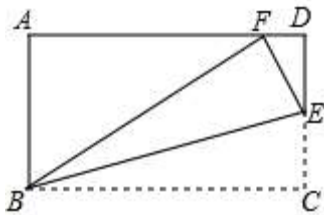
$\because$  点  $A$  的坐标为  $(0, 4)$ ， $\triangle OAB$  沿  $x$  轴向右平移后得到  $\triangle O'A'B'$ ， $\therefore$  点  $A'$  的纵坐标是 4.

又  $\because$  点  $A$  的对应点在直线  $y = \frac{4}{5}x$  上一点， $\therefore 4 = \frac{4}{5}x$ ，解得  $x = 5$ 。 $\therefore$  点  $A'$  的坐标是  $(5, 4)$ ，

$\therefore AA' = 5$ 。 $\therefore$  根据平移的性质知  $BB' = AA' = 5$ 。

答案：5

15. 如图，在矩形  $ABCD$  中， $AB = 3$ ， $BC = 5$ ，在  $CD$  上任取一点  $E$ ，连接  $BE$ ，将  $\triangle BCE$  沿  $BE$  折叠，使点  $C$  恰好落在  $AD$  边上的点  $F$  处，则  $CE$  的长为\_\_\_\_\_。



解析：设  $CE = x$ 。 $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形， $\therefore AD = BC = 5$ ， $CD = AB = 3$ ， $\angle A = \angle D = 90^\circ$ 。

$\because$  将  $\triangle BCE$  沿  $BE$  折叠，使点  $C$  恰好落在  $AD$  边上的点  $F$  处，

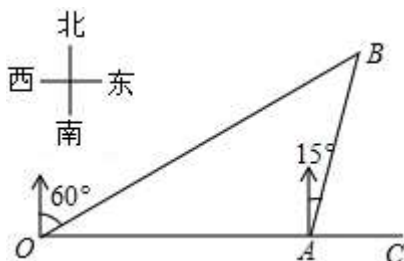
$\therefore BF = BC = 5$ ， $EF = CE = x$ ， $DE = CD - CE = 3 - x$ 。

在  $Rt\triangle ABF$  中，由勾股定理得： $AF^2 = 5^2 - 3^2 = 16$ ， $\therefore AF = 4$ ， $DF = 5 - 4 = 1$ 。

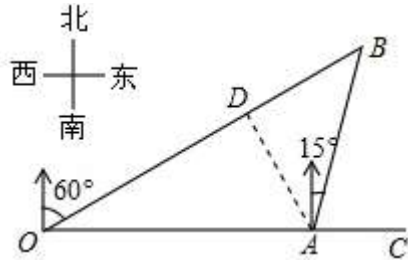
在  $Rt\triangle DEF$  中，由勾股定理得： $EF^2 = DE^2 + DF^2$ ，即  $x^2 = (3 - x)^2 + 1^2$ ，解得： $x = \frac{5}{3}$ 。

答案： $\frac{5}{3}$

16. 如图，港口  $A$  在观测站  $O$  的正东方向， $OA = 4$  km，某船从港口  $A$  出发，沿北偏东  $15^\circ$  方向航行一段距离后到达  $B$  处，此时从观测站  $O$  处测得该船位于北偏东  $60^\circ$  的方向，则该船航行的距离（即  $AB$  的长）为\_\_\_\_\_ km。



解析：如图，过点  $A$  作  $AD \perp OB$  于  $D$ 。



在  $Rt\triangle AOD$  中,  $\because \angle ADO=90^\circ$ ,  $\angle AOD=30^\circ$ ,  $OA=4\text{km}$ ,  $\therefore AD=\frac{1}{2}OA=2\text{km}$ .

在  $Rt\triangle ABD$  中,  $\because \angle ADB=90^\circ$ ,  $\angle B=\angle CAB-\angle AOB=75^\circ-30^\circ=45^\circ$ ,

$\therefore BD=AD=\sqrt{2}\text{km}$ ,  $\therefore AB=2AD=2\sqrt{2}\text{km}$ . 即该船航行的距离(即  $AB$  的长)为  $2\sqrt{2}\text{km}$ .

答案:  $2\sqrt{2}$

### 三、解答题(每题 6 分, 共 36 分)

17. 解方程:  $\frac{x}{x-1} - \frac{2x-1}{x^2-1} = 1$ .

解析: 因为  $x^2-1=(x+1)(x-1)$ , 所以可确定最简公分母  $(x+1)(x-1)$ , 然后方程两边同乘最简公分母将分式方程转化为整式方程求解即可, 注意检验.

答案: 方程两边同乘  $(x+1)(x-1)$ ,

得  $x(x+1)-(2x-1)=(x+1)(x-1)$ , 解得  $x=2$ .

经检验: 当  $x=2$  时,  $(x+1)(x-1)\neq 0$ ,

$\therefore$  原分式方程的解为:  $x=2$ .

18. 解不等式组  $\begin{cases} 3x-(x-2)\geq 6, \\ x+1>\frac{4x-1}{3}. \end{cases}$

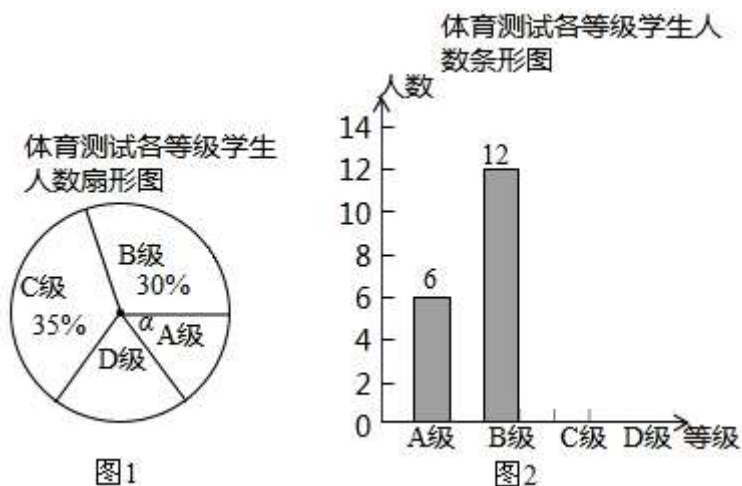
解析: 先解不等式组中每一个不等式的解集, 再利用求不等式组解集的口诀“大小小大中间找”即可确定结果.

答案:  $\begin{cases} 3x-(x-2)\geq 6\text{①}, \\ x+1>\frac{4x-1}{3}\text{②}, \end{cases}$

由①得:  $x\geq 2$ , 由②得:  $x<4$ , 所以这个不等式组的解集为:  $2\leq x<4$ .

19. 为了解中考体育科目训练情况, 某地从九年级学生中随机抽取了部分学生进行了一次考前体育科目测试, 把测试结果分为四个等级: A 级: 优秀; B 级: 良好; C 级: 及格; D 级: 不及格, 并将测试结果绘成了如下两幅不完整的统计图. 请根据统计图中的信息解答下列问题:





- (1) 请将两幅不完整的统计图补充完整；  
 (2) 如果该地参加中考的学生将有 4500 名，根据测试情况请你估计不及格的人数有多少？  
 (3) 从被抽测的学生中任选一名学生，则这名学生成绩是 D 级的概率是多少？
- 解析：(1) 首先根据题意求得总人数，继而求得 A 级与 D 级占的百分比，求得 C 级与 D 级的人数；则可补全统计图；

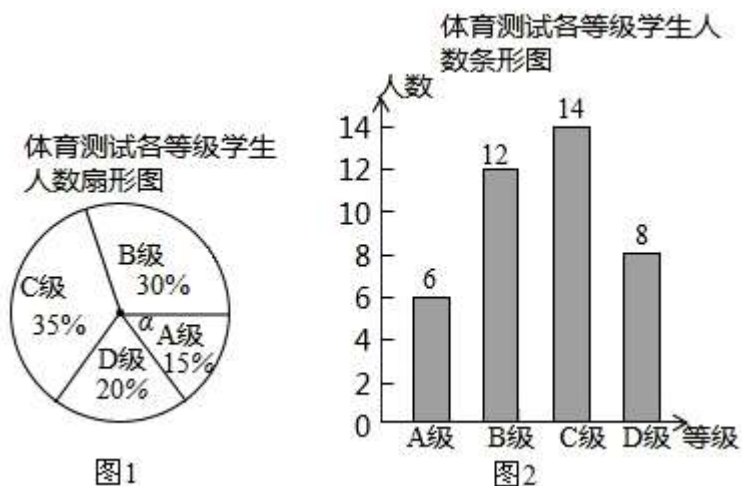
(2) 根据题意可得：估计不及格的人数有： $4500 \times 20\% = 900$  (人)；  
 (3) 由概率公式的定义，即可求得这名学生成绩是 D 级的概率。

答案：(1) 总人数为： $12 \div 30\% = 40$  (人)，

A 级占： $\frac{6}{40} \times 100\% = 15\%$ ，D 级占： $1 - 35\% - 30\% - 15\% = 20\%$ ；

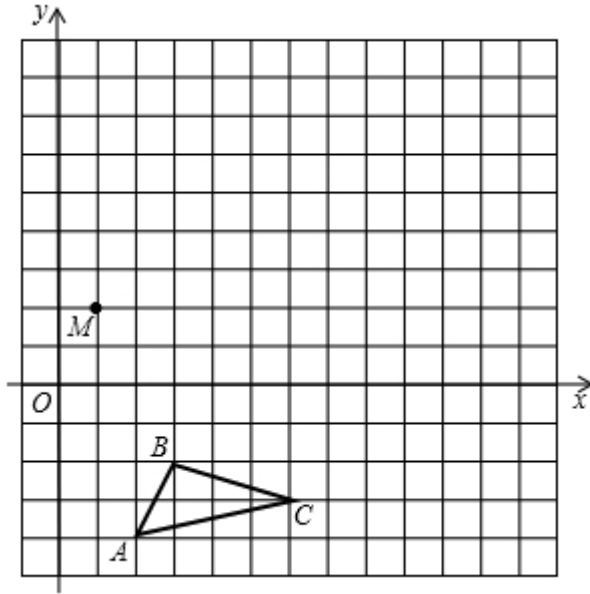
C 级人数： $40 \times 35\% = 14$  (人)，D 级人数： $40 \times 20\% = 8$  (人)，

补全统计图得：



- (2) 估计不及格的人数有： $4500 \times 20\% = 900$  (人)。  
 (3) 从被抽测的学生中任选一名学生，则这名学生成绩是 D 级的概率是：20%。

20. 在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$  的三个顶点坐标分别为  $A(2, -4)$ ， $B(3, -2)$ ， $C(6, -3)$ 。

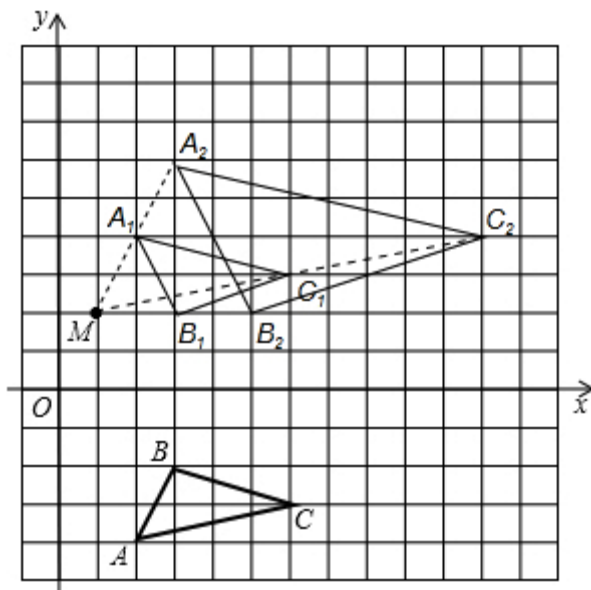


- (1) 画出  $\triangle ABC$  关于  $x$  轴对称的  $\triangle A_1B_1C_1$ ;  
 (2) 以  $M$  点为位似中心, 在网格中画出  $\triangle A_1B_1C_1$  的位似图形  $\triangle A_2B_2C_2$ , 使  $\triangle A_2B_2C_2$  与  $\triangle A_1B_1C_1$  的相似比为  $2:1$ .

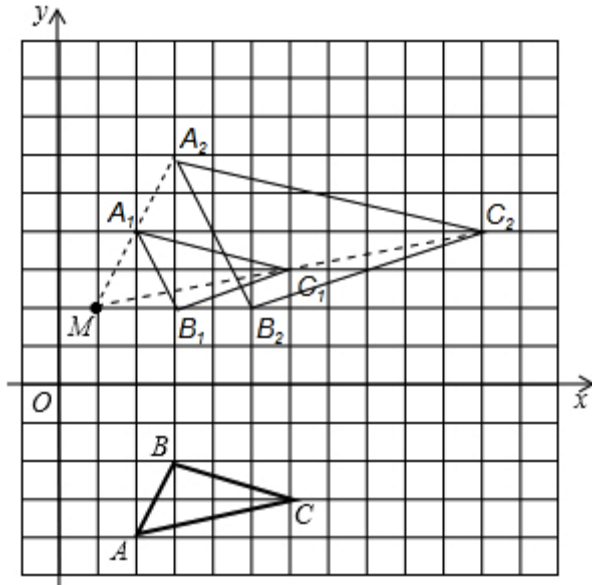
解析: (1) 利用轴对称图形的性质进而得出对应点位置进而画出图形即可;

(2) 利用位似图形的性质得出对应点位置进而画出图形即可.

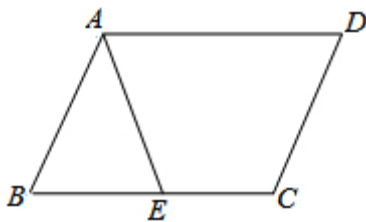
答案: (1) 如图所示:  $\triangle A_1B_1C_1$ , 即为所求.



(2) 如图所示:  $\triangle A_2B_2C_2$ , 即为所求.



21. 在平行四边形 ABCD 中, E 为 BC 边上的一点. 连结 AE.



(1) 若  $AB=AE$ , 求证:  $\angle DAE=\angle D$ ;

(2) 若点 E 为 BC 的中点, 连接 BD, 交 AE 于 F, 求  $EF:FA$  的值.

解析: (1) 根据平行四边形的对边互相平行可得  $AD\parallel BC$ , 再根据两直线平行, 内错角相等可得  $\angle AEB=\angle EAD$ , 根据等边对等角可得  $\angle ABE=\angle AEB$ , 即可得证;

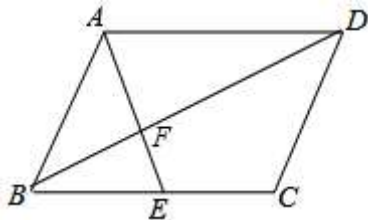
(2) 由四边形 ABCD 是平行四边形, 可证得  $\triangle BEF\sim\triangle AFD$ , 即可求得  $EF:FA$  的值.

答案: (1) 在平行四边形 ABCD 中,  $AD\parallel BC$ ,  $\therefore\angle AEB=\angle EAD$ ,

$\because AE=AB$ ,  $\therefore\angle ABE=\angle AEB$ ,  $\therefore\angle B=\angle EAD$ ,

$\because\angle B=\angle D$ ,  $\therefore\angle DAE=\angle D$ .

(2)  $\because$  四边形 ABCD 是平行四边形,



$\therefore AD\parallel BC$ ,  $AD=BC$ ,  $\therefore\triangle BEF\sim\triangle AFD$ ,  $\therefore\frac{EF}{FA}=\frac{BE}{AD}$ ,

$\because E$  为  $BC$  的中点,  $\therefore BE=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}AD$ ,  $\therefore EF:FA=1:2$ .

22. 某校在开展“校园献爱心”活动中, 准备向南部山区学校捐赠男、女两种款式的书包.

已知男款书包的单价 50 元/个，女款书包的单价 70 元/个.

(1) 原计划募捐 3400 元，购买两种款式的书包共 60 个，那么这两种款式的书包各买多少个？

(2) 在捐款活动中，由于学生捐款的积极性高涨，实际共捐款 4800 元，如果至少购买两种款式的书包共 80 个，那么女款书包最多能买多少个？

解析：(1) 设原计划买男款书包  $x$  个，则女款书包  $(60-x)$  个，根据题意得： $50x+70(60-x)=3400$ ，即可解答；

(2) 设女款书包最多能买  $y$  个，则男款书包  $(80-y)$  个，根据题意得： $70y+50(80-y)\leq 4800$ ，即可解答.

答案：(1) 设原计划买男款书包  $x$  个，则女款书包  $(60-x)$  个，

根据题意得： $50x+70(60-x)=3400$ ，

解得： $x=40$ ，

$60-x=60-40=20$ ，

答：原计划买男款书包 40 个，则女款书包 20 个.

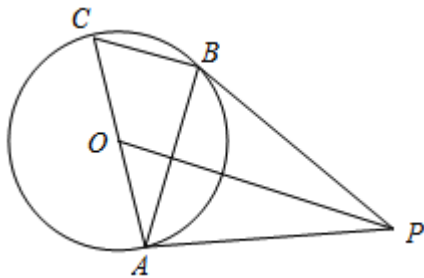
(2) 设女款书包最多能买  $y$  个，则男款书包  $(80-y)$  个，

根据题意得： $70y+50(80-y)\leq 4800$ ，

解得： $y\leq 40$ ， $\therefore$  女款书包最多能买 40 个.

#### 四、解答题(23 题、24 题每题 8 分，25 题、26 题每题 10 分，共 36 分)

23. 如图，AC 是  $\odot O$  的直径，BC 是  $\odot O$  的弦，点 P 是  $\odot O$  外一点，连接 PB、AB， $\angle PBA=\angle C$ .



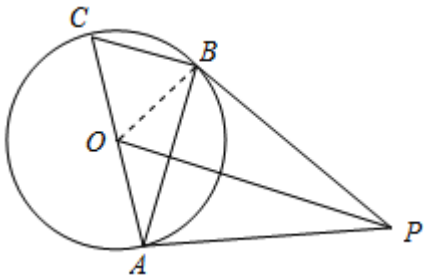
(1) 求证：PB 是  $\odot O$  的切线；

(2) 连接 OP，若  $OP\parallel BC$ ，且  $OP=8$ ， $\odot O$  的半径为  $2\sqrt{2}$ ，求 BC 的长.

解析：(1) 连接 OB，由圆周角定理得出  $\angle ABC=90^\circ$ ，得出  $\angle C+\angle BAC=90^\circ$ ，再由  $OA=OB$ ，得出  $\angle BAC=\angle OBA$ ，证出  $\angle PBA+\angle OBA=90^\circ$ ，即可得出结论；

(2) 证明  $\triangle ABC\sim\triangle PBO$ ，得出对应边成比例，即可求出 BC 的长.

答案：(1) 连接 OB，如图所示：



$\because AC$  是  $\odot O$  的直径， $\therefore \angle ABC=90^\circ$ ， $\therefore \angle C+\angle BAC=90^\circ$ ，

$\because OA=OB$ ， $\therefore \angle BAC=\angle OBA$ ， $\because \angle PBA=\angle C$ ，

$\therefore \angle PBA+\angle OBA=90^\circ$ ，即  $PB\perp OB$ ， $\therefore PB$  是  $\odot O$  的切线.

(2)  $\because \odot O$  的半径为  $2\sqrt{2}$ ,  $\therefore OB=2\sqrt{2}$ ,  $AC=4\sqrt{2}$ ,

$\because OP \parallel BC$ ,  $\therefore \angle C = \angle BOP$ ,

又  $\because \angle ABC = \angle PBO = 90^\circ$ ,  $\therefore \triangle ABC \sim \triangle PBO$ ,  $\therefore \frac{BC}{OB} = \frac{AC}{OP}$ , 即  $\frac{BC}{2\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{8}$ ,  $\therefore BC=2$ .

24. 已知点  $A(\sqrt{3}, 3)$  在抛物线  $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}x$  的图象上, 设点 A 关于抛物线对称轴对称的点为 B.

(1) 求点 B 的坐标;

(2) 求  $\angle AOB$  度数.

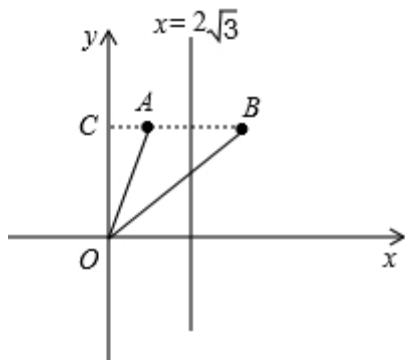
解析: (1) 首先求得抛物线的对称轴, 然后确定点 A 关于对称轴的交点坐标即可;

(2) 根据确定的两点的坐标确定  $\angle AOC$  和  $\angle BOC$  的度数, 从而确定  $\angle AOB$  的度数.

答案: (1)  $\because y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}x = -\frac{1}{3}(x-2\sqrt{3})^2 + 4$ ,

$\therefore$  对称轴为  $x=2\sqrt{3}$ ,  $\therefore$  点  $A(\sqrt{3}, 3)$  关于  $x=2\sqrt{3}$  的对称点的坐标为  $(3\sqrt{3}, 3)$ .

(2) 如图:



$\because A(\sqrt{3}, 3)$ 、 $(3\sqrt{3}, 3)$ ,  $\therefore BC=3\sqrt{3}$ ,  $AC=\sqrt{3}$ ,  $OC=3$ ,

$\therefore \tan \angle AOC = \frac{AC}{OC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\tan \angle BOC = \frac{BC}{OC} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$ ,

$\therefore \angle AOC = 30^\circ$ ,  $\angle BOC = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle AOB = 30^\circ$ .

25. 某工厂为了对新研发的一种产品进行合理定价, 将该产品按拟定的价格进行试销, 通过对 5 天的试销情况进行统计, 得到如下数据:

单价 (元/件)	30	34	38	40	42
销量 (件)	40	32	24	20	16

(1) 计算这 5 天销售额的平均数 (销售额=单价  $\times$  销量);

(2) 通过对上面表格中的数据分析, 发现销量  $y$  (件) 与单价  $x$  (元/件) 之间存在一次函数

关系，求  $y$  关于  $x$  的函数关系式(不需要写出函数自变量的取值范围)；

(3) 预计在今后的销售中，销量与单价仍然存在(2)中的关系，且该产品的成本是 20 元/件. 为使工厂获得最大利润，该产品的单价应定为多少？

解析：(1) 根据题中表格中的数据列出算式，计算即可得到结果；

(2) 设  $y=kx+b$ ，从表格中找出两对值代入求出  $k$  与  $b$  的值，即可确定出解析式；

(3) 设定价为  $x$  元时，工厂获得的利润为  $W$ ，列出  $W$  与  $x$  的二次函数解析式，利用二次函数性质求出  $W$  最大时  $x$  的值即可.

答案：(1) 根据题意得：
$$\frac{30 \times 40 + 34 \times 32 + 38 \times 24 + 40 \times 20 + 42 \times 16}{5} = 934.4 \text{ (元)};$$

(2) 根据题意设  $y=kx+b$ ,

把(30, 40)与(40, 20)代入得：
$$\begin{cases} 30k + b = 40, \\ 40k + b = 20, \end{cases}$$
 解得： $k=-2, b=100$ ，则  $y=-2x+100$ .

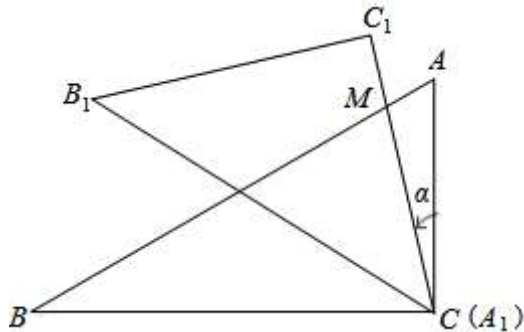
(3) 设定价为  $x$  元时，工厂获得的利润为  $W$ ,

根据题意得： $W=(x-20)y=(x-20)(-2x+100)=-2x^2+140x-2000=-2(x-35)^2+450$ ,

$\therefore$  当  $x=35$  时， $W$  最大值为 450，

则为使工厂获得最大利润，该产品的单价应定为 35 元.

26. 如图，是一副学生用的三角板，在  $\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=60^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ；在  $\triangle A_1B_1C_1$  中， $\angle C_1=90^\circ$ ， $\angle A_1=45^\circ$ ， $\angle B_1=45^\circ$ ，且  $A_1B_1=CB$ . 若将边  $A_1C_1$  与边  $CA$  重合，其中点  $A_1$  与点  $C$  重合. 将三角板  $A_1B_1C_1$  绕点  $C(A_1)$  按逆时针方向旋转，旋转过的角为  $\alpha$ ，旋转过程中边  $A_1C_1$  与边  $AB$  的交点为  $M$ ，设  $AC=a$ .



(1) 计算  $A_1C_1$  的长；

(2) 当  $\alpha=30^\circ$  时，证明： $B_1C_1 \parallel AB$ ；

(3) 若  $a=\sqrt{6}+\sqrt{2}$ ，当  $\alpha=45^\circ$  时，计算两个三角板重叠部分图形的面积；

(4) 当  $\alpha=60^\circ$  时，用含  $a$  的代数式表示两个三角板重叠部分图形的面积.

(参考数据： $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ， $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ ， $\tan 15^\circ = 2-\sqrt{3}$ ， $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ ，

$\cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ， $\tan 75^\circ = 2+\sqrt{3}$ )

解析：(1) 在  $Rt\triangle ABC$  中，由特殊锐角三角函数值，先求得  $BC$  的长，然后在  $Rt\triangle A_1B_1C_1$  中利用特殊锐角三角函数即可求得  $A_1C_1$  的长；

(2) 利用三角形的外角的性质求得  $\angle BMC=90^\circ$ ，然后利用同位角相等，两直线平行进行判定即可；

(3) 两个三角板重叠部分图形的面积 =  $\triangle A_1B_1C_1$  的面积 -  $\triangle BC_1M$  的面积；

(4) 两个三角板重叠部分图形的面积 =  $\triangle CC_1B_1$  的面积 - 三角形  $FB_1C$  的面积 - 三角形  $DC_1M$  的面积。

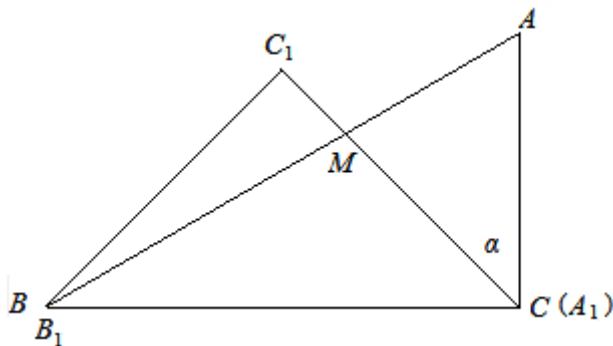
答案：(1) 在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle B=30^\circ$ ， $AC=a$ ，

由特殊锐角三角函数可知： $\frac{AC}{BC} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ， $\therefore BC = \sqrt{3}a$ 。 $\therefore B_1C = \sqrt{3}a$ ，

在  $Rt\triangle A_1B_1C_1$ ， $\angle B_1=45^\circ$ ， $\therefore \frac{A_1C_1}{B_1C} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 。 $\therefore A_1C_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{3}a = \frac{\sqrt{6}a}{2}$ 。

(2)  $\because \angle ACM=30^\circ$ ， $\angle A=60^\circ$ ， $\therefore \angle BMC=90^\circ$ 。 $\therefore \angle C_1 = \angle BMC$ 。 $\therefore B_1C_1 \parallel AB$ 。

(3) 如下图：



由(1)可知： $A_1C_1 = \frac{\sqrt{6}a}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \times (\sqrt{6} + \sqrt{2}) = 3 + \sqrt{3}$ ，

$\therefore \triangle A_1B_1C_1$  的面积 =  $\frac{1}{2} B_1C_1 \cdot C_1A_1 = \frac{1}{2} (3 + \sqrt{3})^2 = 6 + 3\sqrt{3}$ ，

$\because \angle A_1B_1C_1=45^\circ$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ， $\therefore \angle MBC_1=15^\circ$ ，

在  $Rt\triangle BC_1M$  中， $C_1M = BC \tan 15^\circ = (3 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 3 - \sqrt{3}$ ，

$\therefore Rt\triangle BC_1M$  的面积 =  $\frac{1}{2} B_1C_1 \cdot C_1M = \frac{1}{2} (3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) = 3$ 。

$\therefore$  两个三角板重叠部分图形的面积 =  $\triangle A_1B_1C_1$  的面积 -  $\triangle BC_1M$  的面积 =  $3\sqrt{3} + 3$ 。

(4) 由(1)可知： $BC = \sqrt{3}a$ ， $A_1C_1 = \frac{\sqrt{6}}{2}a$ ， $\therefore C_1F = A_1C_1 \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ ，

$\therefore \triangle A_1C_1F$  的面积 =  $\frac{1}{2} A_1C_1 \cdot C_1F = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{6}a}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ ，

$\because \angle MCA=60^\circ$ ， $\angle A=60^\circ$ ， $\therefore \angle AMC=60^\circ$ 。 $\therefore MC=AC=MA=a$ 。 $\therefore C_1M = C_1A_1 - MC = \frac{\sqrt{6}-2}{2}a$ 。

$$\because \angle MCA=60^\circ, \therefore \angle C_1A_1B=30^\circ, \therefore \angle C_1MD=\angle B+\angle C_1A_1B=60^\circ$$

在  $Rt\triangle DC_1M$  中，由特殊锐角三角函数可知： $C_1D=C_1M \cdot \tan 60^\circ = \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2}a$ ,

$$\therefore S_{\triangle DC_1M} = \frac{1}{2} \cdot C_1M \cdot C_1D = \frac{5\sqrt{3}-6\sqrt{2}}{4}a^2,$$

两个三角板重叠部分图形的面积 =

$$S_{\triangle A_1C_1F} - S_{\triangle DC_1M} = \frac{1}{2} \cdot C_1M = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 - \frac{5\sqrt{3}-6\sqrt{2}}{4}a^2 = \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2}a^2.$$