2012 年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

数学（文科）

本试题共 4 页，21 小题，满分 150 分，考试用时 120 分钟。

注意事项：

1、答卷前，考生务必用黑色自己的钢笔或签字笔将自己的姓名、和考生号、试室号、座位号，填写在答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”.

2、选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。

3、非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求做大的答案无效。

4、作答选做题时，请先用 2B 铅笔填涂选做题的题号对应的信息点，再做答。漏涂、错涂、多涂的，答案无效。

5、考生必须保持答题卡得整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

参考公式：锥体的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$，其中 S 为柱体的底面积，h 为柱体的高.

球的体积 $V=\frac{4}{3}\pi R^3$，其中 R 为球的半径。

一组数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的标准差 $s=\sqrt{\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]}$，

其中 $\bar{x}$ 表示这组数据的平均数。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，满分 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设 i 为虚数单位，则复数 $\frac{3+4i}{i}=$（　　）

$(A)\ -4-3i$　　$(B)\ -4+3i$　　$(C)\ 4+3i$　　$(D)\ 4-3i$

【解析】选 D 依题意：$\frac{3+4i}{i}=\frac{(3+4i)i}{i^2}=4-3i$

2．设集合 $U=\{1,2,3,4,5,6\},M=\{1,3,5\}$；则 $C_UM=$（　　）

$(A)\ \{2,4,6\}$　　$(B)\ \{1,3,5\}$　　$(C)\ \{1,2,4\}$　　$(D)\ U$

【解析】选 A　$C_UM=\{2,4,6\}$

3．若向量 $\overrightarrow{AB}=(1,2),\overrightarrow{BC}=(3,4)$；则 $\overrightarrow{AC}=$（　　）

$(A)\ (4,6)$　　$(B)\ (-4,-6)$　　$(C)\ (-2,-2)$　　$(D)\ (2,2)$

【解析】选 A　$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(4,6)$

4．下列函数为偶函数的是（　　）

$(A)\quad y=\sin x$　　$(B)\quad y=x^3$　　$(C)\quad y=e^x$

$(D)\ y=\ln\sqrt{x^2+1}$

【解析】选 D　$y=\sin x$ 与 $y=x^3$ 是奇函数,，　$y=e^x$ 是非奇非偶函数

5. 已知变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\le 1\\ x+1\ge 0\\ x-y\le 1\end{cases}$，则 $z=x+2y$ 的最小值为（　　）

$(A)\ 3$　　　$(B)\ 1$　　　$(C)\ -5$　　　$(D)\ -6$

【解析】选 C　　约束条件对应 ΔABC 边际及内的区域：$A(1,0),B(-1,2),C-1,-2)$

则 $z=x+2y\in[-5,3]$

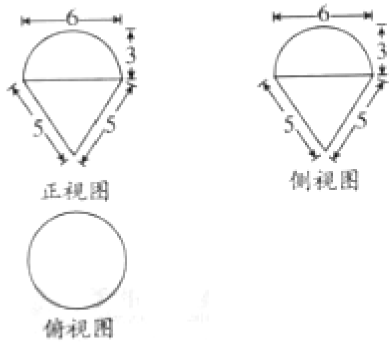
6. 在 ΔABC 中，若 $\angle A=60^\circ,\angle B=45^\circ,BC=3\sqrt{2}$，则 $AC=$（　　）

$(A)\ 4\sqrt{3}$　　　$(B)\ 2\sqrt{3}$　　　$(C)\ \sqrt{3}$　　　$(D)\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

【解析】选 B

由正弦定理得：$\dfrac{BC}{\sin A}=\dfrac{AC}{\sin B}\Leftrightarrow\dfrac{3\sqrt{2}}{\sin 60^\circ}=\dfrac{AC}{\sin 45^\circ}\Leftrightarrow AC=2\sqrt{3}$

7．某几何体的三视图如图 1 所示，它的体积为（　　）



$(A)\ 72\pi$　　$(B)\ 48\pi$　　$(C)\ 30\pi$　　$(D)\ 24\pi$

【解析】选 C　几何体是半球与圆锥叠加而成

它的体积为 $V=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{3}\pi\times 3^3+\dfrac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times\sqrt{5^2-3^2}=30\pi$

8. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $3x+4y-5=0$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 相交于 A,B 两点，则弦 AB 的长等于（　　）

$(A)\ 3\sqrt{3}$　　　$(B)\ 2\sqrt{3}$　　　$(C)\ \sqrt{3}$　　　$(D)\ 1$

【解析】选 B

圆 $x^2+y^2=4$ 的圆心 $O(0,0)$ 到直线 $3x+4y-5=0$ 的距离 $d=\dfrac{|-5|}{5}=1$

弦 AB 的长 $|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{3}$

9. 执行如图 2 所示的程序框图，若输入 n 的值为 6，则输出 s 的值为

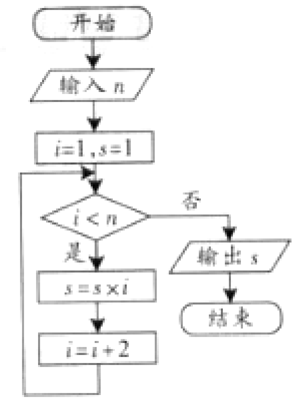


图 2

(A) 105　　(B) 16　　(C) 15　　(D) 1

【解析】选 C

s	1	1	3	15
i	1	3	5	7

8. . 对任意两个非零的平面向量 α 和 β，定义 $\alpha\circ\beta=\dfrac{\alpha\cdot\beta}{\beta\cdot\beta}$；若两个非零的平面向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足，

$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角 $\theta\in(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2})$，且 $\vec{a}\circ\vec{b},\vec{b}\circ\vec{a}$ 都在集合 $\left\{\dfrac{n}{2}\middle| n\in Z\right\}$ 中，则 $\vec{a}\circ\vec{b}=$（　　）

(A) $\dfrac{1}{2}$　　(B) 1　　(C) $\dfrac{3}{2}$　　(D) $\dfrac{5}{2}$

【解析】选 A

$$\vec{a}\circ\vec{b}=\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}\cos\theta>0,\vec{b}\circ\vec{a}=\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}\cos\theta>0\Rightarrow(\vec{a}\circ\vec{b})\times(\vec{b}\circ\vec{a})=\cos^2\theta\in(0,\frac{1}{2})$$

$\vec{a}\circ\vec{b},\vec{b}\circ\vec{a}$ 都在集合 $\left\{\dfrac{n}{2}\middle| n\in Z\right\}$ 中得：$(\vec{a}\circ\vec{b})\times(\vec{b}\circ\vec{a})=\dfrac{n_1n_2}{4}(n_1,n_2\in N^*)\Rightarrow\vec{a}\circ\vec{b}=\dfrac{1}{2}$

二、填空题：本大题共 5 小题，考生作答 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分。

（一）必做题（11-13 题）

9. 函数 $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x}$ 的定义域为________

【解析】定义域为______$[-1,0)\cup(0,+\infty)$

$$y=\frac{\sqrt{x+1}}{x}\text{ 中的 } x \text{ 满足：}\begin{cases}x+1\ge 0\\ x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow -1\le x<0 \text{ 或 } x>0$$

10. 等比数列$\{a_n\}$满足$a_2a_4=\dfrac{1}{2}$，则$a_1a_3^2a_5=$______

【解析】$a_1a_3^2a_5=$______ $\dfrac{1}{4}$

$$a_2a_4=\frac{1}{2}\Leftrightarrow a_3^2=\frac{1}{2},a_1a_3^2a_5=a_3^4=\frac{1}{4}$$

11. 由正整数组成的一组数据x_1,x_2,x_3,x_4，其平均数和中位数都是2，且标准差等于1，则这组数据为__________。（从小到大排列）

【解析】这组数据为_________$1,1,3,3$

不妨设$x_1\le x_2\le x_3\le x_4$得：$x_2+x_3=4,x_1+x_2+x_3+x_4=8\Rightarrow x_1+x_4=4$

$s^2=1\Leftrightarrow(x_1-2)^2+(x_2-2)^2+(x_3-2)^2+(x_4-2)^2=4\Rightarrow\left|x_i-2\right|=0,1,2$

①如果有一个数为0或4；则其余数为2，不合题意

②只能取$\left|x_i-2\right|=1$；得：这组数据为$1,1,3,3$

（二）选做题（14 - 15 题，考生只能从中选做一题）

14. （坐标系与参数方程选做题）在平面直角坐标系xOy中，曲线C_1和C_2的参数方程分别为

$C_2:\begin{cases}x=\sqrt{5}\cos\theta\\ y=\sqrt{5}\sin\theta\end{cases}$（$\theta$是参数，$0\le\theta\le\dfrac{\pi}{2}$）和 $C_2:\begin{cases}x=1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$是参数），它们的交点坐标为_______.

【解析】它们的交点坐标为_______$(2,1)$

$C_1:x^2+y^2=5(x,y\ge0),C_2:y=x-1$ 解得：交点坐标为$(2,1)$

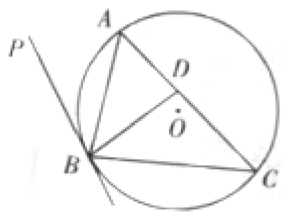


图 3

15.（几何证明选讲选做题）如图3所示，直线PB与圆O想切于点B，D是弦AC上的点，$\angle PBA=\angle DBA$，若$AD=m,AC=n$，则$AB=$_______。

【解析】$AB=$_______$\sqrt{mn}$

$$\angle PBA=\angle DBA=\angle ACB,\angle BAD=\angle CAB\Rightarrow\Delta BAD\sim\Delta CAB$$

得：$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{AD}{AB}\Leftrightarrow AB^2=AC\times AD=mn\Leftrightarrow AB=\sqrt{mn}$

三、解答题：本大题共 6 小题，满分 80 分。解答需写出文字说明、证明过程和演算步骤。

16.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=A\cos(\dfrac{x}{4}+\dfrac{\pi}{6})(x\in R)$，且$f(\dfrac{\pi}{3})=\sqrt{2}$。

（1）求A的值；

（2）设$\alpha,\beta\in[0,\frac{\pi}{2}]$， $f(4\alpha+\frac{4\pi}{3})=-\frac{30}{17},f(4\beta-\frac{2\pi}{3})=\frac{8}{5}$；求$\cos(\alpha+\beta)$的值

【解析】（1） $f(\frac{\pi}{3})=\sqrt{2}\Leftrightarrow A\cos\frac{\pi}{4}=\sqrt{2}\Leftrightarrow A=2$

（2） $f(4\alpha+\frac{4\pi}{3})=-\frac{30}{17}\Leftrightarrow\cos(\alpha+\frac{\pi}{2})=-\frac{15}{17}\Leftrightarrow\sin\alpha=\frac{15}{17},\cos\alpha=\frac{8}{17}$

$f(4\beta-\frac{2\pi}{3})=\frac{8}{5}\Leftrightarrow\cos\beta=\frac{4}{5},\sin\beta=\frac{3}{5}$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\frac{4}{5}\times\frac{8}{17}-\frac{3}{5}\times\frac{15}{17}=-\frac{13}{85}$

17.（本小题满分 13 分）

某校 100 名学生期中考试语文成绩的频率分布直方图如图 4 所示，其中成绩分组区间是：[50,60][60,70][70,80][80,90][90,100]。

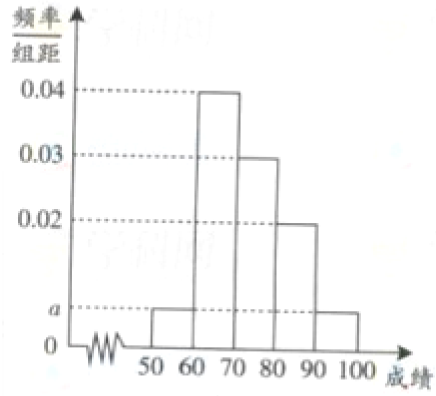


图 4

（1）求图中a的值；

（2）根据频率分布直方图，估计这 100 名学生语文成绩的平均分；

（3）若这 100 名学生语文成绩某些分数段的人数（x）与数学成绩相应分数段的人数（y）之比如下表所示，求数学成绩在[50，90）之外的人数。

分数段	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)
$x:y$	1 : 1	2 : 1	3 : 4	4 : 5

【解析】（1） $(2a+0.02+0.03+0.04)\times10=1\Leftrightarrow a=0.005$

（2）平均分为$55\times0.05+65\times0.4+75\times0.3+85\times0.2+95\times0.05=73$

（3）数学成绩在$[50,90)$内的人数为

$(0.005+\frac{1}{2}\times0.04+\frac{4}{3}\times0.03+\frac{5}{4}\times0.02)\times10\times100=90$人

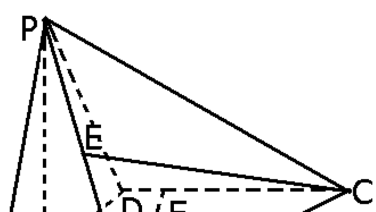
数学成绩在$[50,90)$外的人数为$100-90=10$人

答：（1） $a=0.005$ （2）这 100 名学生语文成绩的平均分为73

（3）数学成绩在$[50,90)$外的人数为10人。

18.（本小题满分 13 分）

如图 5 所示，在四棱锥$P-ABCD$中，$AB\perp$平面PAD，$AB//CD,PD=AD$，E是PB



中点，

F 是 DC 上的点，且 $DF=\frac{1}{2}AB$， PH 为 ΔPAD 中 AD 边上的高。

（1）证明：$PH\perp$ 平面 $ABCD$；

（2）若 $PH=1, AD=2, FC=1$，求三棱锥 $E-BCF$ 的体积；

（3）证明：$EF\perp$ 平面 PAB .

【解析】（1） $AB\perp$ 平面 PAD， $PH\subset$ 面 $PAD\Rightarrow PH\perp AB$

又 $PH\perp AD, AD\bigcap AB=A\Rightarrow PH\perp$ 面 $ABCD$

（2） E 是 PB 中点 $\Rightarrow$ 点 E 到面 BCF 的距离 $h=\frac{1}{2}PH=\frac{1}{2}$

三棱锥 $E-$ 的体积 $V=\frac{1}{3}S_{\Delta BCF}\times h=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times FC\times AD\times h=\frac{1}{6}\times 1\times\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{12}$

（3）取 PA 的中点为 G，连接 DG, EG

$PD=AD\Rightarrow DG\perp PA$，又 $AB\perp$ 平面 $PAD\Rightarrow$ 面 $PAD\perp$ 面 $PAB\Rightarrow DG\perp$ 面 PAB

点 E,G 是棱 P，的中点 $\Rightarrow EG\underline{\underline{//}}\frac{1}{2}AB, DF\underline{\underline{//}}\frac{1}{2}AB\Rightarrow EG\underline{\underline{//}}DF\Rightarrow DG//EF$

得：$EF\perp$ 平面 PAB

19.（本小题满分 14 分）

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，数列 $\{S_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，满足 $T_n=2S_n-n^2,\ n\in N^*$.

（1）求 a_1 的值；（2）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

【解析】（1）在 $T_n=2S_n-n^2,\ n\in N^*$ 中，令 $n=1\Rightarrow a_1=2a_1-1\Leftrightarrow a_1=1$

（2） $T_n=2S_n-n^2,\ T_{n+1}=2S_{n+1}-(n+1)^2$，相减得：$S_{n+1}=2S_n+(2n+1)$

$S_{n+1}=2S_n+(2n+1)$，$S_{n+2}=2S_{n+1}+(2n+3)$，相减得：$a_{n+2}=2a_{n+1}+2$

$a_1=1\Rightarrow S_2=2S_1+3\Leftrightarrow a_2=4$，得 $a_{n+1}=2a_n+2$

$a_{n+1}=2a_n+2\Leftrightarrow a_{n+1}+2=2(a_n+2)$

得：数列 $\{a_n+2\}$ 是以 $a_1+2=3$ 为首项，公比为 2 的等比数列

$a_n+2=3\times 2^{n-1}\Leftrightarrow a_n=3\times 2^{n-1}-2$

20.（本小题满分 14 分）

在平面直角坐标系 xoy 中，已知椭圆 $C_1:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的左焦点 $F_1(-1,0)$，

且在 $P(0,1)$ 在 C_1 上。

（1）求 C_1 的方程；

（2）设直线 l 同时与椭圆 C_1 和抛物线 $C_2: y^2=4x$ 相切，求直线 l 的方程

【解析】（1）由题意得：$b=1, c=\sqrt{a^2-b^2}=1 \Leftrightarrow a=\sqrt{2}, b=c=1$

故椭圆 C_1 的方程为：$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$

（2）①设直线 $l: x=m$，直线 l 与椭圆 C_1 相切 $\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{2}$

直线与抛物线 $C_2: y^2=4x$ 相切 $\Leftrightarrow m=0$，得：m 不存在

②设直线 $l: y=kx+m$

直线 l 与椭圆 C_1 相切 $\Leftrightarrow (1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-2=0$ 两根相等

$$\Leftrightarrow \Delta_1=0 \Leftrightarrow m^2=2k^2+1$$

直线与抛物线 $C_2: y^2=4x$ 相切 $\Leftrightarrow k^2x^2+2(km-2)x+m^2=0$ 两根相等

$$\Leftrightarrow \Delta_2=0 \Leftrightarrow km=1$$

解得：$k=\dfrac{\sqrt{2}}{2}, m=\sqrt{2}$ 或 $k=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}, m=-\sqrt{2} \Rightarrow l: y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}(x+2)$

21.（本小题满分 14 分）

设 $0<a<1$，集合 $A=\{x\in R \mid x>0\}$，$B=\{x\in R \mid 2x^2-3(1+a)x+6a>0\}$，$D=A\cap B$。

（1）求集合 D（用区间表示）

（2）求函数 $f(x)=2x^3-3(1+a)x^2+6ax$ 在 D 内的极值点。

【解析】（1）对于方程 $2x^2-3(1+a)x+6a=0$

判别式 $\Delta=9(1+a)^2-48a=3(a-3)(3a-1)$

因为 $a<1$，所以 $a-3<0$

① 当 $1>a>\dfrac{1}{3}$ 时，$\Delta<0$，此时 $B=R$，所以 $D=A$；

② 当 $a=\dfrac{1}{3}$ 时，$\Delta=0$，此时 $B=\{x \mid x\neq 1\}$，所以 $D=(0,1)\cup(1,+\infty)$；

当 $a<\frac{1}{3}$ 时，$\Delta>0$，设方程 $2x^2-3(1+a)x+6a=0$ 的两根为 x_1,x_2 且 $x_1<x_2$，则

$x_1=\frac{3(1+a)-\sqrt{3(a-3)(3a-1)}}{4}$，$x_2=\frac{3(1+a)+\sqrt{3(a-3)(3a-1)}}{4}$

$B=\{x\,|\,x<x_1或x>x_2\}$

③ 当 $0<a<\frac{1}{3}$ 时，$x_1+x_2=\frac{3}{2}(1+a)>0$，$x_1x_2=3a>0$，所以 $x_1>0,x_2>0$

此时，$D=(x,x_1)\cup(x_2,+\infty)$

$=(0,\frac{3(1+a)-\sqrt{3(a-3)(3a-1)}}{4})\cup(\frac{3(1+a)+\sqrt{3(a-3)(3a-1)}}{4},+\infty)$

（2）$f'(x)=6x^2-6(1+a)x+6a=6(x-1)(x-a)$，$a<1$

所以函数 $f(x)$ 在区间 $[a,1]$ 上为减函数，在区间 $(-\infty,a]$ 和 $[1,+\infty)$ 上为增函数

① $x=1$ 是极点 $\Leftrightarrow 1\in B\Leftrightarrow \frac{1}{3}<a<1$

② $x=a$ 是极点 $\Leftrightarrow a\in A,a\in B\Leftrightarrow 0<a<1$

得：$0<a\le\frac{1}{3}$ 时，函数 $f(x)$ 极值点为 a，$\frac{1}{3}<a<1$ 时，函数 $f(x)$ 极值点为 1 与 a