

## 2013年甘肃省平凉市中考真题数学

### 一、选择题(本大题共10个小题,每小题3分,共30分)

1. (3分)3的相反数是( )

- A. 3
- B. -3
- C.  $\frac{1}{3}$
- D.  $-\frac{1}{3}$

解析: 根据相反数的概念及意义可知: 3的相反数是-3.

答案: B.

2. (3分)下列运算中,结果正确的是( )

- A.  $4a-a=3a$
- B.  $a^{10} \div a^2 = a^5$
- C.  $a^2+a^3=a^5$
- D.  $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$

解析: A、 $4a-a=3a$ , 故本选项正确;

B、 $a^{10} \div a^2 = a^{10-2} = a^8 \neq a^5$ , 故本选项错误;

C、 $a^2+a^3 \neq a^5$ , 故本选项错误;

D、根据  $a^3 \cdot a^4 = a^7$ , 故  $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$  本选项错误;

答案: A.

3. (3分)下列图形分别是桂林、湖南、甘肃、佛山电视台的台徽,其中为中心对称图形的是( )



解析：∵A. 此图形旋转  $180^\circ$  后不能与原图形重合，∴此图形不是中心对称图形，故此选项错误；

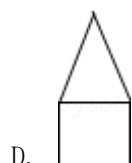
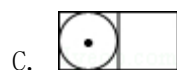
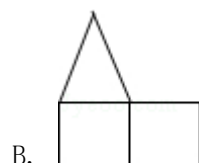
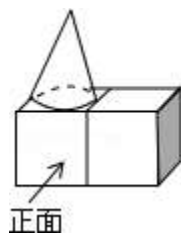
B: ∵此图形旋转  $180^\circ$  后不能与原图形重合，∴此图形不是中心对称图形，故此选项错误；

C. 此图形旋转  $180^\circ$  后能与原图形重合，此图形是中心对称图形，故此选项正确；

D: ∵此图形旋转  $180^\circ$  后不能与原图形重合，∴此图形不是中心对称图形，故此选项错误.

答案：C.

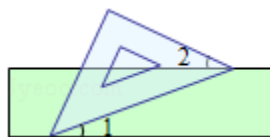
4. (3分) 如图是两个相同的正方体和一个圆锥形组成的立体图形，其主视图是( )



解析：从正面看易得第一层有 2 个正方形，第二层最左边有一个三角形.

答案：B.

5. (3分) 如图，把一块含有  $45^\circ$  的直角三角形的两个顶点放在直尺的对边上. 如果  $\angle 1=20^\circ$ ，那么  $\angle 2$  的度数是( )



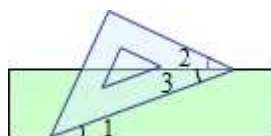
A.  $15^\circ$

B.  $20^\circ$

C.  $25^\circ$

D.  $30^\circ$

解析：∵直尺的两边平行， $\angle 1=20^\circ$ ，∴ $\angle 3=\angle 1=20^\circ$ ，∴ $\angle 2=45^\circ - 20^\circ = 25^\circ$  .



答案：C.

6. (3分)一元二次方程  $x^2+x-2=0$  根的情况是( )

- A. 有两个不相等的实数根
- B. 有两个相等的实数根
- C. 无实数根
- D. 无法确定

解析：∵  $a=1, b=1, c=-2, \therefore \Delta=b^2-4ac=1+8=9>0$ . ∴ 方程有两个不相等的实数根.

答案：A

7. (3分)分式方程  $\frac{1}{x}=\frac{2}{x+3}$  的解是( )

- A.  $x=-2$
- B.  $x=1$
- C.  $x=2$
- D.  $x=3$

解析：去分母，得  $x+3=2x$ ，解得  $x=3$ ，

当  $x=3$  时， $x(x+3) \neq 0$ ，所以，原方程的解为  $x=3$ ，

答案：D.

8. (3分)某超市一月份的营业额为 36 万元，三月份的营业额为 48 万元，设每月的平均增长率为  $x$ ，则可列方程为( )

- A.  $48(1-x)^2=36$
- B.  $48(1+x)^2=36$
- C.  $36(1-x)^2=48$
- D.  $36(1+x)^2=48$

解析：二月份的营业额为  $36(1+x)$ ，

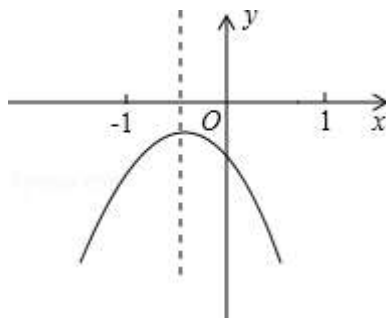
三月份的营业额为  $36(1+x) \times (1+x)=36(1+x)^2$ ，即所列的方程为  $36(1+x)^2=48$ ，

答案：D.

9. (3分)已知二次函数  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象如图所示，在下列五个结论中：

①  $2a-b < 0$ ；②  $abc < 0$ ；③  $a+b+c < 0$ ；④  $a-b+c > 0$ ；⑤  $4a+2b+c > 0$ ，

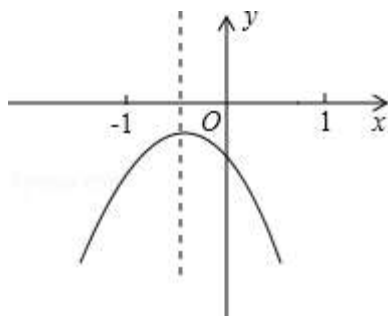
错误的个数有( )



- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个

D. 4 个

解析：①∵由函数图象开口向下可知， $a < 0$ ，由函数的对称轴  $x = -\frac{b}{2a} > -1$ ，故  $\frac{b}{2a} < 1$ ，∵ $a < 0$ ，∴ $b > 2a$ ，所以  $2a - b < 0$ ，①正确；



②∵ $a < 0$ ，对称轴在  $y$  轴左侧， $a, b$  同号，图象与  $y$  轴交于负半轴，则  $c < 0$ ，故  $abc < 0$ ；

②正确；

③当  $x=1$  时， $y=a+b+c < 0$ ，③正确；

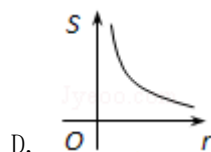
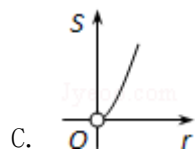
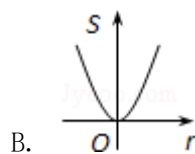
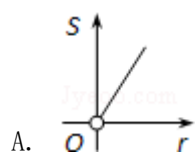
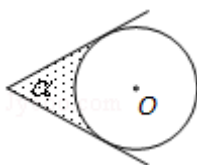
④当  $x=-1$  时， $y=a-b+c < 0$ ，④错误；

⑤当  $x=2$  时， $y=4a+2b+c < 0$ ，⑤错误；

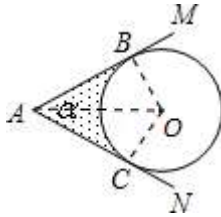
故错误的有 2 个.

答案：B.

10. (3 分) 如图， $\odot O$  的圆心在定角  $\angle \alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ ) 的角平分线上运动，且  $\odot O$  与  $\angle \alpha$  的两边相切，图中阴影部分的面积  $S$  关于  $\odot O$  的半径  $r$  ( $r > 0$ ) 变化的函数图象大致是 ( )



解析：连接  $OB$ 、 $OC$ 、 $OA$ ，



∵圆O切AM于B，切AN于C，∴ $\angle OBA = \angle OCA = 90^\circ$ ， $OB = OC = r$ ， $AB = AC$   
 ∴ $\angle BOC = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - \alpha = (180 - \alpha)^\circ$ ，

∵AO平分 $\angle MAN$ ，∴ $\angle BAO = \angle CAO = \frac{1}{2}\alpha$ ， $AB = AC = \frac{r}{\tan \frac{1}{2}\alpha}$ ，

$$\begin{aligned} \therefore \text{阴影部分的面积是: } S_{\text{四边形BACO}} - S_{\text{扇形OBC}} &= 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{r}{\tan \frac{1}{2}\alpha} \times r - \frac{(180 - \alpha) \pi r^2}{360} \\ &= \left( \frac{1}{\tan \frac{1}{2}\alpha} - \frac{180\pi - \alpha\pi}{360} \right) r^2, \end{aligned}$$

∵ $r > 0$ ，∴S与r之间是二次函数关系.

答案：C.

## 二、填空题：本大题共8小题，每小题4分，共32分

11. (4分)分解因式： $x^2 - 9 =$ \_\_\_\_\_.

解析： $x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$ .

答案： $(x+3)(x-3)$ .

12. (4分)不等式 $2x+9 \geq 3(x+2)$ 的正整数解是\_\_\_\_\_.

解析： $2x+9 \geq 3(x+2)$ ，

去括号得， $2x+9 \geq 3x+6$ ，

移项得， $2x-3x \geq 6-9$ ，

合并同类项得， $-x \geq -3$ ，

系数化为1得， $x \leq 3$ ，

故其正整数解为1，2，3.

答案：1，2，3.

13. (4分)等腰三角形的周长为16，其一边长为6，则另两边为\_\_\_\_\_.

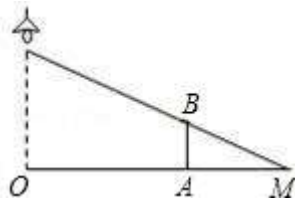
解析：当腰是6时，则另两边是4，6，且 $4+6 > 6$ ，满足三边关系定理；

当底边是6时，另两边长是5，5， $5+5 > 6$ ，满足三边关系定理，

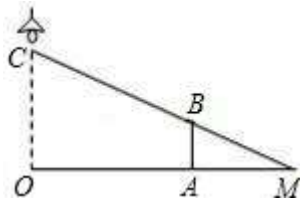
故该等腰三角形的另两边为：6，4或5，5.

答案：6，4或5，5.

14. (4分)如图，路灯距离地面8米，身高1.6米的小明站在距离灯的底部(点O)20米的A处，则小明的影子AM长为\_\_\_\_\_米.



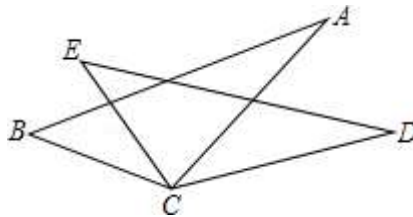
解析：根据题意，易得 $\triangle MBA \sim \triangle MCO$ ，



根据相似三角形的性质可知 $\frac{AB}{OC} = \frac{AM}{OA+AM}$ ，即 $\frac{1.6}{8} = \frac{AM}{20+AM}$ ，解得 $AM=5m$ 。则小明的影长为5米。

答案：5

15. (4分) 如图，已知 $BC=EC$ ， $\angle BCE = \angle ACD$ ，要使 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ ，则应添加的一个条件为\_\_\_\_\_。(答案不唯一，只需填一个)



解析：添加条件： $AC=CD$ ，

$\because \angle BCE = \angle ACD, \therefore \angle ACB = \angle DCE$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中  $\begin{cases} BC=EC \\ \angle ACB = \angle DCE \\ AC=DC \end{cases}, \therefore \triangle ABC \cong \triangle DEC (SAS)$ ，

答案： $AC=CD$ (答案不唯一)。

16. (4分) 若代数式 $\frac{2}{x-1} - 1$ 的值为零，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解析：由题意得， $\frac{2}{x-1} - 1 = 0$ ，解得： $x=3$ ，经检验的 $x=3$ 是原方程的根。

答案：3.

17. (4分) 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的半径分别是方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的两根，且圆心距 $O_1O_2 = t + 2$ ，若这两个圆相切，则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解析： $\because \odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的半径分别是方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的两根，

解得 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的半径分别是1和3。

①当两圆外切时，圆心距 $O_1O_2 = t + 2 = 1 + 3 = 4$ ，解得 $t = 2$ ；

②当两圆内切时，圆心距 $O_1O_2 = t + 2 = 3 - 1 = 2$ ，解得 $t = 0$ 。 $\therefore t$ 为2或0。

答案：2或0.

18. (4分) 现定义运算“★”，对于任意实数 a、b，都有  $a★b=a^2-3a+b$ ，如： $3★5=3^2-3×3+5$ ，若  $x★2=6$ ，则实数 x 的值是\_\_\_\_\_。

解析：根据题中的新定义将  $x★2=6$  变形得： $x^2-3x+2=6$ ，即  $x^2-3x-4=0$ ，

因式分解得： $(x-4)(x+1)=0$ ，解得： $x_1=4$ ， $x_2=-1$ ，则实数 x 的值是 -1 或 4。

答案：-1 或 4

### 三、解答题(一)：本大题共 5 小题，共 38 分

19. (6分) 计算： $2\cos 45^\circ - (-\frac{1}{4})^{-1} - \sqrt{8} - (\pi - \sqrt{3})^0$ 。

解析：根据  $45^\circ$  角的余弦等于  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，有理数的负整数指数次幂等于正整数指数次幂的倒数，

二次根式的化简，任何非 0 数的 0 次幂等于 1 进行计算即可得解。

答案： $2\cos 45^\circ - (-\frac{1}{4})^{-1} - \sqrt{8} - (\pi - \sqrt{3})^0$ ，

$$= 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - (-4) - 2\sqrt{2} - 1,$$

$$= \sqrt{2} + 4 - 2\sqrt{2} - 1,$$

$$= 3 - \sqrt{2}.$$

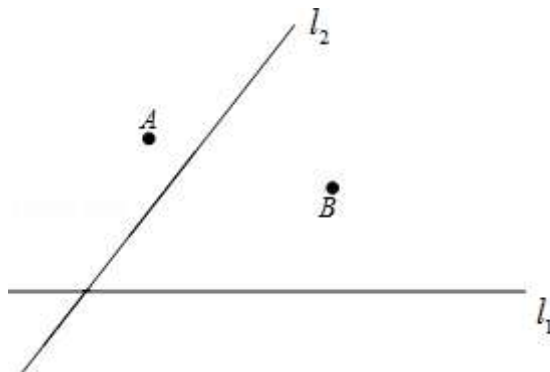
20. (6分) 先化简，再求值： $(1 - \frac{1}{x+1}) \div \frac{x}{x^2-1}$ ，其中  $x = -\frac{3}{2}$ 。

解析：先通分计算括号里的，再把除法转化成乘法进行约分，最后把 x 的值代入计算即可。

答案：原式 =  $\frac{x}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x} = x-1$ ，

当  $x = -\frac{3}{2}$  时，原式 =  $-\frac{3}{2} - 1 = -\frac{5}{2}$ 。

21. (8分) 两个城镇 A、B 与两条公路  $l_1$ 、 $l_2$  位置如图所示，电信部门需在 C 处修建一座信号发射塔，要求发射塔到两个城镇 A、B 的距离必须相等，到两条公路  $l_1$ 、 $l_2$  的距离也必须相等，那么点 C 应选在何处？请在图中，用尺规作图找出所有符合条件的点 C。（不写已知、求作、作法，只保留作图痕迹）



解析：仔细分析题意，寻求问题的解决方案.

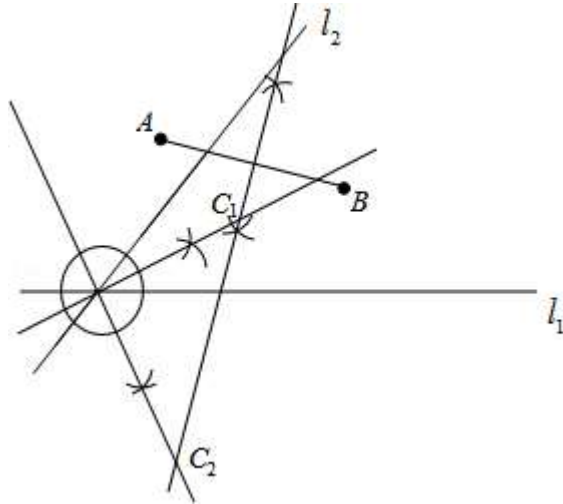
到城镇 A、B 距离相等的点在线段 AB 的垂直平分线上，到两条公路距离相等的点在两条公路所夹角的角平分线上，分别作出垂直平分线与角平分线，它们的交点即为所求作的点 C.

由于两条公路所夹角的角平分线有两条，因此点 C 有 2 个.

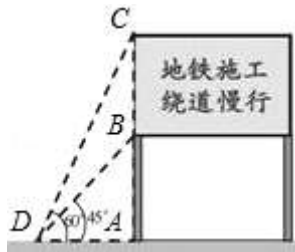
答案：(1) 作出线段 AB 的垂直平分线；

(2) 作出角的平分线(2 条)；

它们的交点即为所求作的点 C(2 个).



22. (8 分) 某市在地铁施工期间，交管部门在施工路段设立了矩形路况警示牌 BCEF(如图所  
示)，已知立杆 AB 的高度是 3 米，从侧面 D 点测到路况警示牌顶端 C 点和底端 B 点的仰角分  
别是  $60^\circ$  和  $45^\circ$ ，求路况警示牌宽 BC 的值.



解析：在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中，知道了已知角的对边，可用正切函数求出邻边 AD 的长；同理在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中，知道了已知角的邻边，用正切值即可求出对边 AC 的长；进而由  $BC=AC-AB$  得解.

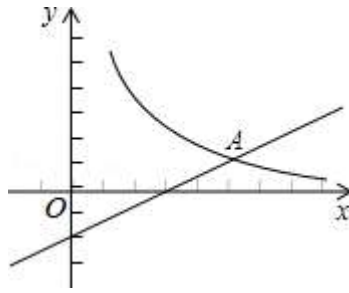
答案： $\because$  在  $\text{Rt}\triangle ADB$  中， $\angle BDA=45^\circ$ ， $AB=3$  米， $\therefore DA=3$  米，

在  $\text{Rt}\triangle ADC$  中， $\angle CDA=60^\circ$ ， $\therefore \tan 60^\circ = \frac{CA}{AD}$ ， $\therefore CA=3\sqrt{3}$ ， $\therefore BC=CA-BA=(3\sqrt{3}-3)$  米.

答：路况显示牌 BC 是  $(3\sqrt{3}-3)$  米.

23. (10 分) 如图，一次函数  $y=\frac{1}{2}x-2$  与反比例函数  $y=\frac{\pi}{x}$  的图象相交于点 A，且点 A 的纵坐标为 1.





(1) 求反比例函数的解析式；

(2) 根据图象写出当  $x > 0$  时，一次函数的值大于反比例函数的值的  $x$  的取值范围.

解析：(1) 一次函数是完整的函数，把点 A 的纵坐标代入即可求得 M 的坐标；然后把 A 的坐标代入反比例函数解析式，即可求得反比例函数的解析式；

(2) 根据交点 A 的坐标，即可得到当  $x > 0$  时，一次函数的值大于反比例函数的值的  $x$  的取值范围.

答案：(1) 点 A 在  $y = \frac{1}{2}x - 2$  上， $\therefore 1 = \frac{1}{2}x - 2$ ，解得  $x = 6$ ，

把 (6, 1) 代入  $y = \frac{m}{x}$  得  $m = 6 \times 1 = 6$ .  $\therefore y = \frac{6}{x}$ ;

(2) 由图象得，当  $x > 6$  时，一次函数的值大于反比例函数的值.

#### 四、解答题(二)：本大题共 5 小题，共 50 分

24. (8 分) 为了决定谁将获得仅有的一张科普报告入场券，甲和乙设计了如下的摸球游戏：在不透明口袋中放入编号分别为 1、2、3 的三个红球及编号为 4 的一个白球，四个小球除了颜色和编号不同外，其它没有任何区别，摸球之前将袋内的小球搅匀，甲先摸两次，每次摸出一个球(第一次摸后不放回)把甲摸出的两个球放回口袋后，乙再摸，乙只摸一次且摸出一个球，如果甲摸出的两个球都是红色，甲得 1 分，否则，甲得 0 分，如果乙摸出的球是白色，乙得 1 分，否则乙得 0 分，得分高的获得入场卷，如果得分相同，游戏重来.

(1) 运用列表或画树状图求甲得 1 分的概率；

(2) 请你用所学的知识说明这个游戏是否公平？

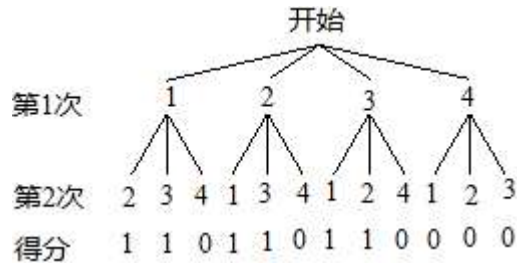
解析：(1) 首先根据题意列出表格或画出树状图，然后求得所有等可能的结果与甲得 1 分的情况，然后利用概率公式求解即可求得答案；

(2) 由(1)求得乙的得分，比较概率不相等，即可得这个游戏是不公平.

答案：(1) 列表得：

	1	2	3	4
1	-	1分	1分	0分
2	1分	-	1分	0分
3	1分	1分	-	0分
4	0分	0分	0分	-

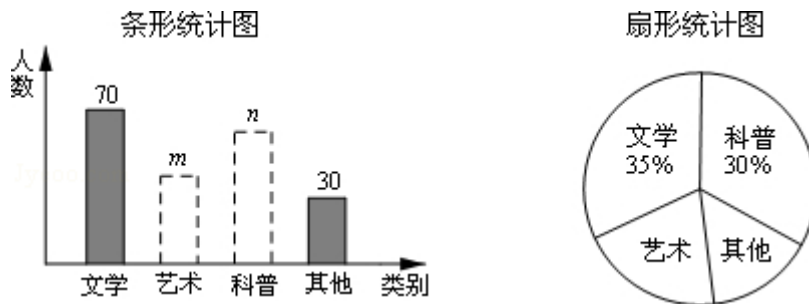
画树状图得：



$$\therefore P(\text{甲}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

(2) 不公平.  $\therefore P(\text{乙}) = \frac{1}{4}$ .  $\therefore P(\text{甲}) \neq P(\text{乙})$ ,  $\therefore$  不公平.

25. (10分) 在读书月活动中, 学校准备购买一批课外读物. 为使课外读物满足同学们的需求, 学校就“我最喜爱的课外读物”从文学、艺术、科普和其他四个类别进行了抽样调查(每位同学只选一类), 如图是根据调查结果绘制的两幅不完整的统计图.



请你根据统计图提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 本次调查中, 一共调查了\_\_\_\_\_名同学;
- (2) 条形统计图中,  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (3) 扇形统计图中, 艺术类读物所在扇形的圆心角是\_\_\_\_\_度;
- (4) 学校计划购买课外读物 6000 册, 请根据样本数据, 估计学校购买其他类读物多少册比较合理?

解析: (1) 结合两个统计图, 根据条形图得出文学类人数为: 70, 利用扇形图得出文学类所占百分比为: 35%, 即可得出总人数;

(2) 利用科普类所占百分比为: 30%, 则科普类人数为:  $n = 200 \times 30\% = 60$  人, 即可得出  $m$  的值;

(3) 根据艺术类读物所在扇形的圆心角是:  $\frac{40}{200} \times 360^\circ = 72^\circ$ ;

(3) 根据喜欢其他类读物人数所占的百分比, 即可估计 6000 册中其他读物的数量;

答案: (1) 根据条形图得出文学类人数为: 70, 利用扇形图得出文学类所占百分比为: 35%, 故本次调查中, 一共调查了:  $70 \div 35\% = 200$  人,

故答案为: 200;

(2) 根据科普类所占百分比为: 30%, 则科普类人数为:  $n = 200 \times 30\% = 60$  人,  $m = 200 - 70 - 30 - 60 = 40$  人,

故  $m = 40$ ,  $n = 60$ ;

故答案为: 40, 60;

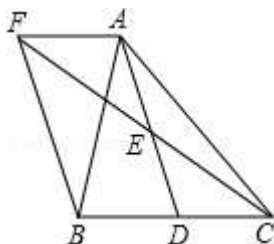
(3) 艺术类读物所在扇形的圆心角是： $\frac{40}{200} \times 360^\circ = 72^\circ$ ，

故答案为：72；

(4) 由题意，得  $6000 \times \frac{30}{200} = 900$  (册).

答：学校购买其他类读物 900 册比较合理.

26. (10 分) 如图，在  $\triangle ABC$  中，D 是 BC 边上的一点，E 是 AD 的中点，过 A 点作 BC 的平行线交 CE 的延长线于点 F，且  $AF=BD$ ，连接 BF.



(1) 线段 BD 与 CD 有什么数量关系，并说明理由；

(2) 当  $\triangle ABC$  满足什么条件时，四边形 AFBD 是矩形？并说明理由.

解析：(1) 根据两直线平行，内错角相等求出  $\angle AFE = \angle DCE$ ，然后利用“角角边”证明  $\triangle AEF$  和  $\triangle DEC$  全等，根据全等三角形对应边相等可得  $AF = CD$ ，再利用等量代换即可得证；

(2) 先利用一组对边平行且相等的四边形是平行四边形证明四边形 AFBD 是平行四边形，再根据一个角是直角的平行四边形是矩形，可知  $\angle ADB = 90^\circ$ ，由等腰三角形三线合一的性质可知必须是  $AB = AC$ .

答案：(1)  $BD = CD$ . 理由如下：依题意得  $AF \parallel BC$ ， $\therefore \angle AFE = \angle DCE$ ，

$\because E$  是  $AD$  的中点， $\therefore AE = DE$ ，

在  $\triangle AEF$  和  $\triangle DEC$  中，
$$\begin{cases} \angle AFE = \angle DCE \\ \angle AEF = \angle DEC \\ AE = DE \end{cases} \therefore \triangle AEF \cong \triangle DEC \text{ (AAS)}, \therefore AF = CD,$$

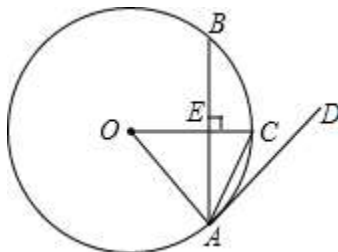
$\because AF = BD$ ， $\therefore BD = CD$ ；

(2) 当  $\triangle ABC$  满足： $AB = AC$  时，四边形 AFBD 是矩形.

理由如下： $\because AF \parallel BD$ ， $AF = BD$ ， $\therefore$  四边形 AFBD 是平行四边形，

$\because AB = AC$ ， $BD = CD$  (三线合一)， $\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ， $\therefore \square AFBD$  是矩形.

27. (10 分) 如图，在  $\odot O$  中，半径  $OC$  垂直于弦  $AB$ ，垂足为点  $E$ .



(1) 若  $OC = 5$ ， $AB = 8$ ，求  $\tan \angle BAC$ ；

(2) 若  $\angle DAC = \angle BAC$ ，且点  $D$  在  $\odot O$  的外部，判断直线  $AD$  与  $\odot O$  的位置关系，并加以证明.

解析：(1) 根据垂径定理由半径  $OC$  垂直于弦  $AB$ ， $AE = \frac{1}{2}AB = 4$ ，再根据勾股定理计算出  $OE = 3$ ，

则  $EC = 2$ ，然后在  $Rt\triangle AEC$  中根据正切的定义可得到  $\tan \angle BAC$  的值；

(2) 根据垂径定理得到  $AC$  弧 =  $BC$  弧, 再利用圆周角定理可得到  $\angle AOC = 2\angle BAC$ , 由于  $\angle DAC = \angle BAC$ , 所以  $\angle AOC = \angle BAD$ , 利用  $\angle AOC + \angle OAE = 90^\circ$  即可得到  $\angle BAD + \angle OAE = 90^\circ$ , 然后根据切线的判定方法得  $AD$  为  $\odot O$  的切线.

答案: (1)  $\because$  半径  $OC$  垂直于弦  $AB$ ,  $\therefore AE = BE = \frac{1}{2}AB = 4$ ,

在  $Rt\triangle OAE$  中,  $OA = 5$ ,  $AE = 4$ ,  $\therefore OE = \sqrt{OA^2 - AE^2} = 3$ ,  $\therefore EC = OC - OE = 5 - 3 = 2$ ,

在  $Rt\triangle AEC$  中,  $AE = 4$ ,  $EC = 2$ ,  $\therefore \tan \angle BAC = \frac{EC}{AE} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ;

(2)  $AD$  与  $\odot O$  相切. 理由如下:

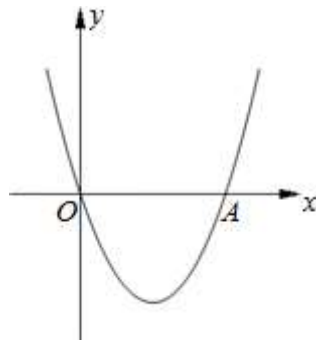
$\because$  半径  $OC$  垂直于弦  $AB$ ,

$\because AC$  弧 =  $BC$  弧,  $\therefore \angle AOC = 2\angle BAC$ ,

$\because \angle DAC = \angle BAC$ ,  $\therefore \angle AOC = \angle BAD$ ,

$\because \angle AOC + \angle OAE = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle BAD + \angle OAE = 90^\circ$ ,  $\therefore OA \perp AD$ ,  $\therefore AD$  与  $\odot O$  相切.

28. (12分) 如图, 在直角坐标系  $xOy$  中, 二次函数  $y = x^2 + (2k-1)x + k+1$  的图象与  $x$  轴相交于  $O$ 、 $A$  两点.



(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 在这条抛物线的对称轴右边的图象上有一点  $B$ , 使  $\triangle AOB$  的面积等于 6, 求点  $B$  的坐标;

(3) 对于 (2) 中的点  $B$ , 在此抛物线上是否存在点  $P$ , 使  $\angle POB = 90^\circ$ ? 若存在, 求出点  $P$  的坐标, 并求出  $\triangle POB$  的面积; 若不存在, 请说明理由.

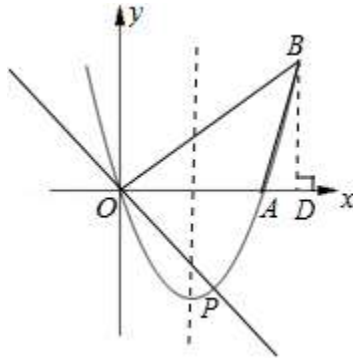
解析: (1) 将原点坐标代入抛物线中即可求出  $k$  的值, 也就得出了抛物线的解析式.

(2) 根据 (1) 得出的抛物线的解析式可得出  $A$  点的坐标, 也就求出了  $OA$  的长, 根据  $\triangle OAB$  的面积可求出  $B$  点纵坐标的绝对值, 然后将符合题意的  $B$  点纵坐标代入抛物线的解析式中即可求出  $B$  点的坐标, 然后根据  $B$  点在抛物线对称轴的右边来判断得出的  $B$  点是否符合要求即可.

(3) 根据  $B$  点坐标可求出直线  $OB$  的解析式, 由于  $OB \perp OP$ , 由此可求出  $P$  点的坐标特点, 代入二次函数解析式可得出  $P$  点的坐标. 求  $\triangle POB$  的面积时, 可先求出  $OB$ ,  $OP$  的长度即可求出  $\triangle BOP$  的面积.

答案: ①  $\because$  函数的图象与  $x$  轴相交于  $O$ ,  $\therefore 0 = k+1$ ,  $\therefore k = -1$ ,  $\therefore y = x^2 - 3x$ ,

② 假设存在点  $B$ , 过点  $B$  做  $BD \perp x$  轴于点  $D$ ,



$\because \triangle AOB$  的面积等于 6,  $\therefore \frac{1}{2}AO \cdot BD=6$ ,

当  $0=x^2-3x$ ,  $x(x-3)=0$ , 解得:  $x=0$  或  $3$ ,  $\therefore AO=3$ ,  $\therefore BD=4$

即  $4=x^2-3x$ , 解得:  $x=4$  或  $x=-1$  (舍去).

又  $\because$  顶点坐标为:  $(1.5, -2.25)$ .

$\because 2.25 < 4$ ,  $\therefore x$  轴下方不存在 B 点,  $\therefore$  点 B 的坐标为:  $(4, 4)$ ;

③  $\because$  点 B 的坐标为:  $(4, 4)$ ,  $\therefore \angle BOD=45^\circ$ ,  $BO=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$ ,

当  $\angle POB=90^\circ$ ,  $\therefore \angle POD=45^\circ$ ,

设 P 点横坐标为:  $x$ , 则纵坐标为:  $x^2-3x$ , 即  $-x=x^2-3x$ , 解得  $x=2$  或  $x=0$ ,

$\therefore$  在抛物线上仅存在一点 P  $(2, -2)$ .  $\therefore OP=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ ,

使  $\angle POB=90^\circ$ ,  $\therefore \triangle POB$  的面积为:  $\frac{1}{2}PO \cdot BO=\frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}=8$ .