学校：___________姓名：___________班级：___________考号：___________

**绝密★启用前**

# 江苏省南京市2019年中考数学试题

## 试卷副标题

考试范围：xxx；考试时间：100分钟；命题人：xxx

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 总分 |
|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | |

注意事项：

1．答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息

2．请将答案正确填写在答题卡上

## 第I卷（选择题）

请点击修改第I卷的文字说明

| 评卷人 | 得分 |
|---|---|
| | |

### 一、单选题

**1．2018年中国与“一带一路”沿线国家货物贸易进出口总额达到13000亿美元．用科学记数法表示13000是（　　）**

**A．** $0.13\times10^{5}$　　**B．** $1.3\times10^{4}$　　**C．** $13\times10^{3}$　　**D．** $130\times10^{2}$

**【答案】**B

**【解析】**

【分析】

科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞10时，n是正数；当原数的绝对值＜1时，n是负数．

【详解】

解：$13000=1.3\times10^{4}$，

故选：B．

【点睛】

此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值．

**2．计算$(a^{2}b)^{3}$的结果是（　　）**

**A．** $a^{2}b^{3}$　　**B．** $a^{5}b^{3}$　　**C．** $a^{6}b$　　**D．** $a^{6}b^{3}$

**【答案】**D

【解析】

【分析】

根据积的乘方法则解答即可.

【详解】

解：$(a^2b)^3=(a^2)^3b^3=a^6b^3$.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了幂的运算，熟练掌握法则是解答本题的关键．积的乘方，等于每个因式乘方的积.

**3．面积为 4 的正方形的边长是（　　）**

**A．4 的平方根　　B．4 的算术平方根　　C．4 开平方的结果　　D．4 的立方根**

**【答案】**B

**【解析】**

【分析】

已知正方形面积求边长就是求面积的算术平方根.

【详解】

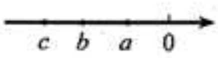
解：面积为 4 的正方形的边长是 $\sqrt{4}$，即为 4 的算术平方根；

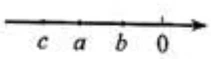
故选：B.

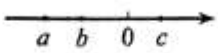
【点睛】

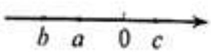
本题考查算术平方根；熟练掌握正方形面积与边长的关系，算术平方根的意义是解题的关键.

**4．实数 a、b、c 满足 a＞b 且 ac＜bc，它们在数轴上的对应点的位置可以是（　　）**

**A.** 

**B.** 

**C.** 


**D.** 


**【答案】**A

**【解析】**

【分析】

根据不等式的性质，先判断 c 的正负．再确定符合条件的对应点的大致位置.

【详解】

解：因为 a＞b 且 ac＜bc，

所以 c＜0.

选项 A 符合 a＞b，c＜0 条件，故满足条件的对应点位置可以是 A.

选项 B 不满足 a＞b，选项 C、D 不满足 c＜0，故满足条件的对应点位置不可以是 B、C、D.

故选：A.

【点睛】

本题考查了数轴上点的位置和不等式的性质．解决本题的关键是根据不等式的性质判断 c 的正负.

**5．下列整数中，与$10-\sqrt{13}$最接近的是**

**A．4　　B．5　　C．6　　D．7**

**【答案】**C

**【解析】**

【分析】

由于 9＜$\sqrt{13}$＜16，可判断$\sqrt{13}$与 4 最接近，从而可判断与 10−$\sqrt{13}$最接近的整数为 6.

【详解】

解：∵9＜$\sqrt{13}$＜16，

∴3＜$\sqrt{13}$＜4，

∴与$\sqrt{13}$最接近的是 4，

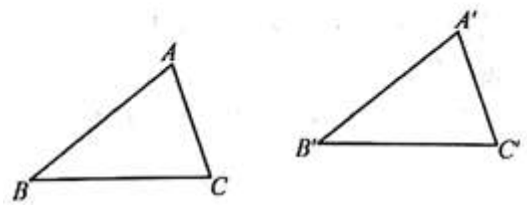
∴与 10−$\sqrt{13}$最接近的是 6.

故选：C.

【点睛】

此题考查了估算无理数的大小，熟练掌握估算无理数的方法是解本题的关键.

**6．如图，△A′B′C′是由△ABC 经过平移得到的，△A′B′C′还可以看作是△ABC 经过怎样的图形变化得到？下列结论：①1 次旋转；②1 次旋转和 1 次轴对称；③2 次旋转；④2 次轴对称．其中所有正确结论的序号是（　　）**




**A．①④　　B．②③　　C．②④　　D．③④**

**【答案】**D

**【解析】**

【分析】

依据旋转变换以及轴对称变换，即可使$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$重合．

【详解】

解:先将$\triangle ABC$绕着$B'C$的中点旋转$180°$,再将所得的三角形绕着$B'C'$的中点旋转$180°$,即可得到$\triangle A'B'C'$;

先将$\triangle ABC$沿着$C'C$的垂直平分线翻折,再将所得的三角形沿着$C''C'$的垂直平分线翻折,即可得到$\triangle A'B'C'$;

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了几何变换的类型，在轴对称变换下，对应线段相等，对应直线（段）或者平行，或者交于对称轴，且这两条直线的夹角被对称轴平分．在旋转变换下，对应线段相等，对应直线的夹角等于旋转角．

…………○…………线…………○…………订…………○…………装…………○…………外…………○…………

学校：___________姓名：___________班级：___________考号：___________

…………○…………线…………○…………订…………○…………装…………○…………内…………○…………

## 第 II 卷（非选择题）

请点击修改第 II 卷的文字说明

| 评卷人 | 得分 |
|---|---|
| | |

**二、填空题**

**7．－2 的相反数是_______；$\frac{1}{2}$ 的倒数是__________．**

**【答案】**2　　2

**【解析】**

【分析】

根据只有符号不同的两个数互为相反数，乘积为 1 的两个数互为倒数，可得答案．

【详解】

解：$-2$ 的相反数是 2；$\frac{1}{2}$ 的倒数是 2，

故答案为：2，2．

【点睛】

本题考查了相反数和倒数，分子分母交换位置是求一个数的倒数的关键．

**8．计算 $\frac{14}{\sqrt{7}}-\sqrt{28}$ 的结果是_____________．**

**【答案】**0

**【解析】**

【分析】

先分母有理化，然后把二次根式化为最简二次根式后合并即可．

【详解】

解：原式＝$2\sqrt{7}-2\sqrt{7}$＝0．

故答案为 0．

【点睛】

本题考查了二次根式的混合运算：先把二次根式化为最简二次根式，然后进行二次根式的乘除运算，再合并即可．在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍．

**9．分解因式 $(a-b)^2+4ab$ 的结果是_____________．**

**【答案】**$(a+b)^2$

**【解析】**

【分析】

直接利用多项式乘法去括号，进而合并同类项，再利用公式法分解因式得出答案.

【详解】

解：$(a-b)^2+4ab=a^2-2ab+b^2+4ab=a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$.

故答案为：$(a+b)^2$.

【点睛】

此题主要考查了运用公式法分解因式，正确应用公式是解题关键.

**10．已知 x=$2+\sqrt{3}$ 是关于 x 的方程 $x^2-4x+m=0$ 的一个根，则 m＝____________.**

**【答案】**1

**【解析】**

【分析】

把 x＝$2+\sqrt{3}$ 代入方程得到关于 m 的方程，然后解关于 m 的方程即可.

【详解】

解：把 x＝$2+\sqrt{3}$ 代入方程得 $(2+\sqrt{3})^2-4(2+\sqrt{3})+m=0$，

解得 m＝1.

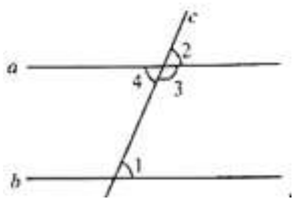
故答案为 1.

【点睛】

本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解.

**11．结合下图，用符号语言表达定理“同旁内角互补，两直线平行”的推理形式：**

**∵____________，∴a∥b.**




**【答案】**$\angle 1+\angle 3=180^{\circ}$

**【解析】**

【分析】

两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行.

【详解】

解：∵∠1＋∠3＝180°,

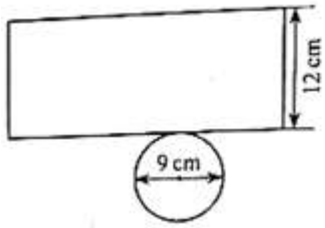
∴a∥b（同旁内角互补，两直线平）.

故答案为：∠1＋∠3＝180°.

【点睛】

本题主要考查了平行的判定，两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行.

**12．无盖圆柱形杯子的展开图如图所示．将一根长为 20cm 的细木筷斜放在该杯子内，木筷露在杯子外面的部分至少有__________cm．**




【答案】5

【解析】

【分析】

根据题意直接利用勾股定理得出杯子内的筷子长度，进而得出答案.

【详解】

解：由题意可得：

杯子内的筷子长度为：$\sqrt{12^2+9^2}$ ＝15，

则木筷露在杯子外面的部分至少有：20−15＝5（cm）.

故答案为：5.

【点睛】

此题主要考查了勾股定理的应用，正确得出杯子内筷子的长是解决问题的关键.

**13．为了了解某区初中学生的视力情况，随机抽取了该区 500 名初中学生进行调查．整理样本数据，得到下表：**

| 视力 | 4. 7 以下 | 4. 7 | 4. 8 | 4. 9 | 4. 9 以上 |
|---|---|---|---|---|---|
| 人数 | 102 | 98 | 80 | 93 | 127 |

**根据抽样调查结果，估计该区 12000 名初中学生视力不低于 4. 8 的人数是__________．**

【答案】7200

【解析】

【分析】

用总人数乘以样本中视力不低于4.8的人数占被调查人数的比例即可得.

【详解】

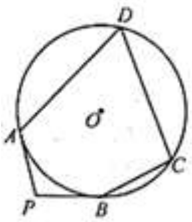
解：估计该区12000名初中学生视力不低于4.8的人数是$12000\times\dfrac{80+93+127}{500}=7200$（人），

故答案为：7200.

【点睛】

本题主要考查用样本估计总体，用样本的数字特征估计总体的数字特征（主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差）．一般来说，用样本去估计总体时，样本越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确.

**14．如图，PA、PB是⊙$O$的切线，A、B为切点，点C、D在⊙O上．若∠P＝102°，则∠A＋∠C＝________°．**




【答案】219

【解析】

【分析】

连接AB，根据切线的性质得到PA＝PB，根据等腰三角形的性质得到∠PAB＝∠PBA＝$\frac{1}{2}$（180°−102°）＝39°，由圆内接四边形的性质得到∠DAB＋∠C＝180°，于是得到结论.

【详解】

解：连接AB，

∵PA、PB是⊙O的切线，

∴PA＝PB，

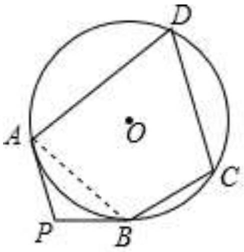
∵∠P＝102°，

∴∠PAB＝∠PBA＝$\frac{1}{2}$（180°−102°）＝39°，

∵∠DAB＋∠C＝180°，

∴∠PAD＋∠C＝∠PAB＋∠DAB＋∠C＝180°+39°=219°，

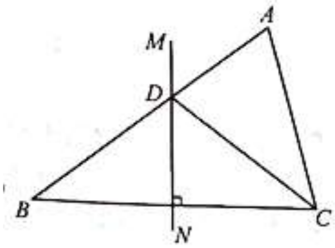
故答案为：219°.




【点睛】

本题考查了切线的性质，圆内接四边形的性质，等腰三角形的性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

**15．如图，在△ABC 中，BC 的垂直平分线 MN 交 AB 于点 D，CD 平分∠ACB．若 AD＝2，BD＝3，则 AC 的长为_____．**




**【答案】**$\sqrt{10}$

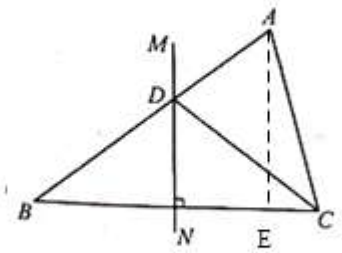
**【解析】**

【分析】

作 AM⊥BC 于 E，由角平分线的性质得出 $\frac{AC}{BC}=\frac{AD}{BD}=\frac{2}{3}$，设 AC＝2x，则 BC＝3x，由线段垂直平分线得出 MN⊥BC，BN＝CN＝$\frac{3}{2}$x，得出 MN∥AE，得出 $\frac{EN}{BN}=\frac{AD}{BD}=\frac{2}{3}$，NE＝x，BE＝BN＋EN＝$\frac{5}{2}$x，CE＝CN−EN＝$\frac{1}{2}$x，再由勾股定理得出方程，解方程即可得出结果.

【详解】

解：作 AM⊥BC 于 E，如图所示：




∵CD 平分∠ACB，

∴$\frac{AC}{BC}=\frac{AD}{BD}=\frac{2}{3}$，

设 AC＝2x，则 BC＝3x，

∵MN 是 BC 的垂直平分线，

∴MN⊥BC，BN＝CN＝$\frac{3}{2}$x，

∴MN∥AE，

∴ $\frac{EN}{BN}=\frac{AD}{BD}=\frac{2}{3}$，

∴NE＝x，

∴BE＝BN＋EN＝$\frac{5}{2}$x，CE＝CN−EN＝$\frac{1}{2}$x，

由勾股定理得：$AE^2$＝$AB^2$−$BE^2$＝$AC^2$−$CE^2$，

即 $5^2$−（$\frac{5}{2}$x）$^2$＝（2x）$^2$−（$\frac{1}{2}$x）$^2$，

解得：x＝$\frac{\sqrt{10}}{2}$，

∴AC＝2x＝$\sqrt{10}$；

故答案为：$\sqrt{10}$．

【点睛】

本题考查了线段垂直平分线的性质、角平分线的性质、平行线分线段成比例定理、勾股定理等知识；熟练掌握线段垂直平分线的性质和角平分线的性质，由勾股定理得出方程是解题的关键．

**16．在△ABC 中，AB＝4，∠C＝60°，∠A＞∠B，则 BC 的长的取值范围是_______．**

**【答案】**$4<BC\leq\frac{8}{3}\sqrt{3}$

**【解析】**

【分析】

作△ABC 的外接圆，求出当∠BAC＝90°时，BC 是直径最长＝$\frac{8\sqrt{3}}{3}$；当∠BAC＝∠ABC 时，△ABC 是等边三角形，BC＝AC＝AB＝4，而∠BAC＞∠ABC，即可得出答案．

【详解】

解：作△ABC 的外接圆，如图所示：

∵∠BAC＞∠ABC，AB＝4，

当∠BAC＝90°时，BC 是直径最长，

∵∠C＝60°,

∴∠ABC＝30°,

∴BC＝2AC，AB＝$\sqrt{3}$AC＝4,

∴AC＝$\frac{4\sqrt{3}}{3}$,

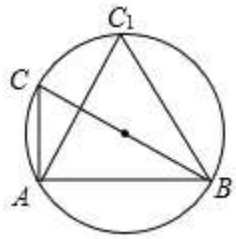
∴BC＝$\frac{8\sqrt{3}}{3}$；

当∠BAC＝∠ABC时，△ABC是等边三角形，BC＝AC＝AB＝4,

∵∠BAC＞∠ABC,

∴BC长的取值范围是4＜BC≤$\frac{8\sqrt{3}}{3}$；

故答案为：4＜BC≤$\frac{8\sqrt{3}}{3}$.




【点睛】

本题考查了三角形的三边关系、直角三角形的性质、等边三角形的性质；作出△ABC的外接圆进行推理计算是解题的关键.

| 评卷人 | 得分 |
| --- | --- |
| | |

**三、解答题**

**17．计算**$(x+y)(x^2-xy+y^2)$**.**

**【答案】**$x^3+y^3$

**【解析】**

【分析】

根据多项式乘以多项式的法则，可表示为（a＋b）（m＋n）＝am＋an＋bm＋bn，计算即可.

【详解】

解：$\left(x+y\right)\left(x^2-xy+y^2\right)$

$=x^3-x^2y+xy^2+x^2y-xy^2+y^3$

$=x^3+y^3$.

【点睛】

本题主要考查多项式乘以多项式的法则．注意不要漏项，漏字母，有同类项的合并同类项．

**18．解方程$\dfrac{x}{x-1}-1=\dfrac{3}{x^2-1}$．**

**【答案】**$x=2$

**【解析】**

【分析】

方程两边都乘以最简公分母（x+1）（x−1）化为整式方程，然后解方程即可，最后进行检验．

【详解】

解：方程两边乘$(x-1)(x+1)$，得$x(x+1)-(x-1)(x+1)=3$．

解得$x=2$．

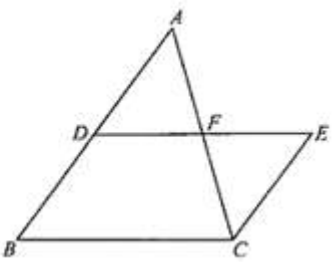
检验：当$x=2$时，$(x-1)(x+1)\neq 0$．

所以，原分式方程的解为$x=2$．

【点睛】

本题考查了分式方程的求解，（1）解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解．（2）解分式方程一定注意要验根．

**19．如图，D是△ABC的边AB的中点，DE∥BC，CE∥AB，AC与DE相交于点F．求证△ADF≌△CEF．**




**【答案】**见解析．

**【解析】**

【分析】

依据四边形DBCE是平行四边形，即可得出BD＝CE，依据$CE\parallel AB$，即可得出∠A

＝∠ECF，∠ADF＝∠E，即可判定△ADF≌△CEF.

【详解】

解：证明：∵ $DE//BC$，$CE//AB$，

∴四边形 $DBCE$ 是平行四边形.

∴ $BD=CE$ .

∵ $D$ 是 $AB$ 的中点，

∴ $AD=DB$ .

∴ $AD=CE$ .

∵ $CE/\!/AB$ ,

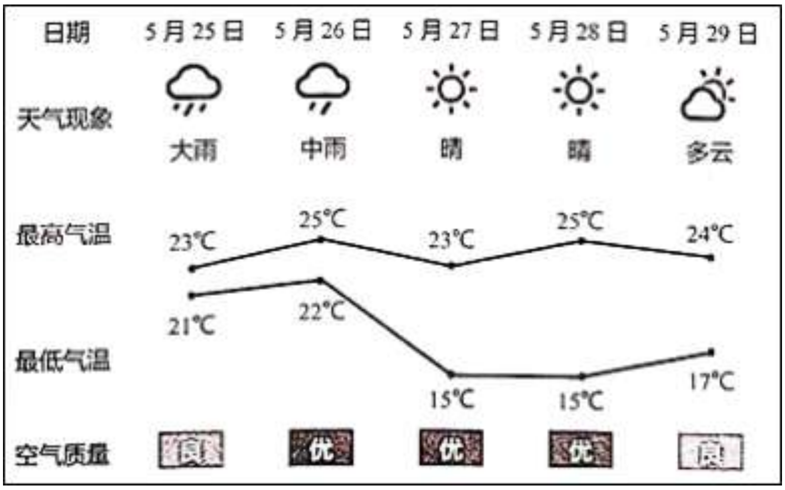
∴ $\angle A=\angle ECF$，$\angle ADF=\angle E$ .

∴ $\triangle ADF\cong\triangle CEF$ .

【点睛】

本题主要考查了平行四边形的判定与性质以及全等三角形的判定，两角及其夹边分别对应相等的两个三角形全等.

**20．如图是某市连续 5 天的天气情况.**




**（1）利用方差判断该市这 5 天的日最高气温波动大还是日最低气温波动大；**

**（2）根据如图提供的信息，请再写出两个不同类型的结论.**

**【答案】**（1）这 5 天的日最低气温的波动较大；（2）①25 日、26 日、27 日、28 日、29 日的天气现象依次是大雨、中雨、晴、晴、多云，日温差依次是 $2^{\circ}C$、$3^{\circ}C$、$8^{\circ}C$、$10^{\circ}C$、$7^{\circ}C$，可以看出雨天的日温差较小. ②25 日、26 日、27 日的天气现象依次是大雨、中雨、晴，空气质量依次是良、优、优，说明下雨后空气质量改善了.

【解析】

【分析】

（1）方差：一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数，叫做这组数据的方差；

（2）用“先平均，再求差，然后平方，最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况，这个结果叫方差，通常用 $s^2$ 来表示，计算公式是：

$s^2=\frac{1}{n}\left[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2\right]$（可简单记忆为“方差等于差方的平均数”）.

【详解】

解：（1）这 5 天的日最高气温和日最低气温的平均数分别是

$\overline{x}_{高}=\frac{23+25+23+25+24}{5}=24$，$\overline{x}_{低}=\frac{21+22+15+15+17}{5}=18$.

方差分别是

$$s_{高}^2=\frac{(23-24)^2+(25-24)^2+(23-24)^2+(25-24)^2+(24-24)^2}{5}=0.8,$$

$$s_{低}^2=\frac{(21-18)^2+(22-18)^2+(15-18)^2+(15-18)^2+(17-18)^2}{5}=8.8.$$

由 $s_{高}^2<s_{低}^2$ 可知，这 5 天的日最低气温的波动较大.

（2）本题答案不唯一，例如，①25 日、26 日、27 日、28 日、29 日的天气现象依次是大雨、中雨、晴、晴、多云，日温差依次是 $2^{\circ}C$、$3^{\circ}C$、$8^{\circ}C$、$10^{\circ}C$、$7^{\circ}C$，可以看出雨天的日温差较小.②25 日、26 日、27 日的天气现象依次是大雨、中雨、晴，空气质量依次是良、优、优，说明下雨后空气质量改善了.

【点睛】

本题考查了方差，正确理解方差的意义是解题的关键．方差是反映一组数据的波动大小的一个量．方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好.

**21. 某校计划在暑假第二周的星期一至星期四开展社会实践活动，要求每位学生选择两天参加活动.**

**（1）甲同学随机选择两天，其中有一天是星期二的概率是多少？**

**（2）乙同学随机选择连续的两天，其中有一天是星期二的概率是.**

**【答案】**（1）$\frac{1}{2}$；（2）$\frac{2}{3}$.

**【解析】**

【分析】

（1）由树状图得出共有 12 个等可能的结果，其中有一天是星期二的结果有 6 个，由概

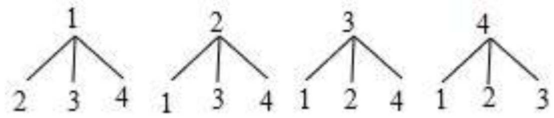
率公式即可得出结果；

（2）乙同学随机选择连续的两天，共有 3 个等可能的结果，即（星期一，星期二），（星期二，星期三），（星期三，星期四）；其中有一天是星期二的结果有 2 个，由概率公式即可得出结果.

【详解】

解：（1）画树状图如图所示：共有 12 个等可能的结果，其中有一天是星期二的结果有 6 个，

∴甲同学随机选择两天，其中有一天是星期二的概率为$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$；




（2）乙同学随机选择连续的两天，共有 3 个等可能的结果，即（星期一，星期二），（星期二，星期三），（星期三，星期四）；

其中有一天是星期二的结果有 2 个，即（星期一，星期二），（星期二，星期三），

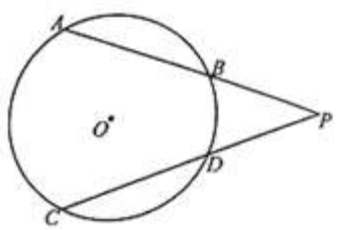
∴乙同学随机选择连续的两天，其中有一天是星期二的概率是：$\frac{2}{3}$；

故答案为：$\frac{2}{3}$.

【点睛】

本题考查了列表法与树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率.

**22．如图，⊙O 的弦 AB、CD 的延长线相交于点 P，且 AB＝CD．求证 PA＝PC．**




**【答案】**见解析.

**【解析】**

【分析】

连接 AC，由圆心角、弧、弦的关系得出 $AB=CD$，进而得出 $AD=CB$，根据等弧所对的圆周角相等得出∠C＝∠A，根据等角对等边证得结论.

【详解】

解：如图，连接 $AC$ .

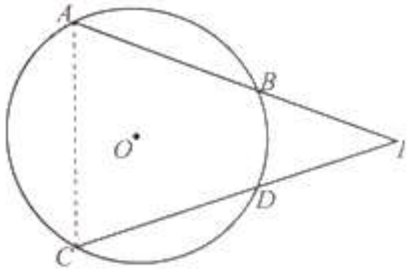
∵ $AB = CD$，

∴ $AB = CD$·

∴ $AB + BD = CD + DB$，即 $AD = CB$·

∴ $\angle C = \angle A$．

∴ $PA = PC$．




【点睛】

本题考查了圆心角、弧、弦的关系，圆周角定理，等腰三角形的判定等，熟练掌握性质定理是解题的关键.

**23．已知一次函数 $y_1 = kx + 2$（k 为常数，k≠0）和 $y_2 = x - 3$．**

**（1）当 k＝－2 时，若 $y_1 > y_2$，求 x 的取值范围；**

**（2）当 x＜1 时，$y_1 > y_2$．结合图像，直接写出 k 的取值范围.**

**【答案】**（1）$x < \frac{5}{3}$；（2）$-4 \leq k \leq 1$ 且 $k \neq 0$．

**【解析】**

【分析】

（1）解不等式−2x＋2＞x−3 即可；

（2）先计算出 x＝1 对应的 $y_2$ 的函数值，然后根据 x＜1 时，一次函数 $y_1$＝kx＋2（k 为常数，k≠0）的图象在直线 $y_2$＝x−3 的上方确定 k 的范围.

【详解】

解：（1）当 $k = -2$ 时，$y_1 = -2x + 2$．

根据题意，得 $-2x + 2 > x - 3$．

解得 $x < \frac{5}{3}$．

（2）当 x＝1 时，y＝x−3＝−2，

把（1，−2）代入 $y_1$＝kx＋2 得 k＋2＝−2，解得 k＝−4，

当−4≤k＜0 时，$y_1$＞$y_2$；

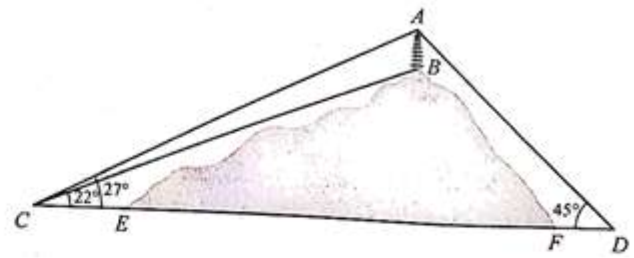
当 0＜k≤1 时，$y_1$＞$y_2$.

∴k的取值范围是：$-4\leqslant k\leqslant 1$且$k\neq 0$.

【点睛】

本题考查了一次函数与一元一次不等式：从函数的角度看，就是寻求使一次函数 y＝kx＋b 的值大于（或小于）0 的自变量 x 的取值范围；从函数图象的角度看，就是确定直线 y＝kx＋b 在 x 轴上（或下）方部分所有的点的横坐标所构成的集合.

**24. 如图，山顶有一塔 AB，塔高 33m. 计划在塔的正下方沿直线 CD 开通穿山隧道 EF. 从与 E 点相距 80m 的 C 处测得 A、B 的仰角分别为 27°、22°，从与 F 点相距 50m 的 D 处测得 A 的仰角为 45°. 求隧道 EF 的长度.（参考数据：tan22°≈0. 40，tan27°≈0. 51）**




**【答案】**隧道$EF$的长度约为323m.

**【解析】**

【分析】

延长 AB 交 CD 于 H，利用正切的定义用 CH 表示出 AH、BH，根据题意列式求出 CH，计算即可.

【详解】

解：如图，延长$AB$交$CD$于点$H$，则$AH\perp CD$.

在$Rt\triangle ACH$中，$\angle ACH=27^{\circ}$，

$\because \tan 27^{\circ}=\dfrac{AH}{CH}$.

$\therefore AH=CH\cdot\tan 27^{\circ}$.

在$Rt\triangle BCH$中，$\angle BCH=22^{\circ}$，

$\because \tan 22^{\circ}=\dfrac{BH}{CH}$，

$\therefore BH=CH\cdot\tan 22^{\circ}$.

$\because AB=AH-BH$，

$\therefore CH\cdot\tan 27^{\circ}-CH\cdot\tan 22^{\circ}=33$.

$\therefore CH\approx 300$.

$\therefore AH=CH\cdot\tan 27^{\circ}\approx 153$.

在 $Rt\triangle ADH$ 中，$\angle D=45^{\circ}$，

$\because \tan 45^{\circ}=\dfrac{AH}{HD}$，

$\therefore HD=AH=153$．

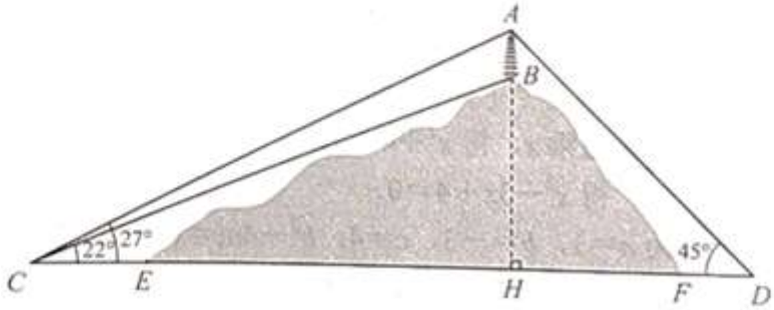
$\therefore EF=CD-CE-FD$

$=CH+HD-CE-FD$

$=300+153-80-50$

$=323$．

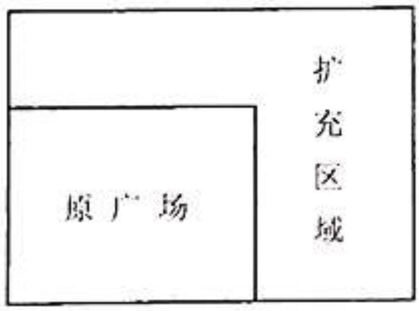
因此，隧道 $EF$ 的长度约为$323\text{m}$．




【点睛】

本题考查的是解直角三角形的应用−仰角俯角问题，掌握仰角俯角的概念、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键．

**25．某地计划对矩形广场进行扩建改造．如图，原广场长 50m，宽 40m，要求扩充后的矩形广场长与宽的比为 3：2．扩充区域的扩建费用每平方米 30 元，扩建后在原广场和扩充区域都铺设地砖，铺设地砖费用每平方米 100 元．如果计划总费用 642000 元，扩充后广场的长和宽应分别是多少米？**




**【答案】**扩充后广场的长和宽应分别为$90\text{m}$ 和$60\text{m}$．

**【解析】**

【分析】

设扩充后广场的长为 3xm，宽为 2xm，根据矩形的面积公式和总价＝单价×数量列出方程并解答．

【详解】

解：设扩充后广场的长为$3x$ m，宽为$2x$ m．

根据题意，得$3x\cdot 2x\cdot 100+30\left(3x\cdot 2x-50\times 40\right)=642000$．

解得$x_1=30$，$x_2=-30$（不合题意，舍去）．

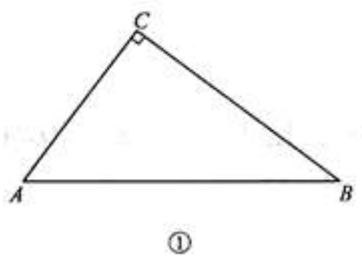
所以$3x=90$，$2x=60$．

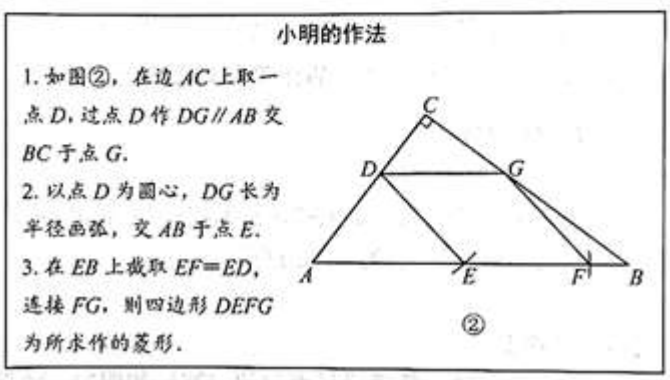
答：扩充后广场的长和宽应分别为90m 和60m．

【点睛】

本题考查了列一元二次方程解决实际问题，以及总价＝单价×数量的运用，解答时找准题目中的数量关系是关键.

**26．如图①，在$Rt\triangle ABC$中，∠C＝90°，AC＝3，BC＝4．求作菱形DEFG，使点D在边AC上，点E、F在边AB上，点G在边BC上．**




**（1）证明小明所作的四边形DEFG是菱形；**

**（2）小明进一步探索，发现可作出的菱形的个数随着点D的位置变化而变化……请你继续探索，直接写出菱形的个数及对应的CD的长的取值范围．**

**【答案】**（1）见解析；（2）菱形的个数为2，$\frac{36}{37}<CD\leq\frac{9}{8}$．

**【解析】**

【分析】

（1）根据邻边相等的四边形是菱形证明即可.

（2）求出几种特殊位置的CD的值判断即可.

【详解】

解：（1）证明：∵$DG=DE$，$DE=EF$，

∴$DG=EF$．

又$DG\parallel EF$，

∴四边形$DEFG$是平行四边形.

又$DE=EF$，

∴▱$DEFG$ 是菱形.

（2）如图 1 中，当四边形 DEFG 是正方形时，设正方形的边长为 x.

在 Rt△ABC 中，∵∠C＝90°，AC＝3，BC＝4，

∴AB＝$\sqrt{3^2+4^2}=5$，

则 CD＝$\frac{3}{5}$x，AD＝$\frac{5}{4}$x，

∵AD＋CD＝AC，

∴$\frac{3}{5}x+\frac{5}{4}x=3$，

∴x＝$\frac{60}{37}$，

∴CD＝$\frac{3}{5}x=\frac{36}{37}$，

观察图象可知：0≤CD＜$\frac{36}{37}$时，菱形的个数为 0.

如图 2 中，当四边形 DAEG 是菱形时，设菱形的边长为 m.

∵DG∥AB，

∴$\frac{CD}{CA}=\frac{DG}{AB}$，，

∴$\frac{3-m}{3}=\frac{m}{5}$，

解得 m＝$\frac{15}{8}$，

∴CD＝$3-\frac{15}{8}=\frac{9}{8}$，

如图 3 中，当四边形 DEBG 是菱形时，设菱形的边长为 n.

∵DG∥AB，

∴$\frac{CG}{CB}=\frac{DG}{AB}$，

∴$\frac{4-n}{4}=\frac{n}{5}$，

∴n＝$\frac{20}{9}$，

∴CG＝$4-\frac{20}{9}=\frac{16}{9}$，

∴CD＝$\sqrt{\left(\frac{20}{9}\right)^2-\left(\frac{16}{9}\right)^2}=\frac{4}{3}$，

观察图象可知：

当 $0\leqslant CD<\frac{36}{37}$ 或 $<\frac{4}{3}<CD\leqslant 3$ 时，菱形的个数为 0；

当$CD=\frac{36}{37}$或$\frac{9}{8}<CD\le\frac{4}{3}$时，菱形的个数为 1；

当$\frac{36}{37}<CD\le\frac{9}{8}$时，菱形的个数为 2.

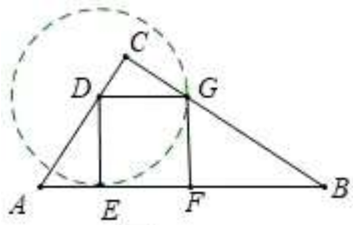



图1

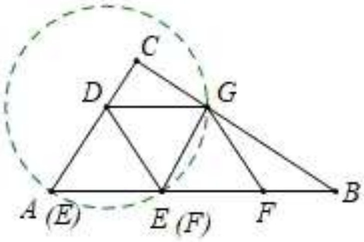



图2

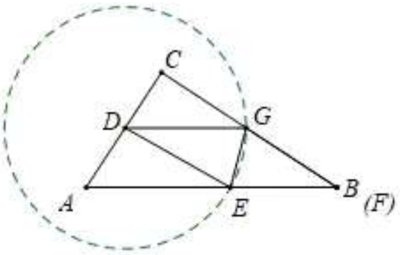



图3

【点睛】

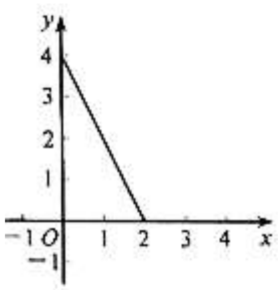
本题考查相似三角形的判定和性质，菱形的判定和性质，作图−复杂作图等知识，解题的关键是学会寻找特殊位置解决问题，属于中考常考题型，题目有一定难度.

**27.（概念认知）：**

**城市的许多街道是相互垂直或平行的，因此，往往不能沿直线行走到达目的地，只能按直角拐弯的方式行走. 可以按照街道的垂直和平行方向建立平面直角坐标系 xOy，对两点 A（$x_1$，$y_1$）和 B（$x_2$，$y_2$），用以下方式定义两点间距离：d（A，B）＝$|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$ .**

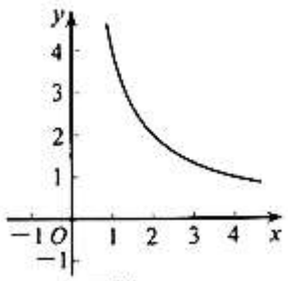
**（数学理解）：**

**（1）①已知点 A（－2，1），则 d（O，A）＝_____________；②函数 $y=-2x+4$（0≤x≤2）的图像如图①所示，B 是图像上一点，d（O，B）＝3，则点 B 的坐标是______.**



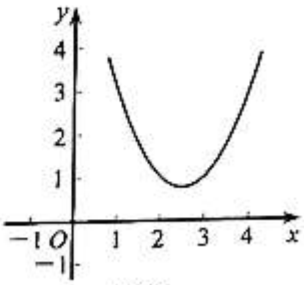

图①

**（2）函数 $y=\frac{4}{x}$（x＞0）的图像如图②所示，求证：该函数的图像上不存在点 C，使 d（O，C）＝3.**




图②

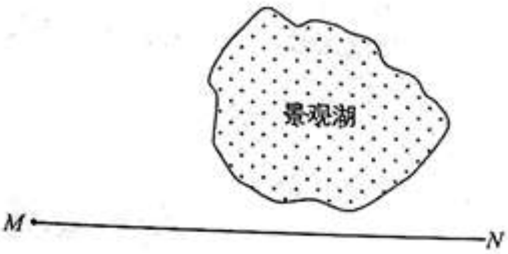
**（3）函数 $y=x^2-5x+7$（x≥0）的图像如图③所示，D 是图像上一点，求 d（O，D）的最小值及对应的点 D 的坐标.**




图③

**（问题解决）：**

**（4）某市要修建一条通往景观湖的道路，如图④，道路以 M 为起点，先沿 MN 方向到某处，再在该处拐一次直角弯沿直线到湖边，如何修建能使道路最短？（要求：建立适当的平面直角坐标系，画出示意图并简要说明理由）**




④

**【答案】**（1）**【数学理解】**：① 3， ②（1，2）；（2）见解析；（3）$d\left(O，D\right)$ 有最小值 3，此时点 $D$ 的坐标是（2，1）；**【问题解决】**：（4）先沿 $MN$ 方向修建到 $H$ 处，再沿 $HE$ 方向修建到 $E$ 处，见解析.

**【解析】**

**【分析】**

（1）①根据定义可求出 d（O，A）=|0+2|+|0−1|=2+1=3；②由两点间距离：d（A，B）=$|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$及点 B 是函数 y=−2x+4 的图象上的一点，可得出方程组，解方程组即可求出点 B 的坐标；

（2）由条件知 x＞0，根据题意得 $x+\dfrac{4}{x}=3$，整理得 $x^2-3x+4=0$，由△＜0 可证得该函数的图象上不存在点 C，使 d（O，C）＝3.

（3）根据条件可得 $|x|+|x^2-5x+7|$，去绝对值后由二次函数的性质可求出最小值；

（4）以 M 为原点，MN 所在的直线为 x 轴建立平面直角坐标系 xOy，将函数 y＝−x 的图象沿 y 轴正方向平移，直到与景观湖边界所在曲线有交点时停止，设交点为 E，过点 E 作 EH⊥MN，垂足为 H，修建方案是：先沿 MN 方向修建到 H 处，再沿 HE 方向修建到 E 处，可由 d（O，P）≥d（O，E）证明结论即可.

【详解】

解：（1）①由题意得：d（O，A）＝|0＋2|＋|0−1|＝2＋1＝3;

②设 B（x，y），由定义两点间的距离可得：|0−x|＋|0−y|＝3，

∵0≤x≤2，

∴x＋y＝3，

∴$\begin{cases}x+y=3\\ y=-2x+4\end{cases}$，

解得： x＝1，y＝2，

∴B（1，2），

（2）假设函数 $y=\dfrac{4}{x}\left(x>0\right)$ 的图像上存在点 $C\left(x，y\right)$，使 $d\left(O，C\right)=3$.

根据题意，得 $\left|x-0\right|+\left|\dfrac{4}{x}-0\right|=3$.

因为 $x>0$，所以 $\dfrac{4}{x}>0$，$\left|x-0\right|+\left|\dfrac{4}{x}-0\right|=x+\dfrac{4}{x}$.

所以 $x+\dfrac{4}{x}=3$.

方程两边乘 $x$，得 $x^2+4=3x$.

整理，得 $x^2-3x+4=0$.

因为 $a=1$，$b=-3$，$c=4$，$b^2-4ac=\left(-3\right)^2-4\times1\times4=-7<0$，

所以方程 $x^2-3x+4=0$ 无实数根.

所以函数 $y=\dfrac{4}{x}\left(x>0\right)$ 的图像上不存在点 $C$，使 $d\left(O，C\right)=3$.

（3）设 $D\left(x，y\right)$.

根据题意，得 $d\left(O，D\right)=\left|x-0\right|+\left|x^2-5x+7-0\right|=\left|x\right|+\left|x^2-5x+7\right|$.

因为 $x^2-5x+7=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$，又 $x \geq 0$，

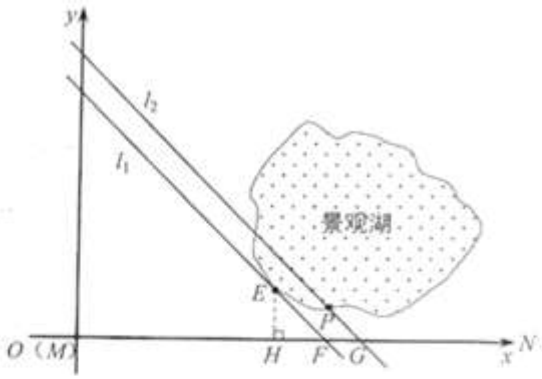
所以 $d(O，D)=|x|+\left|x^2-5x+7\right|=x+x^2-5x+7=x^2-4x+7=(x-2)^2+3$.

所以当 $x=2$ 时，$d(O，D)$ 有最小值 3，此时点 $D$ 的坐标是 $(2,1)$.

（4）如图，以 $M$ 为原点，$MN$ 所在直线为 $x$ 轴建立平面直角坐标系 $xOy$.将函数 $y=-x$ 的图像沿 $y$ 轴正方向平移.直到与景观湖边界所在曲线有交点时停止.设交点为 $E$，过点 $E$ 作 $EH \perp MN$，垂足为 $H$.修建方案是:先沿 $MN$ 方向修建到 $H$ 处,再沿 $HE$ 方向修建到 $E$ 处.

理由：设过点 $E$ 的直线 $l_1$ 与 $x$ 轴相交于点 $F$.在景观湖边界所在曲线上任取一点 $P$，过点 $P$ 作直线 $l_2 // l_1$，$l_2$ 与 $x$ 轴相交于点 $G$.因为 $\angle EFH=45^{\circ}$，所以

$EH=HF$，$d(O，E)=OH+EH=OF$.同理 $d(O，P)=OG$.因为 $OG \geq OF$，所以 $d(O，P) \geq d(O，E)$.因此，上述方案修建的道路最短.




【点睛】

本题考查了二次函数的综合应用，涉及的知识点有新定义，解方程（组），二次函数的性质，一次函数与反比例函数等，涉及知识点较多，较为复杂，熟练掌握相关知识是解题关键.