

2013 年湖北省鄂州市中考真题数学

一、选择题(每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) 2013 的相反数是()

A. $-\frac{1}{2013}$

B. $\frac{1}{2013}$

C. 3102

D. -2013

解析: 2013 的相反数为-2013.

答案: D.

2. (3 分) 下列计算正确的是()

A. $a^4 \cdot a^3 = a^{12}$

B. $\sqrt{9} = 3$

C. $(x^2+1)^0 = 0$

D. 若 $x^2 = x$, 则 $x = 1$

解析: A、 $a^4 \cdot a^3 = a^{(4+3)} = a^7$. 故本选项错误;

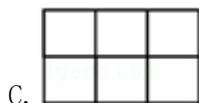
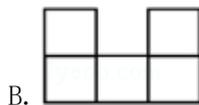
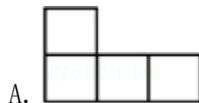
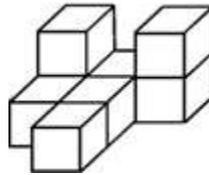
B、 $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = |3| = 3$, 故本选项正确;

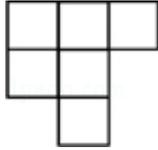
C、 $\because x^2+1 \neq 0$, $\therefore (x^2+1)^0 = 1$. 故本选项错误;

D、由题意知, $x^2 - x = x(x-1) = 0$, 则 $x = 0$ 或 $x = 1$. 故本选项错误.

答案: B.

3. (3 分) 如图, 由几个相同的小正方体搭成的一个几何体, 它的左视图为()



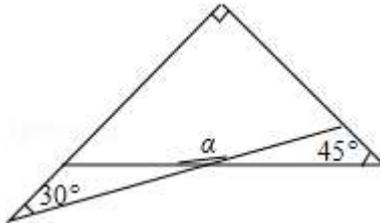


D.

解析：从左面看易得第一层有 3 个正方形，第二层最左边有一个正方形.

答案：A.

4. (3 分)一副三角板有两个直角三角形，如图叠放在一起，则 $\angle \alpha$ 的度数是()



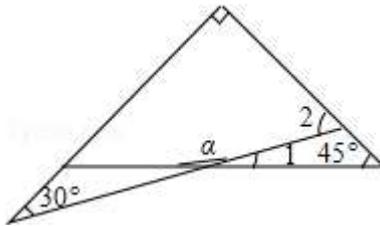
A. 165°

B. 120°

C. 150°

D. 135°

解析：如图， $\because \angle 2 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ，



$\therefore \angle 1 = \angle 2 - 45^\circ = 15^\circ$ ， $\therefore \angle \alpha = 180^\circ - \angle 1 = 165^\circ$.

答案：A.

5. (3 分)下列命题正确的个数是()

①若代数式 $\frac{\sqrt{2-2x}}{x^2-x}$ 有意义，则 x 的取值范围为 $x \leq 1$ 且 $x \neq 0$.

②我市生态旅游初步形成规模，2012 年全年生态旅游收入为 302 600 000 元，保留三个有效数字用科学记数法表示为 3.03×10^8 元.

③若反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ (m 为常数)，当 $x > 0$ 时， y 随 x 增大而增大，则一次函数 $y = -2x + m$ 的图象一定不经过第一象限.

④若函数的图象关于 y 轴对称，则函数称为偶函数，下列三个函数： $y=3$ ， $y=2x+1$ ， $y=x^2$ 中偶函数的个数为 2 个.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

解析：①若代数式 $\frac{\sqrt{2-2x}}{x^2-x}$ 有意义，则 x 的取值范围为 $x < 1$ 且 $x \neq 0$ ，原命题错误；

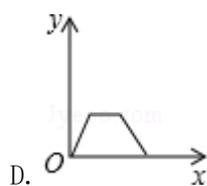
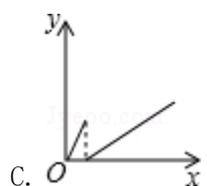
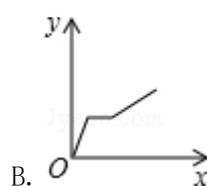
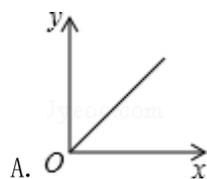
②我市生态旅游初步形成规模，2012 年全年生态旅游收入为 302 600 000 元，保留三个有效数字用科学记数法表示为 3.03×10^8 元正确。

③根据反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ (m 为常数) 的增减性得出 $m < 0$ ，故一次函数 $y = -2x + m$ 的图象一定不经过第一象限，此选项正确；

④若函数的图象关于 y 轴对称，则函数称为偶函数，三个函数中有 $y = 3$ ， $y = x^2$ 是偶函数，原命题正确，

答案：C.

6. (3 分) 一个大烧杯中装有一个小烧杯，在小烧杯中放入一个浮子(质量非常轻的空心小圆球)后再往小烧杯中注水，水流的速度恒定不变，小烧杯被注满后水溢出到大烧杯中，浮子始终保持在容器的正中间. 用 x 表示注水时间，用 y 表示浮子的高度，则用来表示 y 与 x 之间关系的选项是()



解析：①小烧杯未被注满，这段时间，浮子的高度快速增加；

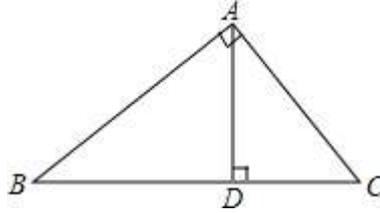
②小烧杯被注满，大烧杯内水面的高度还未达到小烧杯的高度，此时浮子高度不变；

③大烧杯内的水面高于小烧杯，此时浮子高度缓慢增加.

结合图象可得 B 选项的图象符合.

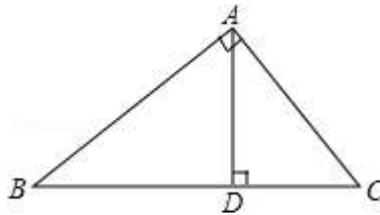
答案：B.

7. (3分)如图，Rt $\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ ， $AD\perp BC$ 于点 D，若 $BD:CD=3:2$ ，则 $\tan B=(\quad)$



- A. $\frac{3}{2}$
- B. $\frac{2}{3}$
- C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

解析：在 Rt $\triangle ABC$ 中， $\because AD\perp BC$ 于点 D， $\therefore \angle ADB=\angle CDA$ ，



$\because \angle B+\angle BAD=90^\circ$ ， $\angle BAD+\angle DAC=90^\circ$ ， $\therefore \angle B=\angle DAC$ ， $\therefore \triangle ABD\sim\triangle CAD$ ， $\therefore \frac{BD}{AD}=\frac{AD}{CD}$ ，

$\because BD:CD=3:2$ ，设 $BD=3x$ ， $CD=2x$ ， $\therefore AD=\sqrt{3x\cdot 2x}=\sqrt{6}x$ ，则 $\tan B=\frac{AD}{BD}=\frac{\sqrt{6}x}{3x}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 。

答案：D.

8. (3分)已知 m ， n 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-3x+a=0$ 的两个解，若 $(m-1)(n-1)=-6$ ，则 a 的值为 (\quad)

- A. -10
- B. 4
- C. -4
- D. 10

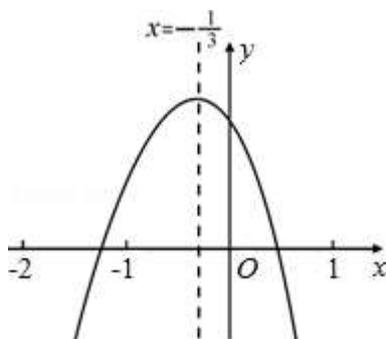
解析：根据题意得： $m+n=3$ ， $mn=a$ ，

$\because (m-1)(n-1)=mn-(m+n)+1=-6$ ， $\therefore a-3+1=-6$ ，解得： $a=-4$ 。

答案：C

9. (3分)小轩从如图所示的二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 的图象中，观察得出了下面五条信息：

① $ab > 0$; ② $a+b+c < 0$; ③ $b+2c > 0$; ④ $a-2b+4c > 0$; ⑤ $a = \frac{3}{2}b$. 你认为其中正确信息的个数有()



- A. 2 个
- B. 3 个
- C. 4 个
- D. 5 个

解析: ①∵抛物线开口方向向下, ∴ $a < 0$. ∵对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{3}$, ∴ $b = \frac{2}{3}a < 0$, ∴ $ab > 0$. 故

①正确;

②当 $x=1$ 时, $y < 0$, 即 $a+b+c < 0$. 故②正确;

③当 $x=-1$ 时, $y = a-b+c > 0$, ∴ $2a-2b+2c > 0$, 即 $3b-2b+2c > 0$, ∴ $b+2c > 0$. 故③正确;

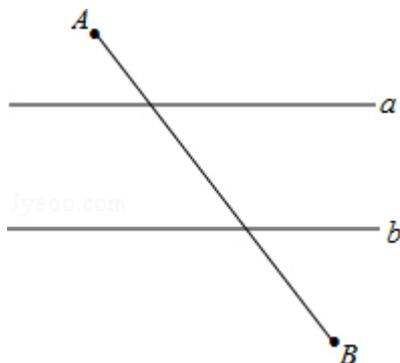
④当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, $y > 0$, 即 $\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b + c > 0$. ∴ $a-2b+4c > 0$, 故④正确;

⑤对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{3}$, 则 $a = \frac{3}{2}b$. 故⑤正确.

综上所述, 正确的结论是①②③④⑤, 共 5 个.

答案: D.

10. (3分) 如图, 已知直线 $a \parallel b$, 且 a 与 b 之间的距离为 4, 点 A 到直线 a 的距离为 2, 点 B 到直线 b 的距离为 3, $AB = 2\sqrt{30}$. 试在直线 a 上找一点 M , 在直线 b 上找一点 N , 满足 $MN \perp a$ 且 $AM+MN+NB$ 的长度和最短, 则此时 $AM+NB = ()$



- A. 6
- B. 8

④根据某部门 15 名员工个人年创利润数据，第 7 个与第 8 个数据平均数是中位数，故“该部门员工个人年创利润的中位数为 5 万元”，故此选项错误，故正确的有 1 个.

答案：1.

13. (3 分) 若不等式组 $\begin{cases} 2x - b \geq 0 \\ x + a \leq 0 \end{cases}$ 的解集为 $3 \leq x \leq 4$ ，则不等式 $ax + b < 0$ 的解集为_____.

解析： $\begin{cases} 2x - b \geq 0 \textcircled{1} \\ x + a \leq 0 \textcircled{2} \end{cases}$

\therefore 解不等式①得： $x \geq \frac{b}{2}$ ，解不等式②得： $x \leq -a$ ， \therefore 不等式组的解集为： $\frac{b}{2} \leq x \leq -a$ ，

\therefore 不等式组 $\begin{cases} 2x - b \geq 0 \\ x + a \leq 0 \end{cases}$ 的解集为 $3 \leq x \leq 4$ ， $\therefore \frac{b}{2} = 3$ ， $-a = 4$ ， $b = 6$ ， $a = -4$ ，

$\therefore -4x + 6 < 0$ ， $x > \frac{3}{2}$ ，

答案： $x > \frac{3}{2}$

14. (3 分) 已知正比例函数 $y = -4x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 A、B 两点，若点 A 的坐标为 $(x, 4)$ ，则点 B 的坐标为_____.

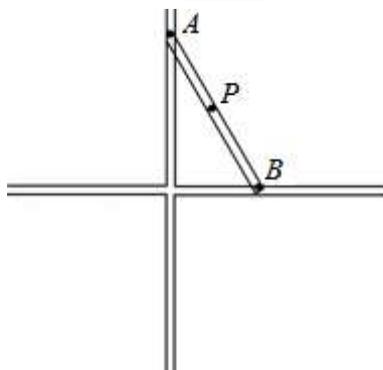
解析： \therefore 正比例函数 $y = -4x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 A、B 两点，点 A 的坐标为 $(x, 4)$ ，

$\therefore 4 = -4x$ ，解得： $x = -1$ ， $\therefore xy = k = -4$ ， $\therefore y = \frac{-4}{x}$ ，则 $-\frac{4}{x} = -4x$ ，解得： $x_1 = 1$ ， $x_2 = -1$ ，

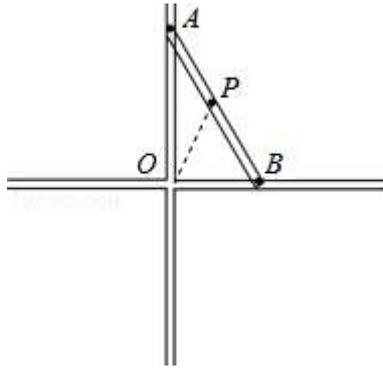
当 $x = 1$ 时， $y = -4$ ， \therefore 点 B 的坐标为： $(1, -4)$ 。

答案： $(1, -4)$ 。

15. (3 分) 著名画家达芬奇不仅画艺超群，同时还是一个数学家、发明家. 他曾经设计过一种圆规如图所示，有两个互相垂直的滑槽(滑槽宽度忽略不计)，一根没有弹性的木棒的两端 A、B 能在滑槽内自由滑动，将笔插入位于木棒中点 P 处的小孔中，随着木棒的滑动就可以画出一个圆来. 若 $AB = 20\text{cm}$ ，则画出的圆的半径为_____cm.



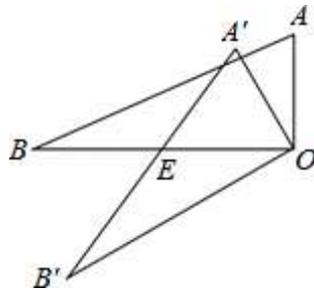
解析：连接 OP，



$\because \triangle AOB$ 是直角三角形, P 为斜边 AB 的中点, $\therefore OP = \frac{1}{2}AB$, $\because AB = 20\text{cm}$, $\therefore OP = 10\text{cm}$,

答案: 10.

16. (3分) 如图, $\triangle AOB$ 中, $\angle AOB = 90^\circ$, $AO = 3$, $BO = 6$, $\triangle AOB$ 绕顶点 O 逆时针旋转到 $\triangle A'OB'$ 处, 此时线段 $A'B'$ 与 BO 的交点 E 为 BO 的中点, 则线段 $B'E$ 的长度为_____.

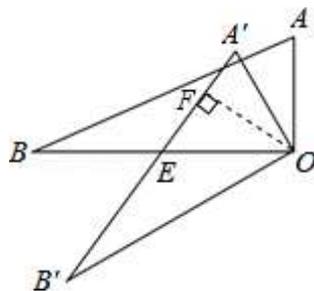


解析: $\because \angle AOB = 90^\circ$, $AO = 3$, $BO = 6$, $\therefore AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$,

$\because \triangle AOB$ 绕顶点 O 逆时针旋转到 $\triangle A'OB'$ 处, $\therefore AO = A'O = 3$, $A'B' = AB = 3\sqrt{5}$,

\because 点 E 为 BO 的中点, $\therefore OE = \frac{1}{2}BO = \frac{1}{2} \times 6 = 3$, $\therefore OE = A'O$,

过点 O 作 $OF \perp A'B'$ 于 F ,



$S_{\triangle A'OB'} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \cdot OF = \frac{1}{2} \times 3 \times 6$, 解得 $OF = \frac{6\sqrt{5}}{5}$,

在 $\text{Rt}\triangle EOF$ 中, $EF = \sqrt{OE^2 - OF^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{6\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$,

$\because OE = A'O$, $OF \perp A'B'$, $\therefore A'E = 2EF = 2 \times \frac{3\sqrt{5}}{5} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ (等腰三角形三线合一),

$\therefore B'E = A'B' - A'E = 3\sqrt{5} - \frac{6\sqrt{5}}{5} = \frac{9\sqrt{5}}{5}$.

答案: $\frac{9\sqrt{5}}{5}$.

点评: 本题考查了旋转的性质, 勾股定理的应用, 等腰三角形三线合一的性质, 以及三角

三、解答题(17~20 每题 8 分, 21~22 每题 9 分, 23 题 10 分, 24 题 12 分, 共 72 分)

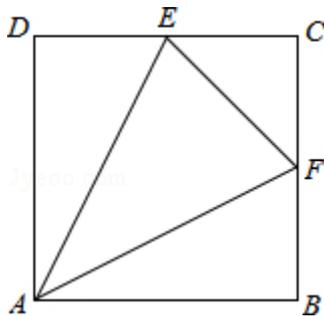
17. (8 分) 先化简, 后求值: $(\frac{a}{a-2} - \frac{4}{a^2-2a}) \div \frac{a+2}{a^2}$, 其中 $a=3$.

解析: 现将括号内的部分因式分解, 通分后相加, 再将除法转化为乘法, 最后约分. 再将 $a=3$ 代入即可求值.

$$\begin{aligned} \text{答案: } & (\frac{a}{a-2} - \frac{4}{a^2-2a}) \div \frac{a+2}{a^2} \\ & = [\frac{a}{a-2} - \frac{4}{a(a-2)}] \div \frac{a+2}{a^2} \\ & = \frac{a^2-4}{a(a-2)} \div \frac{a+2}{a^2} \\ & = \frac{(a+2)(a-2)}{a(a-2)} \div \frac{a+2}{a^2} \\ & = \frac{a+2}{a} \div \frac{a+2}{a^2} \\ & = \frac{a+2}{a} \cdot \frac{a^2}{a+2} \\ & = a. \end{aligned}$$

\therefore 当 $a=3$ 时, 原式=3.

18. (8 分) 如图正方形 ABCD 的边长为 4, E、F 分别为 DC、BC 中点.



(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle ABF$.

(2) 求 $\triangle AEF$ 的面积.

解析: (1) 由四边形 ABCD 为正方形, 得到 $AB=AD$, $\angle B=\angle D=90^\circ$, $DC=CB$, 由 E、F 分别为 DC、BC 中点, 得出 $DE=BF$, 进而证明出两三角形全等;

(2) 首先求出 DE 和 CE 的长度, 再根据 $S_{\triangle AEF} = S_{\text{正方形 ABCD}} - S_{\triangle ADE} - S_{\triangle ABF} - S_{\triangle CEF}$ 得出结果.

答案: (1) \because 四边形 ABCD 为正方形, $\therefore AB=AD$, $\angle D=\angle B=90^\circ$, $DC=CB$,

∵E、F 为 DC、BC 中点，∴ $DE=\frac{1}{2}DC$ ， $BF=\frac{1}{2}BC$ ，∴ $DE=BF$ ，

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABF$ 中，
$$\begin{cases} AD=AB \\ \angle B=\angle D \\ DE=BF \end{cases}$$
∴ $\triangle ADE \cong \triangle ABF$ (SAS)；

(2) 由题知 $\triangle ABF$ 、 $\triangle ADE$ 、 $\triangle CEF$ 均为直角三角形，

且 $AB=AD=4$ ， $DE=BF=\frac{1}{2} \times 4=2$ ， $CE=CF=\frac{1}{2} \times 4=2$ ，

∴ $S_{\triangle AEF}=S_{\text{正方形 } ABCD}-S_{\triangle ADE}-S_{\triangle ABF}-S_{\triangle CEF}=4 \times 4-\frac{1}{2} \times 4 \times 2-\frac{1}{2} \times 4 \times 2-\frac{1}{2} \times 2 \times 2=6$ 。

19. (8 分) 一个不透明的口袋里装有分别标有汉字“灵”、“秀”、“鄂”、“州”的四个小球，除汉字不同之外，小球没有任何区别，每次摸球前先搅拌均匀再摸球。

(1) 若从中任取一个球，球上的汉字刚好是“鄂”的概率为多少？

(2) 甲从中任取一球，不放回，再从中任取一球，请用树状图的方法，求出甲取出的两个球上的汉字恰能组成“灵秀”或“鄂州”的概率 P_1 ；

(3) 乙从中任取一球，记下汉字后再放回袋中，然后再从中任取一球，记乙取出的两个球上的汉字恰能组成“灵秀”或“鄂州”的概率为 P_2 ，指出 P_1, P_2 的大小关系(请直接写出结论，不必证明)。

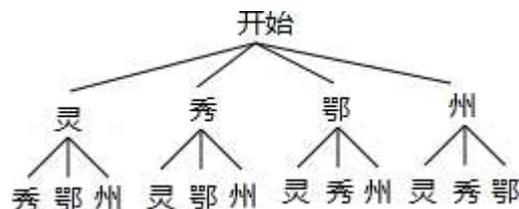
解析：(1) 由有汉字“灵”、“秀”、“鄂”、“州”的四个小球，任取一球，共有 4 种不同结果，利用概率公式直接求解即可求得答案；

(2) 首先根据题意画出树状图，然后根据树状图求得所有等可能的结果与甲取出的两个球上的汉字恰能组成“灵秀”或“鄂州”的情况，再利用概率公式即可求得答案；注意是不放回实验；

(3) 首先根据题意画出树状图，然后根据树状图求得所有等可能的结果与甲取出的两个球上的汉字恰能组成“灵秀”或“鄂州”的情况，再利用概率公式即可求得答案；注意是放回实验。

答案：(1) ∵有汉字“灵”、“秀”、“鄂”、“州”的四个小球，任取一球，共有 4 种不同结果，∴球上汉字刚好是“鄂”的概率 $P=\frac{1}{4}$ ；

(2) 画树状图得：



∵共有 12 种不同取法，能满足要求的有 4 种，∴ $P_1=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ ；

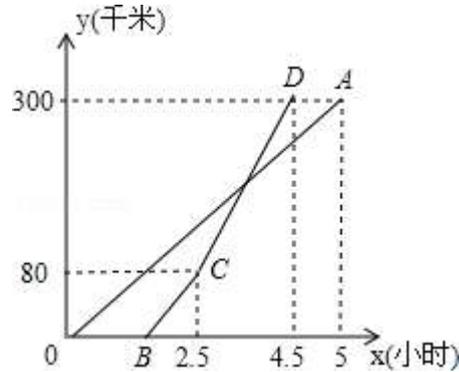
(3) 画树状图得：



∵共有 16 种不同取法，能满足要求的有 4 种， $\therefore P_2 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$;

$\therefore P_1 > P_2$.

20. (8 分) 甲、乙两地相距 300 千米，一辆货车和一辆轿车先后从甲地出发向乙地，如图，线段 OA 表示货车离甲地距离 y (千米) 与时间 x (小时) 之间的函数关系；折线 BCD 表示轿车离甲地距离 y (千米) 与 x (小时) 之间的函数关系. 请根据图象解答下列问题：



(1) 轿车到达乙地后，货车距乙地多少千米？

(2) 求线段 CD 对应的函数解析式.

(3) 轿车到达乙地后，马上沿原路以 CD 段速度返回，求货车从甲地出发后多长时间再与轿车相遇 (结果精确到 0.01).

解析：(1) 根据图象可知货车 5 小时行驶 300 千米，由此求出货车的速度为 60 千米/时，再根据图象得出货车出发后 4.5 小时轿车到达乙地，由此求出轿车到达乙地时，货车行驶的路程为 270 千米，而甲、乙两地相距 300 千米，则此时货车距乙地的路程为：300-270=30 千米；

(2) 设 CD 段的函数解析式为 $y=kx+b$ ，将 $C(2.5, 80)$ ， $D(4.5, 300)$ 两点的坐标代入，运用待定系数法即可求解；

(3) 设货车从甲地出发 x 小时后再与轿车相遇，根据轿车 $(x-4.5)$ 小时行驶的路程+货车 x 小时行驶的路程=300 千米列出方程，解方程即可.

答案：(1) 根据图象信息：货车的速度 $V_{\text{货}} = \frac{300}{5} = 60$ (千米/时).

∵轿车到达乙地的时间为货车出发后 4.5 小时，

∴轿车到达乙地时，货车行驶的路程为：4.5×60=270 (千米)，

此时，货车距乙地的路程为：300-270=30 (千米).

答：轿车到达乙地后，货车距乙地 30 千米；

(2) 设 CD 段函数解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) ($2.5 \leq x \leq 4.5$).

∵ $C(2.5, 80)$ ， $D(4.5, 300)$ 在其图象上， $\therefore \begin{cases} 2.5k+b=80 \\ 4.5k+b=300 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} k=110 \\ b=-195 \end{cases}$ ，

∴CD 段函数解析式： $y=110x-195$ ($2.5 \leq x \leq 4.5$)；

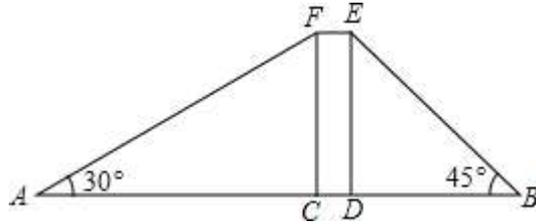
(3) 设货车从甲地出发后 x 小时后再与轿车相遇.

∵ $V_{\text{货}}=60$ 千米/时， $V_{\text{轿}} = \frac{300-80}{4.5-2.5} = 110$ (千米/时)，

∴ $110(x-4.5)+60x=300$ ，解得 $x \approx 4.68$ (小时).

答：货车从甲地出发约 4.68 小时后再与轿车相遇.

21. (9分) 小明、小华在一栋电梯楼前感慨楼房真高. 小明说：“这楼起码 20 层！”小华却不以为然：“20 层？我看没有，数数就知道了！”小明说：“有本事，你不用数也能明白！”小华想了想说：“没问题！让我们来量一量吧！”小明、小华在楼体两侧各选 A、B 两点，测量数据如图，其中矩形 CDEF 表示楼体，AB=150 米，CD=10 米， $\angle A=30^\circ$ ， $\angle B=45^\circ$ ，(A、C、D、B 四点在同一直线上) 问：



(1) 楼高多少米？

(2) 若每层楼按 3 米计算，你支持小明还是小华的观点呢？请说明理由. (参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{5} \approx 2.24$)

解析：(1) 设楼高为 x ，则 $CF=DE=x$ ，在 $\text{Rt}\triangle ACF$ 和 $\text{Rt}\triangle DEB$ 中分别用 x 表示 AC 、 BD 的值，然后根据 $AC+CD+BD=150$ ，求出 x 的值即可；

(2) 根据 (1) 求出的楼高 x ，然后求出 20 层楼的高度，比较 x 和 20 层楼高的大小即可判断谁的观点正确.

答案：(1) 设楼高为 x 米，则 $CF=DE=x$ 米，

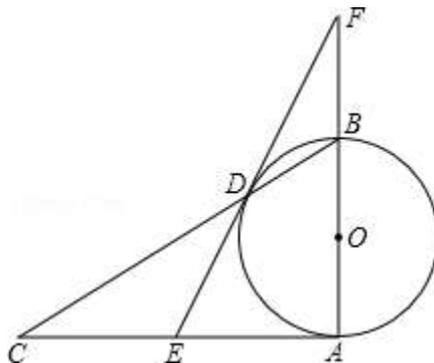
$\because \angle A=30^\circ$ ， $\angle B=45^\circ$ ， $\angle ACF=\angle BDE=90^\circ$ ， $\therefore AC=\sqrt{3}x$ 米， $BD=x$ 米，

$\therefore \sqrt{3}x+x=150-10$ ，解得 $x=\frac{140}{\sqrt{3}+1}=70(\sqrt{3}-1)$ (米)， \therefore 楼高 $70(\sqrt{3}-1)$ 米.

(2) $x=70(\sqrt{3}-1) \approx 70(1.73-1)=70 \times 0.73=51.1$ 米 $< 3 \times 20$ 米，

\therefore 我支持小华的观点，这楼不到 20 层.

22. (9分) 已知：如图，AB 为 $\odot O$ 的直径， $AB \perp AC$ ，BC 交 $\odot O$ 于 D，E 是 AC 的中点，ED 与 AB 的延长线相交于点 F.



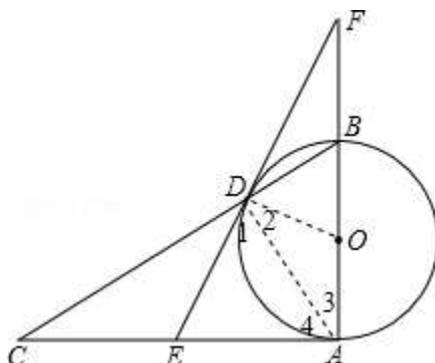
(1) 求证：DE 为 $\odot O$ 的切线.

(2) 求证：AB: AC=BF: DF.

解析：(1) 连接 OD、AD，求出 $\angle CDA=\angle BDA=90^\circ$ ，求出 $\angle 1=\angle 4$ ， $\angle 2=\angle 3$ ，推出 $\angle 4+\angle 3=\angle 1+\angle 2=90^\circ$ ，根据切线的判定推出即可；

(2) 证 $\triangle ABD \sim \triangle CAD$, 推出 $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{AD}$, 证 $\triangle FAD \sim \triangle FDB$, 推出 $\frac{BD}{AD} = \frac{BF}{DF}$, 即可得出 $AB: AC = BF: DF$.

答案: (1) 连结 DO 、 DA ,



$\because AB$ 为 $\odot O$ 直径, $\therefore \angle CDA = \angle BDA = 90^\circ$,

$\because CE = EA, \therefore DE = EA, \therefore \angle 1 = \angle 4$,

$\because OD = OA, \therefore \angle 2 = \angle 3$,

$\because \angle 4 + \angle 3 = 90^\circ, \therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, 即: $\angle EDO = 90^\circ$,

$\because OD$ 是半径, $\therefore DE$ 为 $\odot O$ 的切线;

(2) $\because \angle 3 + \angle DBA = 90^\circ, \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ, \therefore \angle 4 = \angle DBA$,

$\because \angle CDA = \angle BDA = 90^\circ, \therefore \triangle ABD \sim \triangle CAD, \therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{AD}$,

$\because \angle FDB + \angle BDO = 90^\circ, \angle DBO + \angle 3 = 90^\circ$,

又 $\because OD = OB, \therefore \angle BDO = \angle DBO, \therefore \angle 3 = \angle FDB$,

$\because \angle F = \angle F, \therefore \triangle FAD \sim \triangle FDB, \therefore \frac{BD}{AD} = \frac{BF}{DF}, \therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BF}{DF}$, 即 $AB: AC = BF: DF$.

23. (10分) 某商场经营某种品牌的玩具, 购进时的单价是 30 元, 根据市场调查: 在一段时间内, 销售单价是 40 元时, 销售量是 600 件, 而销售单价每涨 1 元, 就会少售出 10 件玩具. (1) 不妨设该种品牌玩具的销售单价为 x 元 ($x > 40$), 请你分别用 x 的代数式来表示销售量 y 件和销售该品牌玩具获得利润 w 元, 并把结果填写在表格中:

销售单价(元)	x
销售量 y (件)	
销售玩具获得利润 w (元)	

(2) 在 (1) 问条件下, 若商场获得了 10000 元销售利润, 求该玩具销售单价 x 应定为多少元.

(3) 在 (1) 问条件下, 若玩具厂规定该品牌玩具销售单价不低于 44 元, 且商场要完成不少于 540 件的销售任务, 求商场销售该品牌玩具获得的最大利润是多少?

解析: (1) 由销售单价每涨 1 元, 就会少售出 10 件玩具得 $y = 600 - (x - 40) \times 10 = 1000 - 10x$, 利润 = $(1000 - 10x)(x - 30) = -10x^2 + 1300x - 30000$;

(2) 令 $-10x^2 + 1300x - 30000 = 10000$, 求出 x 的值即可;

(3) 首先求出 x 的取值范围, 然后把 $w = -10x^2 + 1300x - 30000$ 转化成 $y = -10(x - 65)^2 + 12250$, 结合 x 的取值范围, 求出最大利润.

答案: (1)

销售单价(元)	x
销售量 y (件)	$1000-10x$
销售玩具获得利润 w (元)	$-10x^2+1300x-30000$

(2) $-10x^2+1300x-30000=10000$ 解之得: $x_1=50, x_2=80$

答: 玩具销售单价为 50 元或 80 元时, 可获得 10000 元销售利润,

(3) 根据题意得 $\begin{cases} 1000-10x \geq 540 \\ x \geq 44 \end{cases}$ 解之得: $44 \leq x \leq 46$,

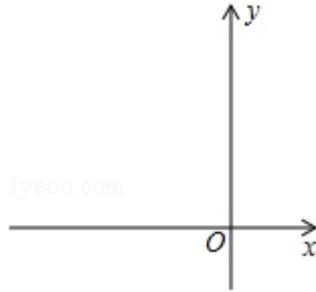
$w = -10x^2 + 1300x - 30000 = -10(x-65)^2 + 12250$,

$\because a = -10 < 0$, 对称轴是直线 $x = 65$,

\therefore 当 $44 \leq x \leq 46$ 时, w 随 x 增大而增大. \therefore 当 $x = 46$ 时, $W_{\text{最大值}} = 8640$ (元).

答: 商场销售该品牌玩具获得的最大利润为 8640 元.

24. (12 分) 在平面直角坐标系中, 已知 $M_1(3, 2), N_1(5, -1)$, 线段 M_1N_1 平移至线段 MN 处 (注: M_1 与 M, N_1 与 N 分别为对应点).



(1) 若 $M(-2, 5)$, 请直接写出 N 点坐标.

(2) 在 (1) 问的条件下, 点 N 在抛物线 $y = \frac{1}{6}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + k$ 上, 求该抛物线对应的函数解析式.

(3) 在 (2) 问条件下, 若抛物线顶点为 B , 与 y 轴交于点 A , 点 E 为线段 AB 中点, 点 $C(0, m)$ 是 y 轴负半轴上一动点, 线段 EC 与线段 BO 相交于 F , 且 $OC:OF=2:\sqrt{3}$, 求 m 的值.

(4) 在 (3) 问条件下, 动点 P 从 B 点出发, 沿 x 轴正方向匀速运动, 点 P 运动到什么位置时 (即 BP 长为多少), 将 $\triangle ABP$ 沿边 PE 折叠, $\triangle APE$ 与 $\triangle PBE$ 重叠部分的面积恰好为此时的 $\triangle ABP$ 面积的 $\frac{1}{4}$, 求此时 BP 的长度.

解析: (1) 首先根据点 M 的移动方向和单位得到点 N 的平移方向和单位, 然后按照平移方向和单位进行移动即可;

(2) 将点 N 的坐标代入函数的解析式即可求得 k 值;

(3) 配方后确定点 B, A, E 的坐标, 根据 $CO:OF=2:\sqrt{3}$ 用 m 表示出线段 CO, FO 和 BF 的长, 利用 $S_{\triangle BEC} = S_{\triangle EBF} + S_{\triangle BFC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ 得到有关 m 的方程求得 m 的值即可;

(4) 分当 $\angle BPE > \angle APE$ 时、当 $\angle BPE = \angle APE$ 时、当 $\angle BPE < \angle APE$ 时三种情况分类讨论即可.

答案: (1) 由于图形平移过程中, 对应点的平移规律相同,

∵ E 为 AB 中点, ∴ $S_{\triangle AEP} = S_{\triangle BEP} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABP}$,

∵ $S_{\triangle EHP} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABP}$, ∴ $S_{\triangle EBH} = S_{\triangle EHP} = S_{\triangle A_1HP} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABP}$, ∴ $BH = HP$, $EH = HA_1 = 1$,

又 ∵ $BE = EA = 2$, ∴ $EH = \frac{1}{2} AP$, ∴ $AP = 2$,

在 $\triangle APB$ 中, $\angle ABP = 30^\circ$, $AB = 4$, $AP = 2$. ∴ $\angle APB = 90^\circ$, ∴ $BP = 2\sqrt{3}$,

综合①②③知: $BP = 2$ 或 $2\sqrt{3}$;