2017年安徽省中考真题数学

一、选择题(每题4分，共40分)

1. $\frac{1}{2}$的相反数是(　　)

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. 2

D. -2

解析：根据相反数的概念解答即可.

答案：B.

2. 计算$(-a^{3})^{2}$的结果是(　　)

A. a^{6}

B. $-a^{6}$

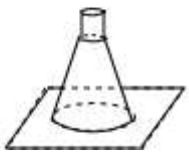
C. $-a^{5}$

D. a^{5}

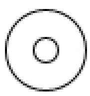
解析：根据整式的运算法则即可求出答案.

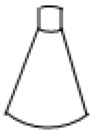
答案：A.

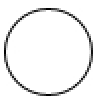
3. 如图，一个放置在水平实验台上的锥形瓶，它的俯视图为(　　)



A. 

B. 

C. 

D. 

解析：俯视图是分别从物体的上面看，所得到的图形.

答案：B.

4.截至2016年底，国家开发银行对“一代一路”沿线国家累计贷款超过1600亿美元，其中1600亿用科学记数法表示为(　　)

A. 16×10^{10}

B. 1.6×10^{10}

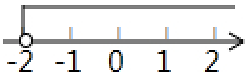
C. 1.6×10^{11}

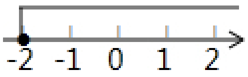
D. 0.16×10^{12}

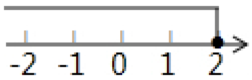
解析：1600亿用科学记数法表示为 1.6×10^{11}.

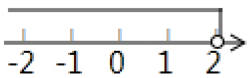
答案：C.

5.不等式 $4-2x>0$ 的解集在数轴上表示为(　　)

A. 

B. 

C. 

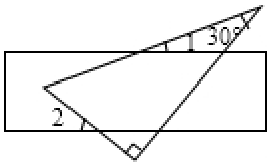
D. 

解析：移项，得：$-2x>-4$，

系数化为1，得：$x<2$.

答案：D.

6.直角三角板和直尺如图放置，若∠1=20°，则∠2的度数为(　　)



A. 60°

B. 50°

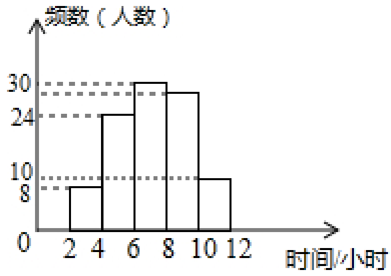
C. 40°

D. 30°

解析：过E作EF∥AB，则AB∥EF∥CD，根据平行线的性质即可得到结论.

答案：C.

7.为了解某校学生今年五一期间参加社团活动时间的情况，随机抽查了其中100名学生进行统计，并绘制成如图所示的频数直方图，已知该校共有1000名学生，据此估计，该校五一期间参加社团活动时间在8～10小时之间的学生数大约是(　　)



A.280

B.240

C.300

D.260

解析:用被抽查的100名学生中参加社团活动时间在8～10小时之间的学生所占的百分数乘以该校学生总人数，即可得解.

答案：A.

8.一种药品原价每盒25元，经过两次降价后每盒16元.设两次降价的百分率都为x，则x满足(　　)

A.16(1+2x)=25

B.25(1-2x)=16

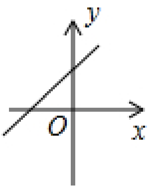
C.$16(1+x)^2=25$

D.$25(1-x)^2=16$

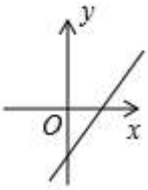
解析：等量关系为：原价×$(1-降价的百分率)^2$=现价，把相关数值代入即可.

答案：D.

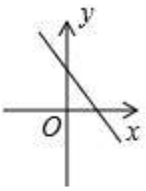
9.已知抛物线$y=ax^2+bx+c$与反比例函数$y=\dfrac{b}{x}$的图象在第一象限有一个公共点，其横坐标为1，则一次函数y=bx+ac的图象可能是(　　)



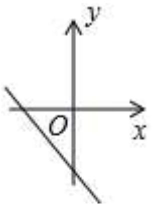
A.



B.



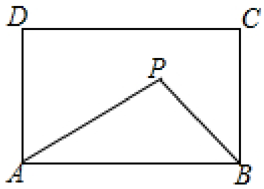
C.

D. 

解析：根据抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与反比例函数 $y=\dfrac{b}{x}$ 的图象在第一象限有一个公共点，可得 $b>0$，根据交点横坐标为 1，可得 $a+b+c=b$，可得 a，c 互为相反数，依此可得一次函数 $y=bx+ac$ 的图象.

答案：B.

10. 如图，在矩形 ABCD 中，AB=5，AD=3，动点 P 满足 $S_{\triangle PAB}=\dfrac{1}{3}S_{矩形ABCD}$，则点 P 到 A、B 两点距离之和 PA+PB 的最小值为(　　)



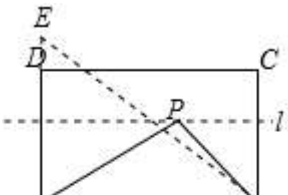
A. $\sqrt{29}$

B. $\sqrt{34}$

C. $5\sqrt{2}$

D. $\sqrt{41}$

解析：首先由 $S_{\triangle PAB}=\dfrac{1}{3}S_{矩形ABCD}$，得出动点 P 在与 AB 平行且与 AB 的距离是 2 的直线 l 上，作 A 关于直线 l 的对称点 E，连接 AE，连接 BE，则 BE 就是所求的最短距离. 然后在直角三角形 ABE 中，由勾股定理求得 BE 的值，即 PA+PB 的最小值.



答案：D.

二、填空题(每题 5 分，共 20 分)

11. 27 的立方根为_____.

解析：∵$3^3=27$，

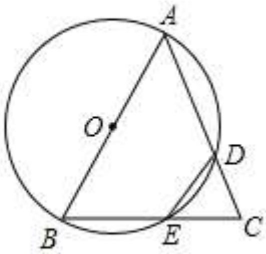
∴27 的立方根是 3.

答案：3.

12. 因式分解：$a^2b-4ab+4b=$_____.
解析：原式$=b(a^2-4a+4)=b(a-2)^2$.
答案：$b(a-2)^2$.

13.如图，已知等边△ABC 的边长为 6，以 AB 为直径的⊙O 与边 AC、BC 分别交于 D、E 两点，

则劣弧 DE 的长为_____.



解析：连接 OD、OE，z 证明△AOD、△BOE 是等边三角形，得出∠AOD=∠BOE=60°，求出∠DOE=60°，再由弧长公式即可得出答案.
答案：π.

14.在三角形纸片 ABC 中，∠A=90°，∠C=30°，AC=30cm，将该纸片沿过点 B 的直线折叠，使点 A 落在斜边 BC 上的一点 E 处，折痕记为 BD(如图 1)，减去△CDE 后得到双层△BDE(如图 2)，再沿着过△BDE 某顶点的直线将双层三角形剪开，使得展开后的平面图形中有一个是平行四边形，则所得平行四边形的周长为_____cm.

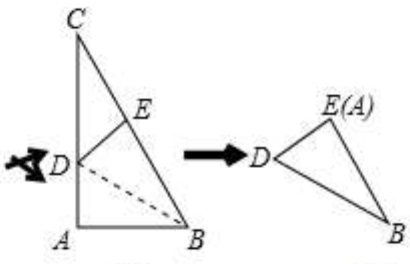


图1　　图2

解析：解直角三角形得到 $AB=10\sqrt{3}$，∠ABC=60°，根据折叠的性质得到∠ABD=∠EBD=$\frac{1}{2}$∠ABC=30°，$BE=AB=10\sqrt{3}$，求得 DE=10，BD=20，如图 1，平行四边形的边是 DF，BF，如图 2，平行四边形的边是 DE，EG，于是得到结论.

答案：40 或 $\frac{80\sqrt{3}}{3}$.

三、(每题 8 分，共 16 分)
15.计算：$|-2|\times\cos60°-(\frac{1}{3})^{-1}$.

解析：分别利用负整数指数幂的性质以及绝对值的性质、特殊角的三角函数值化简求出答案.

答案：原式$=2\times\frac{1}{2}-3=-2$.

16.《九章算术》中有一道阐述“盈不足术”的问题，原文如下：

今有人共买物、人出八，盈三；人出七，不足四，问人数，物价各几何？

译文为：

现有一些人共同买一个物品，每人出 8 元，还盈余 3 元；每人出 7 元，则还差 4 元，问共有多少人？这个物品的价格是多少？

请解答上述问题.

解析：根据这个物品的价格不变，列出一元一次方程进行求解即可.

答案：设共有 x 人，可列方程为：$8x-3=7x+4$.

解得 $x=7$，

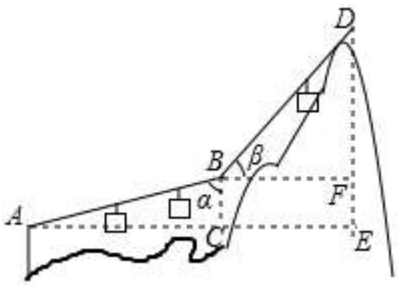
∴$8x-3=53$，

答：共有 7 人，这个物品的价格是 53 元.

四、(每题 8 分，共 16 分)

17.如图，游客在点 A 处做缆车出发，沿 A-B-D 的路线可至山顶 D 处，假设 AB 和 BD 都是直线段，且 AB=BD=600m，$\alpha=75°$，$\beta=45°$，求 DE 的长.

(参考数据：$\sin75°\approx0.97$，$\cos75°\approx0.26$，$\sqrt{2}\approx1.41$)



解析：在 Rt△ABC 中，求出 $BC=AB\cdot\cos75°\approx600\times0.26\approx156m$，在 Rt△BDF 中，求出 $DF=BD\cdot\sin45°=600\times\frac{\sqrt{2}}{2}\approx300\times1.41\approx423$，由四边形 BCEF 是矩形，可得 EF=BC，由此即可解决问题.

答案：在 Rt△ABC 中，∵AB=600m，∠ABC=75°，

∴$BC=AB\cdot\cos75°\approx600\times0.26\approx156m$，

在 Rt△BDF 中，∵∠DBF=45°，

∴$DF=BD\cdot\sin45°=600\times\frac{\sqrt{2}}{2}\approx300\times1.41\approx423$，

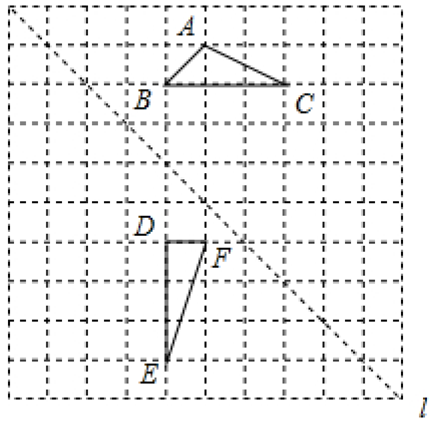
∵四边形 BCEF 是矩形，

∴EF=BC=156，

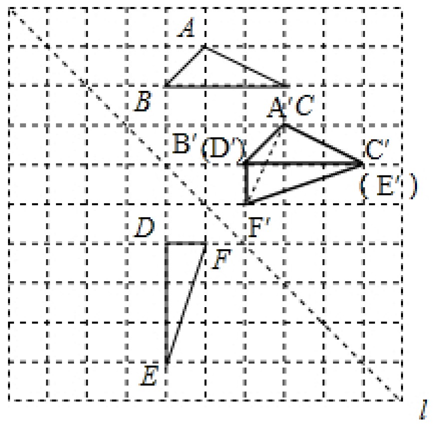
∴DE=DF+EF=423+156=579m.

答：DE 的长为 579m.

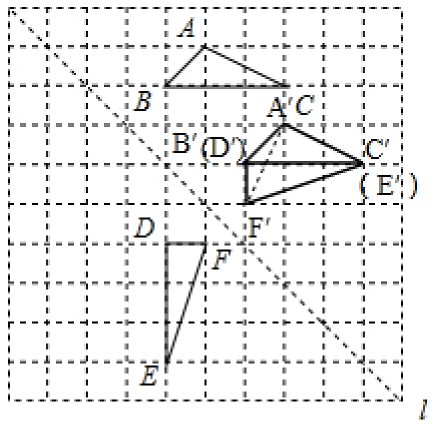
18.如图，在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，给出了格点△ABC 和△DEF(顶点为网格线的交点)，以及过格点的直线 l.



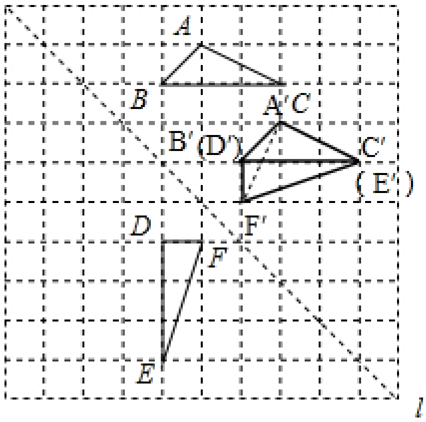
(1)将△ABC 向右平移两个单位长度，再向下平移两个单位长度，画出平移后的三角形.
(2)画出△DEF 关于直线 l 对称的三角形.
(3)填空：∠C+∠E=______.
解析：(1)将点 A、B、C 分别右移 2 个单位、下移 2 个单位得到其对应点，顺次连接即可得；
(2)分别作出点 D、E、F 关于直线 l 的对称点，顺次连接即可得；
(3)连接 A′F′，利用勾股定理逆定理证△A′C′F′为等腰直角三角形即可得.
答案：(1)△A′B′C′即为所求；



(2)△D′E′F′即为所求；



(3)如图，连接 A′F′，



∵△ABC≌△A′B′C′、△DEF≌△D′E′F′，

∴∠C+∠E=∠A′C′B′+∠D′E′F′=∠A′C′F′，

∵A′C′$=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$、A′F′$=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，C′F′$=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，

∴A′C′^{2}+A′F′^{2}=5+5=10=C′F′^{2}，

∴△A′C′F′为等腰直角三角形，

∴∠C+∠E=∠A′C′F′=45°.

五、(每题 10 分，共 20 分)

19.【阅读理解】

我们知道，1+2+3+…+n=$\frac{n(n+1)}{2}$，那么 $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$ 结果等于多少呢？

在图 1 所示三角形数阵中，第 1 行圆圈中的数为 1，即 1^2，第 2 行两个圆圈中数的和为 2+2，即 2^2，…；第 n 行 n 个圆圈中数的和为 $\underbrace{n+n+\ldots+n}_{n个n}$，即 n^2，这样，该三角形数阵中共有 $\frac{n(n+1)}{2}$ 个圆圈，所有圆圈中数的和为 $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$.

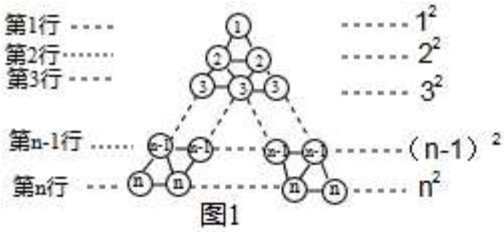


图1

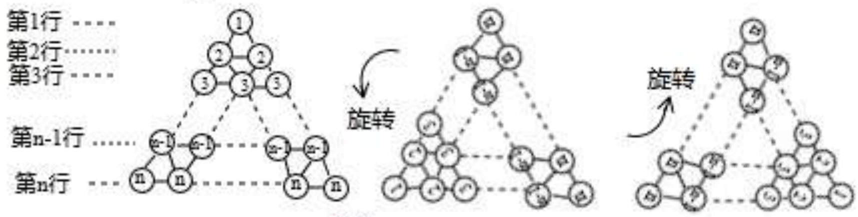


图2

【规律探究】

将三角形数阵经两次旋转可得如图 2 所示的三角形数阵，观察这三个三角形数阵各行同一位

置圆圈中的数(如第 n-1 行的第一个圆圈中的数分别为 n-1，2，n)，发现每个位置上三个圆圈中数的和均为_____，由此可得，这三个三角形数阵所有圆圈中数的总和为 $3(1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2)$=_____，因此，$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$=_____.

【解决问题】

根据以上发现，计算：$\dfrac{1^2+2^2+3^2+\ldots+2017^2}{1+2+3+\ldots+2017}$的结果为_____.

解析：【规律探究】将同一位置圆圈中的数相加即可，所有圈中的数的和应等于同一位置圆圈中的数的和乘以圆圈个数，据此可得，每个三角形数阵和即为三个三角形数阵和的$\dfrac{1}{3}$，从而得出答案；

【解决问题】运用以上结论，将原式变形为$\dfrac{\frac{1}{6}\times2017\times(2017+1)\times(2\times2017+1)}{\frac{1}{2}\times2017\times(2017+1)}$，化简计算即可得.

答案：【规律探究】

由题意知，每个位置上三个圆圈中数的和均为 n-1+2+n=2n+1，

由此可得，这三个三角形数阵所有圆圈中数的总和为：

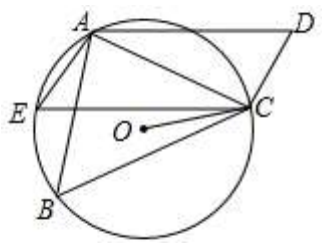
$3(1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2)=(2n+1)\times(1+2+3+\cdots+n)=(2n+1)\times\dfrac{n(n+1)}{2}$，

因此，$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\dfrac{n(2n+1)(n+1)}{6}$；

【解决问题】

原式=$\dfrac{\frac{1}{6}\times2017\times(2017+1)\times(2\times2017+1)}{\frac{1}{2}\times2017\times(2017+1)}=\dfrac{1}{3}\times(2017\times2+1)=1345$.

20.如图，在四边形 ABCD 中，AD=BC，∠B=∠D，AD 不平行于 BC，过点 C 作 CE∥AD 交△ABC 的外接圆 O 于点 E，连接 AE.



(1)求证：四边形 AECD 为平行四边形；

(2)连接 CO，求证：CO 平分∠BCE.

解析：(1)根据圆周角定理得到∠B=∠E，得到∠E=∠D，根据平行线的判定和性质定理得到 AE∥CD，证明结论；

(2)作 OM⊥BC 于 M，ON⊥CE 于 N，根据垂径定理、角平分线的判定定理证明.

答案：(1)由圆周角定理得，∠B=∠E，又∠B=∠D，

∴∠E=∠D，

∵CE∥AD，

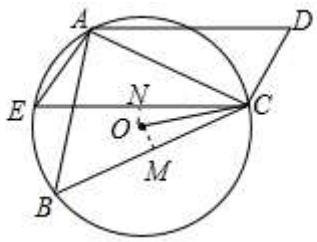
∴∠D+∠ECD=180°，

∴∠E+∠ECD=180°，

∴AE∥CD，

∴四边形AECD为平行四边形；

(2)作OM⊥BC于M，ON⊥CE于N，



∵四边形AECD为平行四边形，

∴AD=CE，又AD=BC，

∴CE=CB，

∴OM=ON，又OM⊥BC，ON⊥CE，

∴CO平分∠BCE.

六、(本题满分12分)

21.甲、乙、丙三位运动员在相同条件下各射靶10次，每次射靶的成绩如下：

甲：9，10，8，5，7，8，10，8，8，7

乙：5，7，8，7，8，9，7，9，10，10

丙：7，6，8，5，4，7，6，3，9，5

(1)根据以上数据完成下表：

	平均数	中位数	方差
甲	8	8	______
乙	8	8	2.2
丙	6	______	3

(2)根据表中数据分析，哪位运动员的成绩最稳定，并简要说明理由；

(3)比赛时三人依次出场，顺序由抽签方式决定，求甲、乙相邻出场的概率.

解析：(1)根据方差公式和中位数的定义分别进行解答即可；

(2)根据方差公式先分别求出甲、乙、丙的方差，再根据方差的意义即方差越小越稳定即可得出答案；

(3)根据题意先画出树状图，得出所有情况数和甲、乙相邻出场的情况数，再根据概率公式即可得出答案.

答案：(1)∵甲的平均数是8，

∴甲的方差是：$\frac{1}{10}[(9-8)^2+2(10-8)^2+4(8-8)^2+2(7-8)^2+(5-8)^2]=2$；

把丙运动员的射靶成绩从小到大排列为：3，4，5，5，6，6，7，7，8，9，则中位数是$\frac{6+6}{2}$=6；

(2)∵甲的方差是：$\frac{1}{10}$[$(9-8)^2+2(10-8)^2+4(8-8)^2+2(7-8)^2+(5-8)^2$]=2；

乙的方差是：$\frac{1}{10}$[$2(9-8)^2+2(10-8)^2+2(8-8)^2+3(7-8)^2+(5-8)^2$]=2.2；

丙的方差是：$\frac{1}{10}$[$(9-6)^2+(8-6)^2+2(7-6)^2+2(6-6)^2+2(5-6)^2+(4-6)^2+(3-6)^2$]=3；

∴$S_{甲}^2<S_{乙}^2<S_{丙}^2$，

∴甲运动员的成绩最稳定；

(3)根据题意画图如下：

∵共有6种情况数，甲、乙相邻出场的有2种情况，

∴甲、乙相邻出场的概率是$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

七、(本题满分12分)

22.某超市销售一种商品，成本每千克40元，规定每千克售价不低于成本，且不高于80元，经市场调查，每天的销售量y(千克)与每千克售价x(元)满足一次函数关系，部分数据如下表：

售价x(元/千克)	50	60	70
销售量y(千克)	100	80	60

(1)求y与x之间的函数表达式；

(2)设商品每天的总利润为W(元)，求W与x之间的函数表达式(利润=收入-成本)；

(3)试说明(2)中总利润W随售价x的变化而变化的情况，并指出售价为多少元时获得最大利润，最大利润是多少？

解析：(1)根据题意可以设出y与x之间的函数表达式，然后根据表格中的数据即可求得y与x之间的函数表达式；

(2)根据题意可以写出W与x之间的函数表达式；

(3)根据(2)中的函数解析式，将其化为顶点式，然后根据成本每千克40元，规定每千克售价不低于成本，且不高于80元，即可得到利润W随售价x的变化而变化的情况，以及售价为多少元时获得最大利润，最大利润是多少.

答案：(1)设y与x之间的函数解析式为y=kx+b，

$$\begin{cases}50k+b=100\\60k+b=80\end{cases},$$

得$\begin{cases}k=-2\\b=200\end{cases}$，

即y与x之间的函数表达式是y=-2x+200；

(2)由题意可得，

W=(x-40)(-2x+200)=$-2x^2+280x-8000$，

即W与x之间的函数表达式是$W=-2x^2+280x-8000$；

(3)∵$W=-2x^2+280x-8000=-2(x-70)^2+1800$，$40\leqslant x\leqslant 80$，

∴当$40\leqslant x\leqslant 70$时，W随x的增大而增大，当$70\leqslant x\leqslant 80$时，W随x的增大而减小，

当$x=70$时，W取得最大值，此时$W=1800$，

答：当$40\leqslant x\leqslant 70$时，W随x的增大而增大，当$70\leqslant x\leqslant 80$时，W随x的增大而减小，售价为70元时获得最大利润，最大利润是1800元.

八、(本题满分14分)

23.已知正方形ABCD，点M边AB的中点.

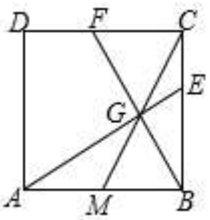


图1

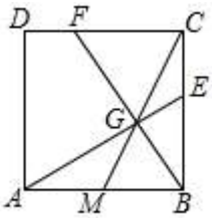


图2

(1)如图1，点G为线段CM上的一点，且∠AGB=90°，延长AG、BG分别与边BC、CD交于点E、F.

①求证：BE=CF；

②求证：$BE^2=BC\cdot CE$.

(2)如图2，在边BC上取一点E，满足$BE^2=BC\cdot CE$，连接AE交CM于点G，连接BG并延长CD于点F，求tan∠CBF的值.

解析：(1)①由正方形的性质知AB=BC、∠ABC=∠BCF=90°、∠ABG+∠CBF=90°，结合∠ABG+∠BAG=90°可得∠BAG=∠CBF，证△ABE≌△BCF可得；

②由RtABG斜边AB中线知MG=MA=MB，即∠GAM=∠AGM，结合∠CGE=∠AGM、∠GAM=∠CBG知∠CGE=∠CBG，从而证△CGE∽△CBG得$CG^2=BC\cdot CE$，由BE=CF=CG可得答案；

(2)延长AE、DC交于点N，证△CEN∽△BEA得$BE\cdot CN=AB\cdot CE$，由AB=BC、$BE^2=BC\cdot CE$知CN=BE，再由$\frac{CN}{AM}=\frac{CG}{GM}=\frac{CF}{BM}$且AM=MB得FC=CN=BE，设正方形的边长为1、BE=x，根据$BE^2=BC\cdot CE$求得BE的长，最后由$\tan\angle CBF=\frac{FC}{BC}=\frac{BE}{BC}$可得答案.

答案：(1)①∵四边形ABCD是正方形，

∴AB=BC，∠ABC=∠BCF=90°，

∴∠ABG+∠CBF=90°，

∵∠AGB=90°，

∴∠ABG+∠BAG=90°，

∴∠BAG=∠CBF，

∵AB=BC，∠ABE=∠BCF=90°，

∴△ABE≌△BCF，

∴BE=CF，

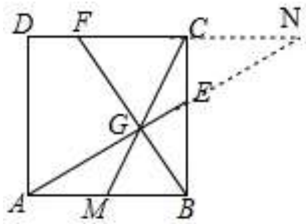
②∵∠AGB=90°，点M为AB的中点，

∴MG=MA=MB，

∴∠GAM=∠AGM，

又∵∠CGE=∠AGM，∠GAM=∠CBG，

∴∠CGE=∠CBG，
又∠ECG=∠GCB，
∴△CGE∽△CBG，
∴$\dfrac{CE}{CG}=\dfrac{CG}{CB}$，即 CG^2=BC·CE，
由∠CFG=∠GBM=∠BGM=∠CGF 得 CF=CG，
由①知 BE=CF，
∴BE=CG，
∴BE^2=BC·CE；
(2)延长 AE、DC 交于点 N，



∵四边形 ABCD 是正方形，
∴AB∥CD，
∴∠N=∠EAB，
又∵∠CEN=∠BEA，
∴△CEN∽△BEA，
∴$\dfrac{CE}{BE}=\dfrac{CN}{BA}$，即 BE·CN=AB·CE，
∵AB=BC，BE^2=BC·CE，
∴CN=BE，
∵AB∥DN，
∴$\dfrac{CN}{AM}=\dfrac{CG}{GM}=\dfrac{CF}{BM}$，
∵AM=MB，
∴FC=CN=BE，
不妨设正方形的边长为 1，BE=x，
由 BE^2=BC·CE 可得 $x^2=1\cdot(1-x)$，
解得：$x_1=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$，$x_2=\dfrac{-\sqrt{5}-1}{2}$(舍)，
∴$\dfrac{BE}{BC}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$，
则 $\tan\angle CBF=\dfrac{FC}{BC}=\dfrac{BE}{BC}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$.