

## 2017 年四川省南充市中考真题数学

一、选择题(本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分)

1. 如果  $a+3=0$ ，那么  $a$  的值是( )

A. 3

B. -3

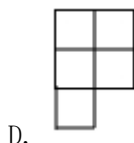
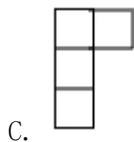
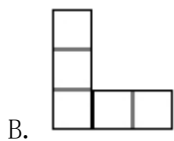
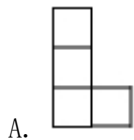
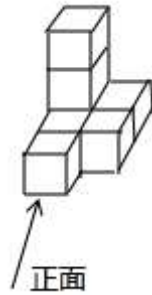
C.  $\frac{1}{3}$

D.  $-\frac{1}{3}$

解析：移项可得： $a=-3$ .

答案：B

2. 如图由 7 个小正方体组合而成的几何体，它的主视图是( )



解析：根据主视图的定义可知，此几何体的主视图是 A 中的图形.

答案：A

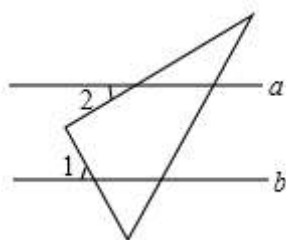
3. 据统计，参加南充市 2016 年高中阶段学校招生考试的人数为 55354 人，这个数用科学记数法表示为( )

- A.  $0.55354 \times 10^5$  人
- B.  $5.5354 \times 10^5$  人
- C.  $5.5354 \times 10^4$  人
- D.  $55.354 \times 10^3$  人

解析：  $55354 = 5.5354 \times 10^4$ .

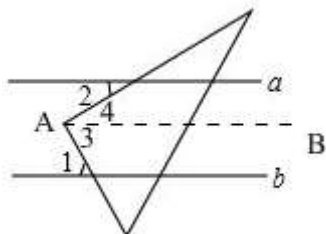
答案： C

4. 如图，直线  $a \parallel b$ ，将一个直角三角尺按如图所示的位置摆放，若  $\angle 1 = 58^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数为( )



- A.  $30^\circ$
- B.  $32^\circ$
- C.  $42^\circ$
- D.  $58^\circ$

解析： 如图，过点 A 作  $AB \parallel b$ ，  $\therefore \angle 3 = \angle 1 = 58^\circ$ ，



$\therefore \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$ ，  $\therefore \angle 4 = 90^\circ - \angle 3 = 32^\circ$ ，

$\therefore a \parallel b, AB \parallel b, \therefore AB \parallel a, \therefore \angle 2 = \angle 4 = 32^\circ$  .

答案： B

5. 下列计算正确的是( )

- A.  $a^8 \div a^4 = a^2$
- B.  $(2a^2)^3 = 6a^6$
- C.  $3a^3 - 2a^2 = a$
- D.  $3a(1-a) = 3a - 3a^2$

解析： A、原式  $= a^4$ ，不符合题意；

B、原式  $= 8a^6$ ，不符合题意；

C、原式不能合并，不符合题意；

D、原式  $= 3a - 3a^2$ ，符合题意.

答案： D

6. 某校数学兴趣小组在一次数学课外活动中，随机抽查该校 10 名同学参加今年初中学业水平考试的体育成绩，得到结果如下表所示：

成绩/分	36	37	38	39	40
人数/人	1	2	1	4	2

下列说法正确的是( )

- A. 这 10 名同学体育成绩的中位数为 38 分
- B. 这 10 名同学体育成绩的平均数为 38 分
- C. 这 10 名同学体育成绩的众数为 39 分
- D. 这 10 名同学体育成绩的方差为 2

解析：10 名学生的体育成绩中 39 分出现的次数最多，众数为 39；

第 5 和第 6 名同学的成绩的平均值为中位数，中位数为： $\frac{39+39}{2}=39$ ；

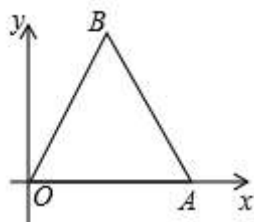
平均数= $\frac{36+37\times 2+38+39\times 4+40\times 2}{10}=38.4$

方差= $\frac{1}{10}[(36-38.4)^2+2\times(37-38.4)^2+(38-38.4)^2+4\times(39-38.4)^2+2\times(40-38.4)^2]=1.64$ ；

∴选项 A, B、D 错误.

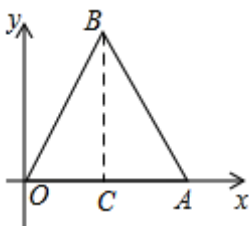
答案：C.

7. 如图，等边△OAB 的边长为 2，则点 B 的坐标为( )



- A. (1, 1)
- B. ( $\sqrt{3}$ , 1)
- C. ( $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{3}$ )
- D. (1,  $\sqrt{3}$ )

解析：如图所示，过 B 作  $BC \perp AO$  于 C，



$\because \triangle AOB$  是等边三角形,  $\therefore OC = \frac{1}{2} AO = 1$ ,  $\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle BOC$  中,  $BC = \sqrt{OB^2 - OC^2} = \sqrt{3}$ ,  $\therefore B(1, \sqrt{3})$ .

答案: D

8. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $AC=5\text{cm}$ ,  $BC=12\text{cm}$ ,  $\angle ACB=90^\circ$ , 把  $\text{Rt}\triangle ABC$  所在的直线旋转一周得到一个几何体, 则这个几何体的侧面积为( )



- A.  $60\pi\text{cm}^2$
- B.  $65\pi\text{cm}^2$
- C.  $120\pi\text{cm}^2$
- D.  $130\pi\text{cm}^2$

解析:  $\because$  在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $AC=5\text{cm}$ ,  $BC=12\text{cm}$ ,  $\angle ACB=90^\circ$ ,

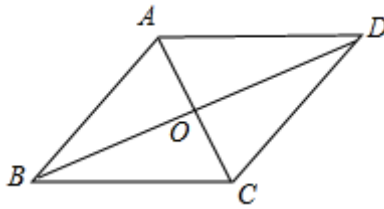
$\therefore$  由勾股定理得  $AB=13$ ,  $\therefore$  圆锥的底面周长  $=10\pi$ ,  $\therefore$  旋转体的侧面积  $=\frac{1}{2} \times 10\pi \times 13 = 65\pi$ .

答案: B

9. 已知菱形的周长为  $4\sqrt{5}$ , 两条对角线的和为 6, 则菱形的面积为( )

- A. 2
- B.  $\sqrt{5}$
- C. 3
- D. 4

解析: 如图四边形 ABCD 是菱形,  $AC+BD=6$ ,



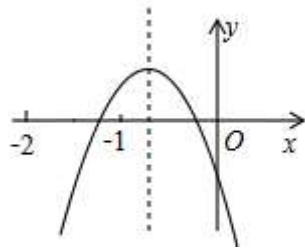
$\therefore AB = \sqrt{5}$ ,  $AC \perp BD$ ,  $AO = \frac{1}{2} AC$ ,  $BO = \frac{1}{2} BD$ ,

$\therefore AO+BO=3$ ,  $\therefore AO^2+BO^2=AB^2$ ,  $(AO+BO)^2=9$ ,

即  $AO^2+BO^2=5$ ,  $AO^2+2AO \cdot BO+BO^2=9$ ,  $\therefore 2AO \cdot BO=4$ ,  $\therefore$  菱形的面积  $=\frac{1}{2} AC \cdot BD=2AO \cdot BO=4$ .

答案: D

10. 二次函数  $y=ax^2+bx+c$  ( $a, b, c$  是常数, 且  $a \neq 0$ ) 的图象如图所示, 下列结论错误的是( )



A.  $4ac < b^2$

B.  $abc < 0$

C.  $b+c > 3a$

D.  $a < b$

解析：由图象可知： $\Delta > 0$ ， $\therefore b^2 - 4ac > 0$ ， $\therefore b^2 > 4ac$ ，故 A 正确；

$\because$  抛物线开口向上， $\therefore a < 0$ ，

$\because$  抛物线与 y 轴的负半轴， $\therefore c < 0$ ，

$\because$  抛物线对称轴为  $x = -\frac{b}{2a} < 0$ ， $\therefore b < 0$ ， $\therefore abc < 0$ ，故 B 正确；

$\because$  当  $x=1$  时， $y=a+b+c > 0$ ，

$\because 4a < 0$ ， $\therefore a+b+c > 4a$ ， $\therefore b+c > 3a$ ，故 C 正确；

$\because$  当  $x=-1$  时， $y=a-b+c > 0$ ， $\therefore a-b+c > c$ ， $\therefore a-b > 0$ ， $\therefore a > b$ ，故 D 错误。

答案：D

二、填空题(本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分)

11. 如果  $\frac{1}{m-1} = 1$ ，那么  $m =$ \_\_\_\_\_.

解析：去分母得： $1 = m - 1$ ，解得： $m = 2$ ，经检验  $m = 2$  是分式方程的解。

答案：2

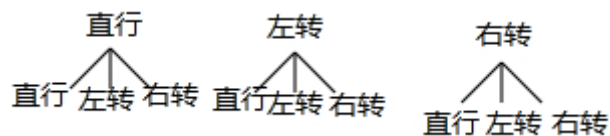
12. 计算： $|1 - \sqrt{5}| + (\pi - \sqrt{3})^0 =$ \_\_\_\_\_.

解析： $|1 - \sqrt{5}| + (\pi - \sqrt{3})^0 = \sqrt{5} - 1 + 1 = \sqrt{5}$ .

答案： $\sqrt{5}$

13. 经过某十字路口的汽车，可直行，也可向左转或向右转，如果这三种可能性大小相同，则两辆汽车经过该十字路口时都直行的概率是\_\_\_\_\_.

解析：画树状图为：

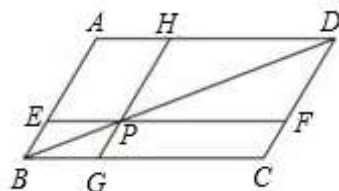


共有 9 种等可能的结果数，其中两辆汽车都直行的结果数为 1，

所以则两辆汽车都直行的概率为  $\frac{1}{9}$ .

答案:  $\frac{1}{9}$

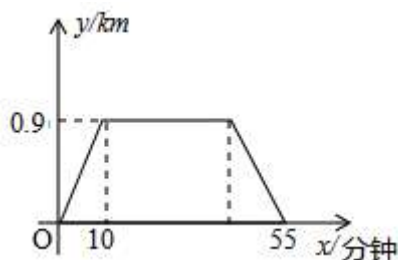
14. 如图, 在平行四边形 ABCD 中, 过对角线 BD 上一点 P 作 EF//BC, GH//AB, 且 CG=2BG,  $S_{\triangle BPG}=1$ , 则  $S_{\text{平行四边形 AEPH}}=$ \_\_\_\_\_.



解析:  $\because EF \parallel BC, GH \parallel AB, \therefore$  四边形 HPFD、BEPG、AEPH、CFPG 为平行四边形,  $\therefore S_{\triangle PEB}=S_{\triangle BGP}$ , 同理可得  $S_{\triangle PHD}=S_{\triangle DFP}, S_{\triangle ABD}=S_{\triangle CDB}, \therefore S_{\triangle ABD}-S_{\triangle PEB}-S_{\triangle PHD}=S_{\triangle CDB}-S_{\triangle BGP}-S_{\triangle DFP}$ , 即  $S_{\text{四边形 AEPH}}=S_{\text{四边形 PFCG}}, \because CG=2BG, S_{\triangle BPG}=1, \therefore S_{\text{四边形 AEPH}}=S_{\text{四边形 PFCG}}=4 \times 1=4$ .

答案: 4

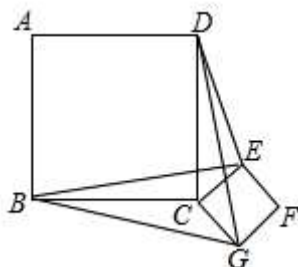
15. 小明从家到图书馆看报然后返回, 他离家的距离 y 与离家的时间 x 之间的对应关系如图所示, 如果小明在图书馆看报 30 分钟, 那么他离家 50 分钟时离家的距离为\_\_\_\_\_ km.



解析: 由题意可得, 小明从图书馆回家用的时间是:  $55-(10+30)=15$  分钟, 则小明回家的速度为:  $0.9 \div 15=0.06 \text{ km/min}$ , 故他离家 50 分钟时离家的距离为:  $0.9-0.06 \times [50-(10+30)]=0.3 \text{ km}$ .

答案: 0.3

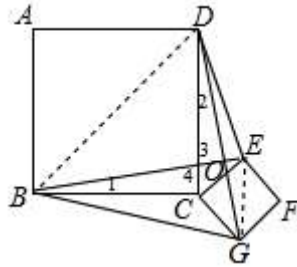
16. 如图, 正方形 ABCD 和正方形 CEFG 边长分别为 a 和 b, 正方形 CEFG 绕点 C 旋转, 给出下列结论: ①BE=DG; ②BE⊥DG; ③ $DE^2+BG^2=2a^2+b^2$ , 其中正确结论是\_\_\_\_\_ (填序号)



解析: 设 BE, DG 交于 O,  $\because$  四边形 ABCD 和 EFGC 都为正方形,  $\therefore BC=CD, CE=CG, \angle BCD=\angle ECG=90^\circ$ ,  $\therefore \angle BCE+\angle DCE=\angle ECG+\angle DCE=90^\circ + \angle DCE$ , 即  $\angle BCE=\angle DCG$ ,

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle DCG$ 中, 
$$\begin{cases} BC = DC, \\ \angle BCE = \angle DCG, \therefore \triangle BCE \cong \triangle DCG (SAS), \therefore BE = DG, \therefore \angle 1 = \angle 2, \\ CE = CG, \end{cases}$$

$\because \angle 1 + \angle 4 = \angle 3 + \angle 1 = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle BOC = 90^\circ$ ,  $\therefore BE \perp DG$ ; 故①②正确;  
连接 $BD, EG$ , 如图所示,



$\therefore DO^2 + BO^2 = BD^2 = BC^2 + CD^2 = 2a^2$ ,  $EO^2 + OG^2 = EG^2 = CG^2 + CE^2 = 2b^2$ ,  
则  $BG^2 + DE^2 = DO^2 + BO^2 + EO^2 + OG^2 = 2a^2 + 2b^2$ , 故③错误.

答案: ①②

三、解答题(共9个小题, 满分72分)解答应写出必要的文字说明, 证明过程或验算步骤

17. 化简  $\left(1 - \frac{x}{x^2 + x}\right) \div \frac{x-1}{x+1}$ , 再任取一个你喜欢的数代入求值.

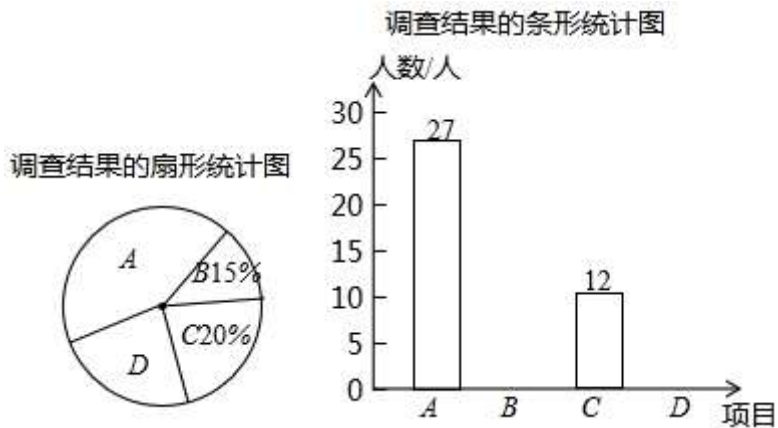
解析: 先根据分式混合运算的法则把原式进行化简, 再选取合适的 $x$ 的值代入进行计算即可.

答案:  $\left(1 - \frac{x}{x^2 + x}\right) \div \frac{x-1}{x+1} = \left(\frac{x^2 + x}{x^2 + x} - \frac{x}{x^2 + x}\right) \cdot \frac{x+1}{x-1} = \frac{x^2}{x(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x-1} = \frac{x}{x-1}$ ,

$\because x-1 \neq 0, x(x+1) \neq 0, \therefore x \neq \pm 1, x \neq 0$ ,

当 $x=5$ 时, 原式  $= \frac{5}{5-1} = \frac{5}{4}$ .

18. 在“宏扬传统文化, 打造书香校园”活动中, 学校计划开展四项活动: “A-国学诵读”、“B-演讲”、“C-课本剧”、“D-书法”, 要求每位同学必须且只能参加其中一项活动, 学校为了了解学生的意愿, 随机调查了部分学生, 结果统计如下:



(1) 如图, 希望参加活动 C 占 20%, 希望参加活动 B 占 15%, 则被调查的总人数为\_\_\_\_\_人, 扇形统计图中, 希望参加活动 D 所占圆心角为\_\_\_\_\_度, 根据题中信息补全条形统计图.

(2) 学校现有 800 名学生, 请根据图中信息, 估算全校学生希望参加活动 A 有多少人?

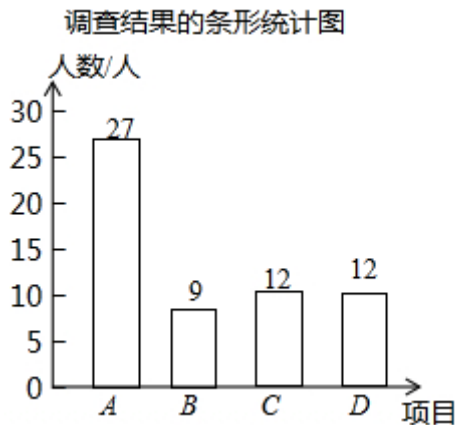
解析: (1) 根据统计图中希望参加 C 的人数和所占的百分比可以求得被调查的总人数, 进而可以求得参加活动 B 和 D 的人数, 计算出希望参加活动 D 所占圆心角的度数, 将条形统计图补充完整;

(2) 根据统计图中的数据可以估算全校学生希望参加活动 A 有多少人.

答案: (1) 由题意可得, 被调查的总人数是:  $12 \div 20\% = 60$ , 希望参加活动 B 的人数为:  $60 \times 15\% = 9$ , 希望参加活动 D 的人数为:  $60 - 27 - 9 - 12 = 12$ ,

扇形统计图中, 希望参加活动 D 所占圆心角为:  $360^\circ \times (1 - \frac{27}{60} - 15\% - 20\%) = 360^\circ \times 20\% = 72^\circ$ ,

补全的条形统计图如图所示;

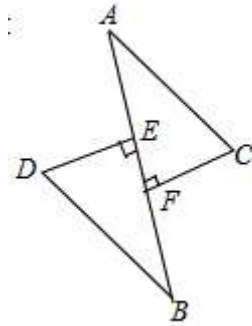


(2) 由题意可得,  $800 \times \frac{27}{60} = 360$ ,

答: 全校学生希望参加活动 A 有 360 人.

19. 如图,  $DE \perp AB$ ,  $CF \perp AB$ , 垂足分别是点 E、F,  $DE = CF$ ,  $AE = BF$ , 求证:  $AC \parallel BD$ .





解析：欲证明  $AC \parallel BD$ ，只要证明  $\angle A = \angle B$ ，只要证明  $\triangle DEB \cong \triangle CFA$  即可。

答案：∵  $DE \perp AB$ ， $CF \perp AB$ ，∴  $\angle DEB = \angle AFC = 90^\circ$ ，

$$\because AE = BF, \therefore AF = BE, \text{ 在 } \triangle DEB \text{ 和 } \triangle CFA \text{ 中, } \begin{cases} DE = CF, \\ \angle DEB = \angle AFC, \\ AF = BE, \end{cases} \triangle DEB \cong \triangle CFA, \therefore \angle A = \angle B,$$

∴  $AC \parallel DB$ .

20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (m-3)x - m = 0$ .

(1) 求证：方程有两个不相等的实数根；

(2) 如果方程的两实根为  $x_1$ 、 $x_2$ ，且  $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$ ，求  $m$  的值。

解析：(1) 要证明方程有两个不相等的实数根，只要证明原来的一元二次方程的  $\Delta$  的值大于 0 即可；

(2) 根据根与系数的关系可以得到关于  $m$  的方程，从而可以求得  $m$  的值。

答案 (1) ∵  $x^2 - (m-3)x - m = 0$ ，∴  $\Delta = [-(m-3)]^2 - 4 \times 1 \times (-m) = m^2 - 2m + 9 = (m-1)^2 + 8 > 0$ ，

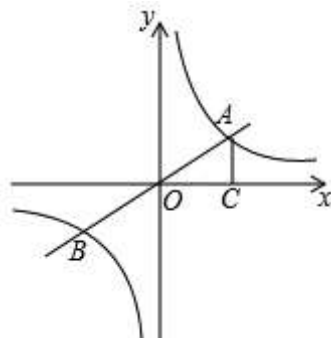
∴ 方程有两个不相等的实数根；

(2) ∵  $x^2 - (m-3)x - m = 0$ ，方程的两实根为  $x_1$ 、 $x_2$ ，且  $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$ ，

∴  $(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 7$ ，∴  $(m-3)^2 - 3 \times (-m) = 7$ ，解得， $m_1 = 1$ ， $m_2 = 2$ ，

即  $m$  的值是 1 或 2。

21. 如图，直线  $y = kx$  ( $k$  为常数， $k \neq 0$ ) 与双曲线  $y = \frac{m}{x}$  ( $m$  为常数， $m > 0$ ) 的交点为  $A$ 、 $B$ ， $AC \perp x$  轴于点  $C$ ， $\angle AOC = 30^\circ$ ， $OA = 2$ 。



(1) 求  $m$  的值；

(2) 点  $P$  在  $y$  轴上，如果  $S_{\triangle ABP} = 3k$ ，求  $P$  点的坐标。

解析：(1) 求出点  $A$  坐标利用待定系数法即可解决问题；

(2) 设  $P(0, n)$ , 由  $A(\sqrt{3}, 1)$ ,  $B(-\sqrt{3}, -1)$ , 可得  $\frac{1}{2} \cdot |n| \cdot \sqrt{3} + \frac{1}{2} \cdot |n| \cdot \sqrt{3} = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 解方

程即可.

答案: (1) 在  $Rt\triangle AOC$  中,  $\because \angle ACO=90^\circ$ ,  $\angle AOC=30^\circ$ ,  $OA=2$ ,

$\therefore AC=1$ ,  $OC=\sqrt{3}$ ,  $\therefore A(\sqrt{3}, 1)$ ,

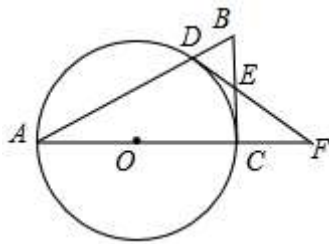
$\because$  反比例函数  $y=\frac{m}{x}$  经过点  $A(\sqrt{3}, 1)$ ,  $\therefore m=\sqrt{3}$ ,  $\because y=kx$  经过点  $A(3, 1)$ ,  $\therefore k=\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

(2) 设  $P(0, n)$ ,

$\because A(\sqrt{3}, 1)$ ,  $B(-\sqrt{3}, -1)$ ,  $\therefore \frac{1}{2} \cdot |n| \cdot \sqrt{3} + \frac{1}{2} \cdot |n| \cdot \sqrt{3} = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\therefore n=\pm 1$ ,  $\therefore P(0, 1)$  或

$(0, -1)$ .

22. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ , 以  $AC$  为直径作  $\odot O$  交  $AB$  于点  $D$ ,  $E$  为  $BC$  的中点, 连接  $DE$  并延长交  $AC$  的延长线于点  $F$ .



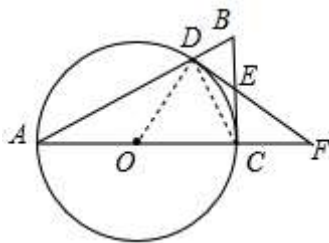
(1) 求证:  $DE$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $CF=2$ ,  $DF=4$ , 求  $\odot O$  直径的长.

解析: (1) 连接  $OD$ ,  $CD$ , 由  $AC$  为  $\odot O$  的直径知  $\triangle BCD$  是直角三角形, 结合  $E$  为  $BC$  的中点知  $\angle CDE=\angle DCE$ , 由  $\angle ODC=\angle OCD$  且  $\angle OCD+\angle DCE=90^\circ$  可得答案;

(2) 设  $\odot O$  的半径为  $r$ , 由  $OD^2+DF^2=OF^2$ , 即  $r^2+4^2=(r+2)^2$  可得  $r=3$ , 即可得出答案.

答案: (1) 如图, 连接  $OD$ ,  $CD$ ,



$\because AC$  为  $\odot O$  的直径,  $\therefore \triangle BCD$  是直角三角形,

$\because E$  为  $BC$  的中点,  $\therefore BE=CE=DE$ ,  $\therefore \angle CDE=\angle DCE$ ,

$\because OD=OC$ ,  $\therefore \angle ODC=\angle OCD$ ,

$\because \angle ACB=90^\circ$ ,  $\therefore \angle OCD+\angle DCE=90^\circ$ ,  $\therefore \angle ODC+\angle CDE=90^\circ$ , 即  $OD \perp DE$ ,  $\therefore DE$  是  $\odot O$  的切线.

(2) 设  $\odot O$  的半径为  $r$ ,

$\because \angle ODF=90^\circ$ ,  $\therefore OD^2+DF^2=OF^2$ , 即  $r^2+4^2=(r+2)^2$ , 解得:  $r=3$ ,  $\therefore \odot O$  的直径为 6.

23. 学校准备租用一批汽车, 现有甲、乙两种大客车, 甲种客车每辆载客量 45 人, 乙种客车每辆载客量 30 人, 已知 1 辆甲种客车和 3 辆乙种客车共需租金 1240 元, 3 辆甲种客车和 2 辆乙种客车共需租金 1760 元.

(1) 求 1 辆甲种客车和 1 辆乙种客车的租金分别是多少元?

(2) 学校计划租用甲、乙两种客车共 8 辆, 送 330 名师生集体外出活动, 最节省的租车费用是多少?

解析: (1) 可设 1 辆甲种客车的租金是  $x$  元, 1 辆乙种客车的租金是  $y$  元, 根据等量关系:

① 1 辆甲种客车和 3 辆乙种客车共需租金 1240 元, ② 3 辆甲种客车和 2 辆乙种客车共需租金 1760 元, 列出方程组求解即可;

(2) 由于求最节省的租车费用, 可知租用甲种客车 6 辆, 租用乙种客车 2 辆, 进而求解即可.

答案: (1) 设 1 辆甲种客车的租金是  $x$  元, 1 辆乙种客车的租金是  $y$  元,

$$\text{依题意有 } \begin{cases} x+3y=1240, \\ 3x+2y=1760, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=400, \\ y=280. \end{cases}$$

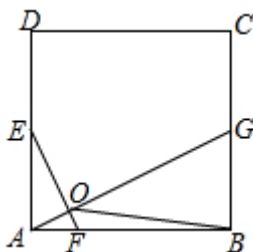
故 1 辆甲种客车的租金是 400 元, 1 辆乙种客车的租金是 280 元;

(2) 租用甲种客车 6 辆, 租用乙种客车 2 辆是最节省的租车费用,

$400 \times 6 + 280 \times 2 = 2400 + 560 = 2960$  (元).

答: 最节省的租车费用是 2960 元.

24. 如图, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $E$ 、 $G$  分别是边  $AD$ 、 $BC$  的中点,  $AF = \frac{1}{4} AB$ .



(1) 求证:  $EF \perp AG$ ;

(2) 若点  $F$ 、 $G$  分别在射线  $AB$ 、 $BC$  上同时向右、向上运动, 点  $G$  运动速度是点  $F$  运动速度的 2 倍,  $EF \perp AG$  是否成立 (只写结果, 不需说明理由)?

(3) 正方形  $ABCD$  的边长为 4,  $P$  是正方形  $ABCD$  内一点, 当  $S_{\triangle PAB} = S_{\triangle OAB}$ , 求  $\triangle PAB$  周长的最小值.

解析: (1) 由正方形的性质得出  $AD=AB$ ,  $\angle EAF = \angle ABG = 90^\circ$ , 证出  $\frac{AF}{AE} = \frac{BG}{BA}$ , 得出  $\triangle AEF$

$\sim \triangle BAG$ , 由相似三角形的性质得出  $\angle AEF = \angle BAG$ , 再由角的互余关系和三角形内角和定理证出  $\angle AOE = 90^\circ$  即可;

(2) 证明  $\triangle AEF \sim \triangle BAG$ , 得出  $\angle AEF = \angle BAG$ , 再由角的互余关系和三角形内角和定理即可得出结论;

(3) 过  $O$  作  $MN \parallel AB$ , 交  $AD$  于  $M$ ,  $BC$  于  $N$ , 则  $MN \perp AD$ ,  $MN = AB = 4$ , 由三角形面积关系得出点  $P$

在线段 MN 上, 当 P 为 MN 的中点时,  $\triangle PAB$  的周长最小, 此时  $PA=PB$ ,  $PM=\frac{1}{2}MN=2$ , 连接 EG, 则  $EG\parallel AB$ ,  $EG=AB=4$ , 证明  $\triangle AOF\sim\triangle GOE$ , 得出  $\frac{OF}{OE}=\frac{AF}{EG}=\frac{1}{4}$ , 证出  $\frac{AM}{EM}=\frac{OF}{OE}=\frac{1}{4}$ , 得出  $AM=\frac{1}{5}AE=\frac{2}{5}$ , 由勾股定理求出 PA, 即可得出答案.

答案: (1)  $\because$  四边形 ABCD 是正方形,  
 $\therefore AD=AB$ ,  $\angle EAF=\angle ABG=90^\circ$ ,

$\because$  点 E、G 分别是边 AD、BC 的中点,  $AF=\frac{1}{4}AB$ .  $\therefore \frac{AF}{AE}=\frac{1}{2}$ ,  $\frac{BG}{AB}=\frac{1}{2}$ ,  $\therefore \frac{AF}{AE}=\frac{BG}{BA}$ ,

$\therefore \triangle AEF\sim\triangle BAG$ ,  $\therefore \angle AEF=\angle BAG$ ,

$\because \angle BAG+\angle EAO=90^\circ$ ,  $\therefore \angle AEF+\angle EAO=90^\circ$ ,  $\therefore \angle AOE=90^\circ$ ,  $\therefore EF\perp AG$ .

(2) 成立; 理由如下:

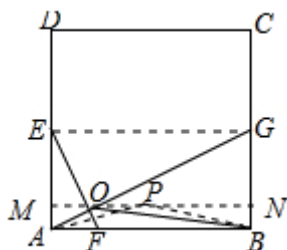
根据题意得:  $\frac{AF}{BG}=\frac{1}{2}$ ,

$\therefore \frac{AE}{AB}=\frac{1}{2}$ ,  $\therefore \frac{AF}{BG}=\frac{AE}{AB}$ ,

又  $\because \angle EAF=\angle ABG$ ,  $\therefore \triangle AEF\sim\triangle BAG$ ,  $\therefore \angle AEF=\angle BAG$ ,

$\because \angle BAG+\angle EAO=90^\circ$ ,  $\therefore \angle AEF+\angle EAO=90^\circ$ ,  $\therefore \angle AOE=90^\circ$ ,  $\therefore EF\perp AG$ .

(3) 过 O 作  $MN\parallel AB$ , 交 AD 于 M, BC 于 N, 如图所示,



则  $MN\perp AD$ ,  $MN=AB=4$ ,

$\because$  P 是正方形 ABCD 内一点, 当  $S_{\triangle PAB}=S_{\triangle OAB}$ ,

$\therefore$  点 P 在线段 MN 上, 当 P 为 MN 的中点时,  $\triangle PAB$  的周长最小,

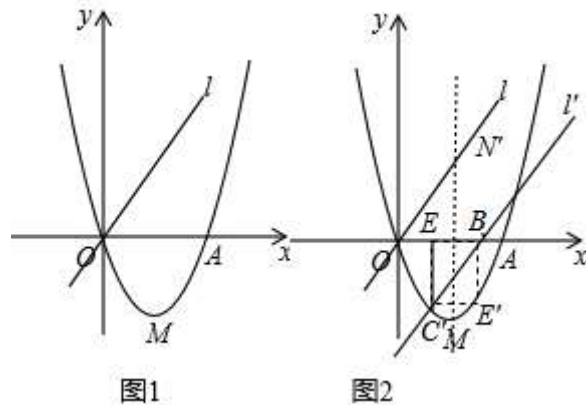
此时  $PA=PB$ ,  $PM=\frac{1}{2}MN=2$ ,

连接 EG、PA、PB, 则  $EG\parallel AB$ ,  $EG=AB=4$ ,  $\therefore \triangle AOF\sim\triangle GOE$ ,  $\therefore \frac{OF}{OE}=\frac{AF}{EG}=\frac{1}{4}$ ,

$\because MN\parallel AB$ ,  $\therefore \frac{AM}{EM}=\frac{OF}{OE}=\frac{1}{4}$ ,  $\therefore AM=\frac{1}{5}AE=\frac{1}{5}\times 2=\frac{2}{5}$ ,

由勾股定理得:  $PA=\sqrt{PM^2+AM^2}=\frac{2\sqrt{26}}{5}$ ,  $\therefore \triangle PAB$  周长的最小值  $=2PA+AB=\frac{2\sqrt{26}}{5}+4$ .

25. 如图 1, 已知二次函数  $y=ax^2+bx+c$  ( $a$ 、 $b$ 、 $c$  为常数,  $a\neq 0$ ) 的图象过点  $O(0, 0)$  和点  $A(4, 0)$ , 函数图象最低点 M 的纵坐标为  $-\frac{8}{3}$ , 直线 l 的解析式为  $y=x$ .



- (1) 求二次函数的解析式；
- (2) 直线  $l$  沿  $x$  轴向右平移，得直线  $l'$ ， $l'$  与线段  $OA$  相交于点  $B$ ，与  $x$  轴下方的抛物线相交于点  $C$ ，过点  $C$  作  $CE \perp x$  轴于点  $E$ ，把  $\triangle BCE$  沿直线  $l'$  折叠，当点  $E$  恰好落在抛物线上点  $E'$  时(图 2)，求直线  $l'$  的解析式；
- (3) 在(2)的条件下， $l'$  与  $y$  轴交于点  $N$ ，把  $\triangle BON$  绕点  $O$  逆时针旋转  $135^\circ$  得到  $\triangle B'ON'$ ， $P$  为  $l'$  上的动点，当  $\triangle PB'N'$  为等腰三角形时，求符合条件的点  $P$  的坐标.

解析：(1) 由题意抛物线的顶点坐标为  $(2, -\frac{8}{3})$ ，设抛物线的解析式为  $y=a(x-2)^2-\frac{8}{3}$ ，把  $(0, 0)$  代入得到  $a=\frac{2}{3}$ ，即可解决问题；

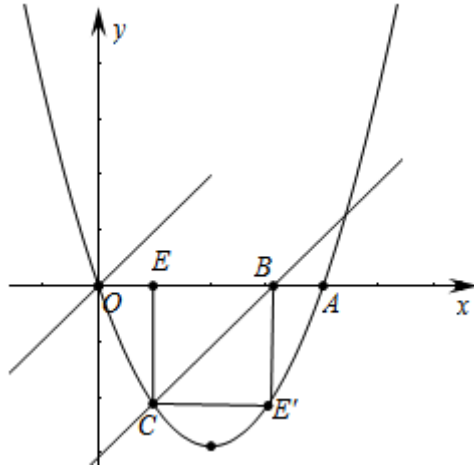
(2) 如图 1 中，设  $E(m, 0)$ ，则  $C(m, \frac{2}{3}m^2-\frac{8}{3}m)$ ， $B(-\frac{2}{3}m^2+\frac{11}{3}m, 0)$ ，由  $E, B$  关于对称轴对称，可得  $\frac{m + (-\frac{2}{3}m^2 + \frac{11}{3}m)}{2} = 2$ ，由此即可解决问题；

(3) 分两种情形求解即可①当  $P_1$  与  $N$  重合时， $\triangle P_1B'N'$  是等腰三角形，此时  $P_1(0, -3)$ . ②当  $N' = N'B'$  时，设  $P(m, m-3)$ ，列出方程解方程即可；

答案：(1) 由题意抛物线的顶点坐标为  $(2, -\frac{8}{3})$ ，设抛物线的解析式为  $y=a(x-2)^2-\frac{8}{3}$ ，把  $(0, 0)$  代入得到  $a=\frac{2}{3}$ ，

$\therefore$  抛物线的解析式为  $y=\frac{2}{3}(x-2)^2-\frac{8}{3}$ ，即  $y=\frac{2}{3}x^2-\frac{8}{3}x$ .

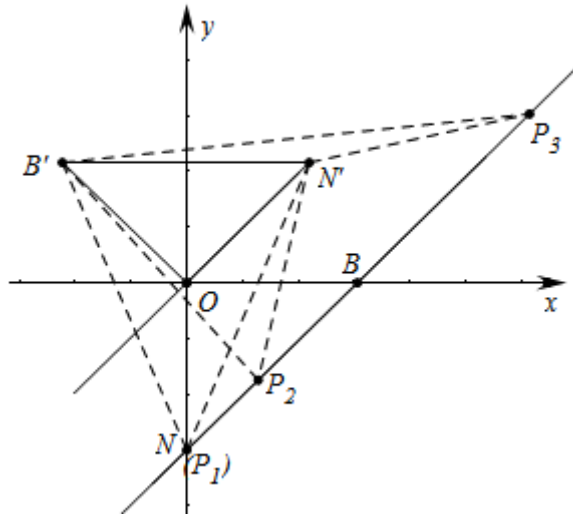
(2) 如图中，设  $E(m, 0)$ ，则  $C(m, \frac{2}{3}m^2-\frac{8}{3}m)$ ， $B(-\frac{2}{3}m^2+\frac{11}{3}m, 0)$ ，



∵E' 在抛物线上, ∴E、B 关于对称轴对称, ∴ $\frac{m + \left(-\frac{2}{3}m^2 + \frac{11}{3}m\right)}{2} = 2$ , 解得 m=1 或 6(舍

弃), ∴B(3, 0), C(1, -2), ∴直线 l' 的解析式为 y=x-3.

(3) 如图 2 中,



①当 P<sub>1</sub> 与 N 重合时, △P<sub>1</sub>B'N' 是等腰三角形, 此时 P<sub>1</sub>(0, -3).

②当 N' = N'B' 时, 设 P(m, m-3),

$$\text{则有 } \left(m - \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(m - 3 - \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = (3\sqrt{2})^2,$$

$$\text{解得 } m = \frac{3\sqrt{2} + 3 - 3\sqrt{3}}{2} \text{ 或 } \frac{3\sqrt{2} + 3 + 3\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore P_2\left(\frac{3\sqrt{2} + 3 - 3\sqrt{3}}{2}, \frac{3\sqrt{2} - 3 - 3\sqrt{3}}{2}\right), P_3\left(\frac{3\sqrt{2} + 3 + 3\sqrt{3}}{2}, \frac{3\sqrt{2} - 3 + 3\sqrt{3}}{2}\right).$$

综上所述, 满足条件的点 P 坐标为 (0, -3) 或  $\left(\frac{3\sqrt{2} + 3 - 3\sqrt{3}}{2}, \frac{3\sqrt{2} - 3 - 3\sqrt{3}}{2}\right)$  或  $\left(\frac{3\sqrt{2} + 3 + 3\sqrt{3}}{2}, \frac{3\sqrt{2} - 3 + 3\sqrt{3}}{2}\right)$  或

$$\left( \frac{3\sqrt{2}+3+3\sqrt{3}}{2}, \frac{3\sqrt{2}-3+3\sqrt{3}}{2} \right).$$