

## 2017 年广西桂林市中考真题数学

一、选择题(本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分)

1. 2017 的绝对值是( )

- A. 2017
- B. -2017
- C. 0
- D.  $\frac{1}{2017}$

解析：根据正数的绝对值是它本身，可知 $|2017|=2017$ .

答案：A.

2. 4 的算术平方根是( )

- A. 4
- B. 2
- C. -2
- D.  $\pm 2$

解析：根据算术平方根的定义可知 4 的算术平方根是 $\sqrt{4}=2$ .

答案：B.

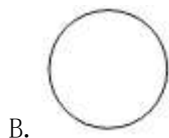
3. 一组数据 2, 3, 5, 7, 8 的平均数是( )

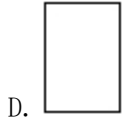
- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

解析：根据平均数的定义计算：数据 2, 3, 5, 7, 8 的平均数为： $\frac{2+3+5+7+8}{5}=5$ .

答案：D.

4. 如图所示的几何体的主视图是( )

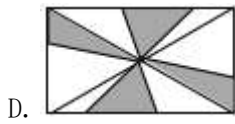
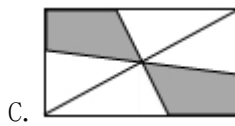
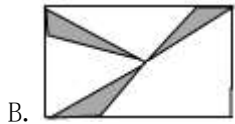
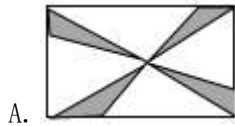




解析：根据圆锥的摆放位置，可知从正面看圆锥所得的图形是三角形，故该圆锥的主视图是三角形。

答案：A.

5. 下列图形中不是中心对称图形的是( )



解析：根据中心对称图形的概念求解.

A、是中心对称图形，故本选项错误；

B、不是中心对称图形，故本选项正确；

C、是中心对称图形，故本选项错误；

D、是中心对称图形，故本选项错误.

答案：B.

6. 用科学记数法表示数 57000000 为( )

A.  $57 \times 10^6$

B.  $5.7 \times 10^6$

C.  $5.7 \times 10^7$

D.  $0.57 \times 10^8$

解析：科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数. 确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时， $n$  是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负数.

用科学记数法表示数 57000000 为  $5.7 \times 10^7$ .

答案：C.

7. 下列计算正确的是( )

A.  $a^3 \div a^3 = a$

B.  $(x^2)^3 = x^5$

C.  $m^2 \cdot m^4 = m^6$

D.  $2a + 4a = 8a$

解析：A、利用同底数幂的除法法则计算得到结果， $a^3 \div a^3 = 1$ ，本选项错误；

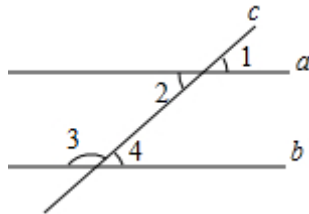
B、利用幂的乘方运算法则计算得到结果， $(x^2)^3 = x^6$ ，本选项错误；

C、利用同底数幂的乘法法则计算得到结果， $m^2 \cdot m^4 = m^6$ ，本选项正确；

D、利用合并同类项的法则计算得到结果， $2a + 4a = 6a$ ，本选项错误.

答案：C.

8. 如图，直线 a, b 被直线 c 所截，下列条件能判断  $a \parallel b$  的是( )



A.  $\angle 1 = \angle 2$

B.  $\angle 1 = \angle 4$

C.  $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$

D.  $\angle 2 = 30^\circ$  ,  $\angle 4 = 35^\circ$

解析：根据同位角相等，两直线平行即可判断.

$\because \angle 1 = \angle 4,$

$\therefore a \parallel b$  (同位角相等两直线平行).

答案：B.

9. 下列命题是真命题的是( )

A. 相等的角是对顶角

B. 若实数 a, b 满足  $a^2 = b^2$ , 则  $a = b$

C. 若实数 a, b 满足  $a < 0, b < 0$ , 则  $ab < 0$

D. 角的平分线上的点到角的两边的距离相等

解析：A、相等的角是对顶角，是假命题，例如，角平分线把角分成的两个角相等，但不是对顶角，故本选项错误；

B、若实数 a, b 满足  $a^2 = b^2$ , 则  $a = b$ , 是假命题，应为  $a = b$  或  $a = -b$ , 故本选项错误；

C、若实数 a, b 满足  $a < 0, b < 0$ , 则  $ab < 0$ , 是假命题，应为  $ab > 0$ , 故本选项错误；

D、角的平分线上的点到角的两边的距离相等是真命题，故本选项正确.

答案：D.

10. 若分式  $\frac{x^2 - 4}{x + 2}$  的值为 0, 则 x 的值为( )

- A. -2
- B. 0
- C. 2
- D.  $\pm 2$

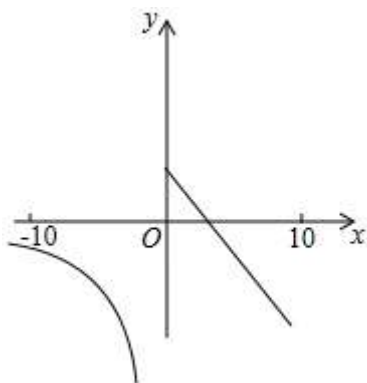
解析：根据分式的值为零的条件即可求出  $x$  的值.

由题意可知： 
$$\begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x + 2 \neq 0 \end{cases},$$

解得：  $x=2$ .

答案： C.

11. 一次函数  $y=-x+1$  ( $0 \leq x \leq 10$ ) 与反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  ( $-10 \leq x < 0$ ) 在同一平面直角坐标系中的图象如图所示，点  $(x_1, y_1)$ ， $(x_2, y_2)$  是图象上两个不同的点，若  $y_1=y_2$ ，则  $x_1+x_2$  的取值范围是 ( )



- A.  $-\frac{89}{10} \leq x \leq 1$
- B.  $-\frac{89}{10} \leq x \leq \frac{89}{9}$
- C.  $-\frac{89}{9} \leq x \leq \frac{89}{10}$
- D.  $1 \leq x \leq \frac{89}{10}$

解析：当  $x=-10$  时，  $y = \frac{1}{x} = -\frac{1}{10}$ ；

当  $x=10$  时，  $y=-x+1=-9$ ，

$$\therefore -9 \leq y_1 = y_2 \leq -\frac{1}{10}.$$

设  $x_1 < x_2$ ，则  $y_2 = -x_2 + 1$ 、  $y_1 = \frac{1}{x_1}$ ，

$$\therefore x_2 = 1 - y_2, \quad x_1 = \frac{1}{y_1},$$

$$\therefore x_1 + x_2 = 1 - y_2 + \frac{1}{y_1}.$$

$$\text{设 } x = 1 - y + \frac{1}{y} \quad (-9 \leq y \leq -\frac{1}{10}), \quad -9 \leq y_m < y_n \leq -\frac{1}{10},$$

$$\text{则 } x_n - x_m = y_m - y_n + \frac{1}{y_n} - \frac{1}{y_m} = (y_m - y_n) \left( 1 + \frac{1}{y_m y_n} \right) < 0,$$

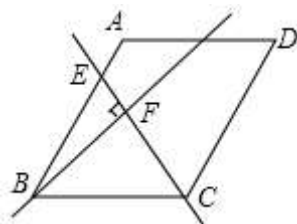
$\therefore x = 1 - y + \frac{1}{y}$  中  $x$  值随  $y$  值的增大而减小,

$$\therefore 1 - \left( -\frac{1}{10} \right) - 10 = -\frac{89}{10} \leq x \leq 1 - (-9) - 19 = \frac{89}{9},$$

$$\text{即 } -\frac{89}{10} \leq x \leq \frac{89}{9}.$$

答案: B.

12. 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $AB = 4$ , 点  $E$  是  $AB$  边上的动点, 过点  $B$  作直线  $CE$  的垂线, 垂足为  $F$ , 当点  $E$  从点  $A$  运动到点  $B$  时, 点  $F$  的运动路径长为 ( )



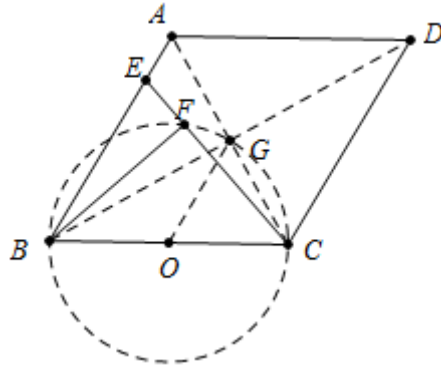
A.  $\sqrt{3}$

B.  $2\sqrt{3}$

C.  $\frac{2}{3}\pi$

D.  $\frac{4}{3}\pi$

解析: 如图, 连接  $AC$ 、 $BD$  交于点  $G$ , 连接  $OG$ .



$\because BF \perp CE$ ,  
 $\therefore \angle BFC = 90^\circ$ ,  
 $\therefore$  点 F 的运动轨迹在以 BC 边长为直径的  $\odot O$  上,

当点 E 从点 A 运动到点 B 时, 点 F 的运动路径长为  $\overset{\frown}{BG}$ ,

$\because$  四边形 ABCD 是菱形,  
 $\therefore AB = BC = CD = AD = 4$ ,  
 $\because \angle ABC = 60^\circ$ ,  
 $\therefore \angle BCG = 60^\circ$ ,  
 $\therefore \angle BOG = 120^\circ$ ,  
 $\therefore \overset{\frown}{BG}$  的长为  $\frac{120 \times \pi \times 2}{180} = \frac{4}{3}\pi$ .

答案: D.

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

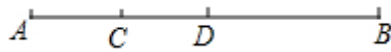
13. 分解因式:  $x^2 - x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

解析: 首先提取公因式  $x$ , 进而分解因式得出答案.

$$x^2 - x = x(x - 1).$$

答案:  $x(x - 1)$ .

14. 如图, 点 D 是线段 AB 的中点, 点 C 是线段 AD 的中点, 若  $CD = 1$ , 则  $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ .



解析:  $\because$  点 C 是线段 AD 的中点, 若  $CD = 1$ ,

$$\therefore AD = 1 \times 2 = 2,$$

$\because$  点 D 是线段 AB 的中点,

$$\therefore AB = 2 \times 2 = 4.$$

答案: 4.

15. 分式  $\frac{1}{2a^2b}$  与  $\frac{1}{ab^2}$  的最简公分母是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

解析: 确定最简公分母的方法是:

(1) 取各分母系数的最小公倍数;

(2) 凡单独出现的字母连同它的指数作为最简公分母的一个因式;

(3) 同底数幂取次数最高的，得到的因式的积就是最简公分母.

$\frac{1}{2a^2b}$  与  $\frac{1}{ab^2}$  的分母分别是  $2a^2b$ 、 $ab^2$ ，故最简公分母是  $2a^2b^2$ .

答案： $2a^2b^2$ .

16. 一个不透明的口袋中有 6 个完全相同的小球，把它们分别标号为 1, 2, 3, 4, 5, 6，从中随机摸取一个小球，取出的小球标号恰好是偶数的概率是\_\_\_\_\_.

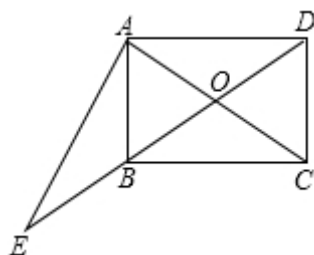
解析： $\because$  共有 6 个完全相同的小球，其中偶数有 2, 4, 6，共 3 个，

$\therefore$  从中随机摸取一个小球，取出的小球标号恰好是偶数的概率是  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ .

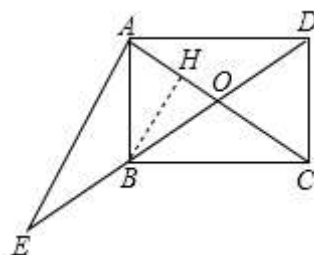
答案： $\frac{1}{2}$ .

17. 如图，在矩形 ABCD 中，对角线 AC, BD 交于点 O，过点 A 作  $EA \perp CA$  交 DB 的延长线于点 E，

若  $AB=3$ ,  $BC=4$ ，则  $\frac{AO}{AE}$  的值为\_\_\_\_\_.



解析：作  $BH \perp OA$  于 H，如图，



$\because$  四边形 ABCD 为矩形，

$\therefore OA=OC=OB$ ,  $\angle ABC=90^\circ$  ,

在  $Rt\triangle ABC$  中， $AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$  ,

$\therefore AO=OB = \frac{5}{2}$  ,

$\because \frac{1}{2} BH \cdot AC = \frac{1}{2} AB \cdot BC$  ,

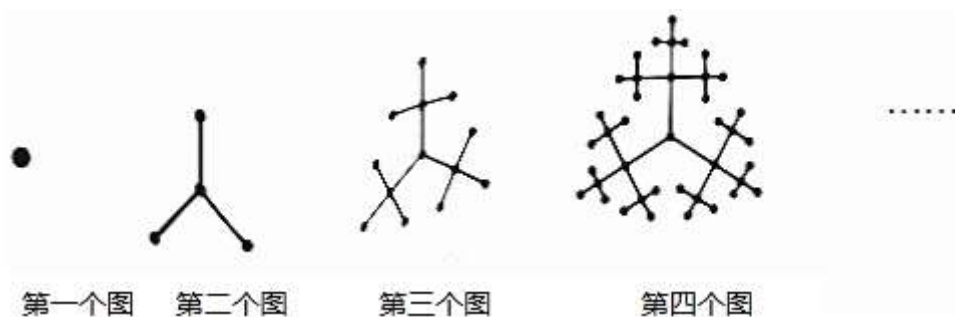
$\therefore BH = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$  ,

在  $Rt\triangle OBH$  中， $OH = \sqrt{OB^2 - BH^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{7}{10}$  ,

$$\begin{aligned} &\because EA \perp CA, \\ &\therefore BH \parallel AE, \\ &\therefore \triangle OBH \sim \triangle OEA, \\ &\therefore \frac{BH}{AE} = \frac{OH}{OA}, \\ &\therefore \frac{OA}{AE} = \frac{OH}{BH} = \frac{\frac{7}{12}}{\frac{7}{5}} = \frac{5}{12}. \end{aligned}$$

答案:  $\frac{7}{24}$ .

18. 如图, 第一个图形中有 1 个点, 第二个图形中有 4 个点, 第三个图形中有 13 个点, ..., 按此规律, 第  $n$  个图形中有 \_\_\_\_\_ 个点.



解析: 观察已知图形, 得出一般性规律, 写出即可.

如图, 第一个图形中有 1 个点, 第二个图形中有 4 个点, 第三个图形中有 13 个点, ..., 按此规律, 第  $n$  个图形中有  $\frac{1}{2}(3^n - 1)$  个点.

答案:  $\frac{1}{2}(3^n - 1)$ .

三、解答题(本大题共 8 小题, 共 66 分)

19. 计算:  $(-2017)^0 - \sin 30^\circ + \sqrt{8} + 2^{-1}$ .

解析: 根据先计算零指数幂、代入特殊角的三角函数值、化简二次根式、负整数指数幂, 然后计算加减法.

答案: 原式 =  $1 - \frac{1}{2} + 2\sqrt{2} + \frac{1}{2} = 1 + 2\sqrt{2}$ .

20. 解二元一次方程组: 
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \text{①} \\ 5x + y = 9 \text{②} \end{cases}$$

解析: 方程组利用加减消元法求出解即可.

答案: ② - ① 得:  $3x = 6$ ,

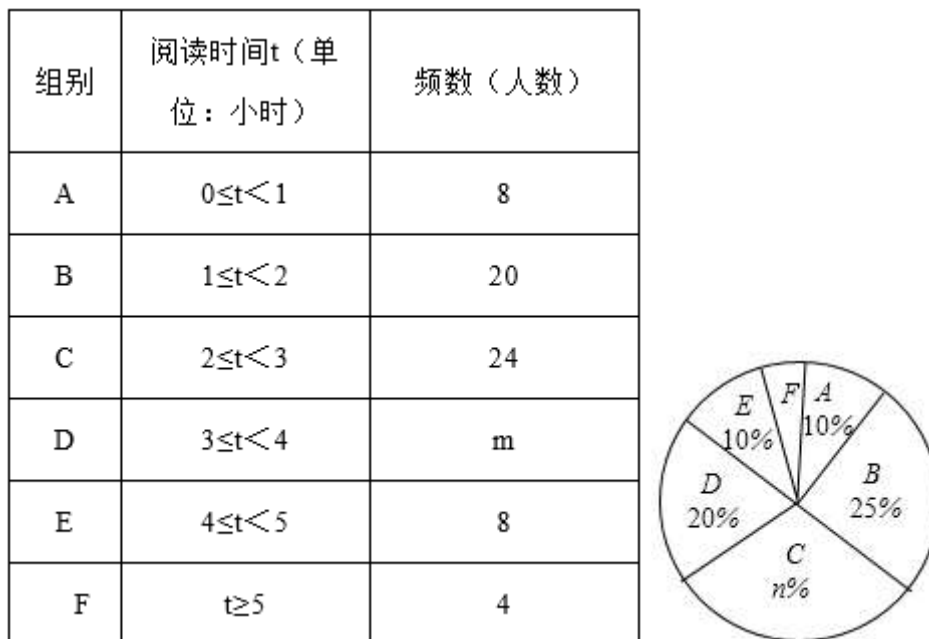
解得:  $x = 2$ ,



把  $x=2$  代入①得  $y=-1$ ,

$$\therefore \text{原方程组的解为} \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}.$$

21. 某校为了解学生的每周平均课外阅读时间, 在本校随机抽取若干名学生进行调查, 并将调查结果绘制成如下不完整的统计图表, 请根据图表中所给的信息, 解答下列问题:



(1) 图表中的  $m=$ \_\_\_\_,  $n=$ \_\_\_\_\_.

解析: (1) 根据题意列式计算即可.

答案: (1)  $m=8 \div 10\% \times 20\%=16$ ,  $n=24 \div (8 \div 10\%) \times 100=30$ .

故答案为: 16; 30.

(2) 扇形统计图中 F 组所对应的圆心角为\_\_\_\_\_度.

解析: (2)  $360^\circ \times$  F 组所对应的百分数即可得到结论.

答案: (2) 扇形统计图中 F 组所对应的圆心角为:  $360^\circ \times \frac{4}{8 \div 10\%} = 18^\circ$ .

故答案为: 18.

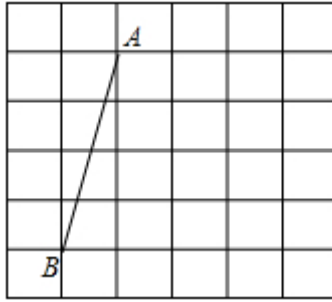
(3) 该校共有学生 1500 名, 请估计该校有多少名学生的每周平均课外阅读时间不低于 3 小时?

解析: (3) 根据题意列式计算即可得到结论.

答案: (3) 由题意得, 每周平均课外阅读时间不低于 3 小时的学生数为:

$1500 \times (20\% + 10\% + 5\%) = 525$  名.

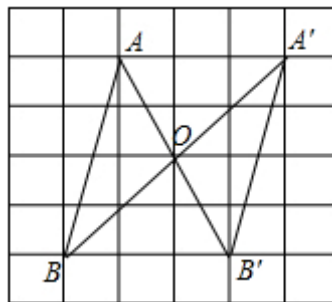
22. 如图, 在网格中, 每个小正方形的边长均为 1 个单位长度, 我们将小正方形的顶点叫做格点, 线段 AB 的端点均在格点上.



(1)将线段 AB 向右平移 3 个单位长度，得到线段  $A'B'$ ，画出平移后的线段并连接  $AB'$  和  $A'B$ ，两线段相交于点  $O$ 。

解析：(1)根据平移变换的性质作图即可。

答案：(1)如图所示：



(2)求证： $\triangle AOB \cong \triangle B'OA'$ 。

解析：(2)根据平行线的性质得到  $\angle A = \angle B'$ ， $\angle B = \angle A'$ ，根据 ASA 定理证明即可。

答案：(2)  $\because AB \parallel A'B'$ ，

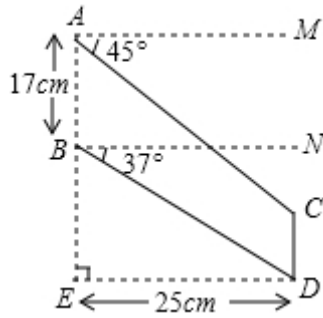
$$\therefore \angle A = \angle B'，\angle B = \angle A'$$

在  $\triangle AOB$  和  $\triangle B'OA'$  中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle B' \\ AB = A'B' \\ \angle B = \angle A' \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle B'OA'。$$

23. “C919”大型客机首飞成功，激发了同学们对航空科技的兴趣，如图是某校航模兴趣小组获得的一张数据不完整的航模飞机机翼图纸，图中  $AB \parallel CD$ ， $AM \parallel BN \parallel ED$ ， $AE \perp DE$ ，请根据图中数据，求出线段 BE 和 CD 的长。(  $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ，结果保留小数点后一位)



解析：在  $Rt\triangle BED$  中可先求得  $BE$  的长，过  $C$  作  $CF \perp AE$  于点  $F$ ，则可求得  $AF$  的长，从而可求得  $EF$  的长，即可求得  $CD$  的长。

答案：∵  $BN \parallel ED$ ,

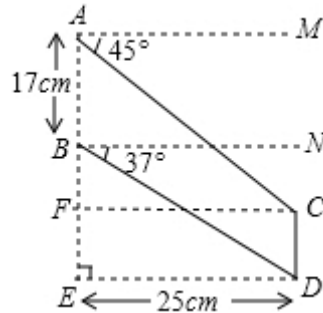
$$\therefore \angle NBD = \angle BDE = 37^\circ,$$

$$\because AE \perp DE,$$

$$\therefore \angle E = 90^\circ,$$

$$\therefore BE = DE \cdot \tan \angle BDE = 25 \times \tan 37^\circ \approx 25 \times 0.75 = 18.75 (\text{cm}),$$

如图，过  $C$  作  $AE$  的垂线，垂足为  $F$ ，



$$\because \angle FCA = \angle CAM = 45^\circ,$$

$$\therefore AF = FC = 25 \text{ cm},$$

$$\because CD \parallel AE,$$

∴ 四边形  $CDEF$  为矩形，

$$\therefore CD = EF,$$

$$\therefore AE = AB + EB = 35.75 (\text{cm}),$$

$$\therefore CD = EF = AE - AF \approx 10.8 (\text{cm}),$$

答：线段  $BE$  的长约等于  $18.8 \text{ cm}$ ，线段  $CD$  的长约等于  $10.8 \text{ cm}$ 。

24. 为进一步促进义务教育均衡发展，某市加大了基础教育经费的投入，已知 2015 年该市投入基础教育经费 5000 万元，2017 年投入基础教育经费 7200 万元。

(1) 求该市这两年投入基础教育经费的年平均增长率。

解析：(1) 设该市这两年投入基础教育经费的年平均增长率为  $x$ ，根据 2015 年及 2017 年投入的基础教育经费金额，即可得出关于  $x$  的一元二次方程，解之即可取其正值即可得出结论。

答案：(1) 设该市这两年投入基础教育经费的年平均增长率为  $x$ ，

$$\text{根据题意得：} 5000(1+x)^2 = 7200,$$

$$\text{解得：} x_1 = 0.2 = 20\%, x_2 = -2.2 (\text{舍去}).$$

答：该市这两年投入基础教育经费的年平均增长率为  $20\%$ 。

(2) 如果按(1)中基础教育经费投入的年平均增长率计算, 该市计划 2018 年用不超过当年基础教育经费的 5% 购买电脑和实物投影仪共 1500 台, 调配给农村学校, 若购买一台电脑需 3500 元, 购买一台实物投影需 2000 元, 则最多可购买电脑多少台?

解析: (2) 根据年平均增长率求出 2018 年基础教育经费投入的金额, 再根据总价=单价×数量, 即可得出关于  $m$  的一元一次不等式, 解之即可得出  $m$  的取值范围, 取其内的最大值即可.

答案: (2) 2018 年投入基础教育经费为  $7200 \times (1+20\%) = 8640$  (万元),

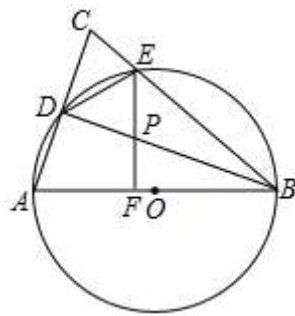
设购买电脑  $m$  台, 则购买实物投影仪  $(1500-m)$  台,

根据题意得:  $3500m + 2000(1500-m) \leq 86400000 \times 5\%$ ,

解得:  $m \leq 880$ .

答: 2018 年最多可购买电脑 880 台.

25. 已知: 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=BC=10$ , 以  $AB$  为直径作  $\odot O$  分别交  $AC$ ,  $BC$  于点  $D$ ,  $E$ , 连接  $DE$  和  $DB$ , 过点  $E$  作  $EF \perp AB$ , 垂足为  $F$ , 交  $BD$  于点  $P$ .



(1) 求证:  $AD=DE$ .

解析: (1) 根据圆周角定理可得  $\angle ADB=90^\circ$ , 再根据等腰三角形的性质可证  $AD=DE$ .

答案: (1)  $\because AB$  是  $\odot O$  的直径,

$\therefore \angle ADB=90^\circ$ ,

$\because AB=BC$ ,

$\therefore D$  是  $AC$  的中点,  $\angle ABD=\angle CBD$ ,

$\therefore AD=DE$ .

(2) 若  $CE=2$ , 求线段  $CD$  的长.

解析: (2) 根据 AA 可证  $\triangle CED \sim \triangle CAB$ , 根据相似三角形的性质和已知条件可求  $CD$ .

答案: (2)  $\because$  四边形  $ABED$  内接于  $\odot O$ ,

$\therefore \angle CED=\angle CAB$ ,

$\because \angle C=\angle C$ ,

$\therefore \triangle CED \sim \triangle CAB$ ,

$\therefore \frac{CE}{CA} = \frac{CD}{CB}$ ,

$\because AB=BC=10$ ,  $CE=2$ ,  $D$  是  $AC$  的中点,

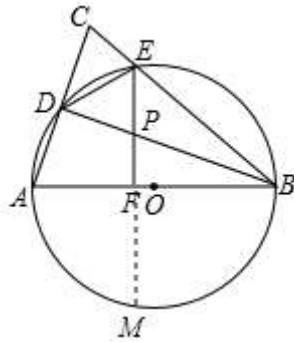
$\therefore CD = \sqrt{10}$ .

(3) 在 (2) 的条件下, 求  $\triangle DPE$  的面积.

解析: (3) 延长  $EF$  交  $\odot O$  于  $M$ , 在  $Rt\triangle ABD$  中, 根据勾股定理可求  $BD$ , 根据 AA 可证  $\triangle BPE \sim$

$\triangle BED$ , 根据相似三角形的性质可求  $BP$ , 进一步求得  $DP$ , 根据等高三角形面积比等于底边的比可得  $S_{\triangle DPE} : S_{\triangle BPE} = 13 : 32$ ,  $S_{\triangle BDE} : S_{\triangle BCD} = 4 : 5$ , 再根据三角形面积公式即可求解.

答案: (3) 延长  $EF$  交  $\odot O$  于  $M$ ,



在  $Rt\triangle ABD$  中,  $AD=CD=\sqrt{10}$ ,  $AB=10$ ,

$$\therefore BD=3\sqrt{10},$$

$\because EM \perp AB$ ,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,

$$\therefore \overset{\frown}{BE} = \overset{\frown}{BM},$$

$$\therefore \angle BEP = \angle EDB,$$

$$\therefore \triangle BPE \sim \triangle BED,$$

$$\therefore \frac{BD}{BE} = \frac{BE}{BP},$$

$$\therefore BP = \frac{32\sqrt{10}}{15},$$

$$\therefore DP = BD - BP = \frac{32\sqrt{10}}{15},$$

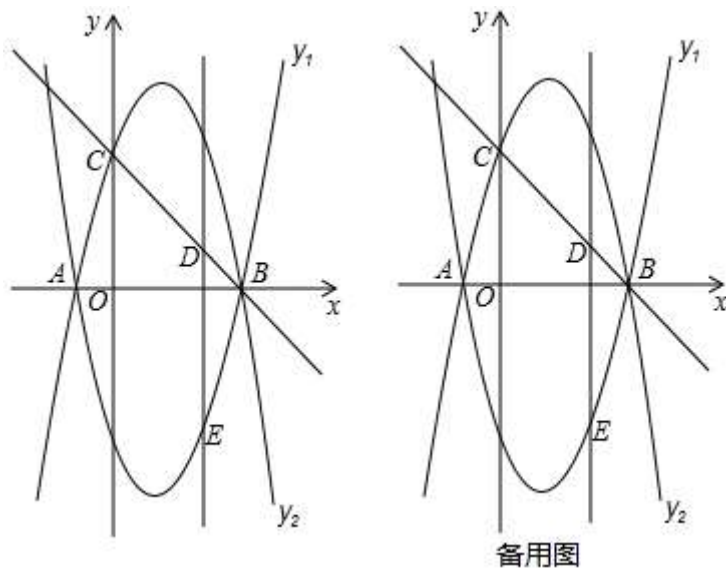
$$\therefore S_{\triangle DPE} : S_{\triangle BPE} = DP : BP = 13 : 32,$$

$$\because S_{\triangle BCD} = 12 \times \sqrt{10} \times 3\sqrt{10} = 15, \quad S_{\triangle BDE} : S_{\triangle BCD} = BE : BC = 4 : 5,$$

$$\therefore S_{\triangle BDE} = 12,$$

$$\therefore S_{\triangle DPE} = \frac{52}{15}.$$

26. 已知抛物线  $y_1 = ax^2 + bx - 4$  ( $a \neq 0$ ) 与  $x$  轴交于点  $A(-1, 0)$  和点  $B(4, 0)$ .



(1) 求抛物线  $y_1$  的函数解析式.

解析: (1) 将点  $A(-1, 0)$  和点  $B(4, 0)$  代入  $y_1 = ax^2 + bx - 3$  即可得到结论.

答案: (1) 将点  $A(-1, 0)$  和点  $B(4, 0)$  代入  $y_1 = ax^2 + bx - 3$  得:  $a=1, b=-3$ ,

$\therefore$  抛物线  $y_1$  的函数解析式为:  $y_1 = x^2 - 3x - 4$ .

(2) 如图①, 将抛物线  $y_1$  沿  $x$  轴翻折得到抛物线  $y_2$ , 抛物线  $y_2$  与  $y$  轴交于点  $C$ , 点  $D$  是线段  $BC$  上的一个动点, 过点  $D$  作  $DE \parallel y$  轴交抛物线  $y_1$  于点  $E$ , 求线段  $DE$  的长度的最大值.

解析: (2) 由对称性可知, 得到抛物线  $y_2$  的函数解析式为  $y_2 = -x^2 + 3x + 4$ , 求得直线  $BC$  的解析式为:  $y = -x + 4$ , 设  $D(m, -m + 4)$ ,  $E(m, m^2 - 3m - 4)$ , 其中  $0 \leq m \leq 4$ , 得到  $DE = -m + 4 - (m^2 - 3m - 4) = -(m - 1)^2 + 9$ , 即可得到结论.

答案: (2) 由对称性可知, 抛物线  $y_2$  的函数解析式为:  $y_2 = -x^2 + 3x + 4$ ,

$\therefore C(0, 4)$ , 设直线  $BC$  的解析式为:  $y = kx + q$ ,

把  $B(4, 0)$ ,  $C(0, 4)$  代入得,  $k = -1, q = 4$ ,

$\therefore$  直线  $BC$  的解析式为:  $y = -x + 4$ ,

设  $D(m, -m + 4)$ ,  $E(m, m^2 - 3m - 4)$ , 其中  $0 \leq m \leq 4$ ,

$\therefore DE = -m + 4 - (m^2 - 3m - 4) = -(m - 1)^2 + 9$ ,

$\because 0 \leq m \leq 4, \therefore$  当  $m = 1$  时,  $DE_{\max} = 9$ .

此时,  $D(1, 3), E(1, -6)$ .

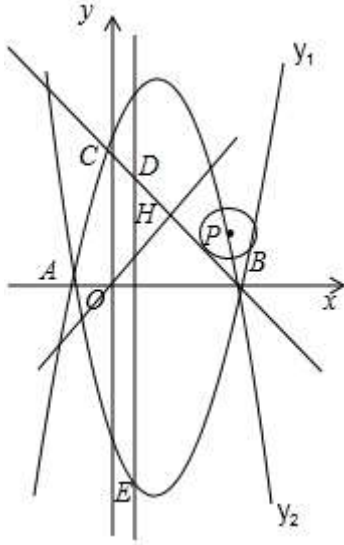
(3) 在 (2) 的条件下, 当线段  $DE$  处于长度最大值位置时, 作线段  $BC$  的垂直平分线交  $DE$  于点  $F$ , 垂足为  $H$ , 点  $P$  是抛物线  $y_2$  上一动点,  $\odot P$  与直线  $BC$  相切, 且  $S_{\odot P} : S_{\triangle DFH} = 2\pi$ , 求满足条件的所有点  $P$  的坐标.

解析: (3) 由题意得到  $\triangle BOC$  是等腰直角三角形, 求得线段  $BC$  的垂直平分线为  $y = x$ , 由 (2)

知, 直线  $DE$  的解析式为  $x = 1$ , 得到  $H(2, 2)$ , 根据  $S_{\odot P} : S_{\triangle DFH} = 2\pi$ , 得到  $r = \sqrt{2}$ , 由于  $\odot P$

与直线  $BC$  相切, 推出点  $P$  在与直线  $BC$  平行且距离为  $\sqrt{2}$  的直线上, 于是列方程即可得到结论.

答案: (3) 如图所示:



由题意可知， $\triangle BOC$  是等腰直角三角形，

$\therefore$  线段  $BC$  的垂直平分线为： $y=x$ ，

由(2)知，直线  $DE$  的解析式为： $x=1$ ，

$\therefore F(1, 1)$ ，

$\therefore H$  是  $BC$  的中点，

$\therefore H(2, 2)$ ，

$\therefore DH = \sqrt{2}$ ， $FH = \sqrt{2}$ ，

$\therefore S_{\triangle DFH} = 1$ ，

设  $\odot P$  的半径为  $r$ ，

$\therefore S_{\odot P} : S_{\triangle DFH} = 2\pi$ ，

$\therefore r = \sqrt{2}$ ，

$\therefore \odot P$  与直线  $BC$  相切，

$\therefore$  点  $P$  在与直线  $BC$  平行且距离为  $\sqrt{2}$  的直线上，

$\therefore$  点  $P$  在直线  $y = -x + 2$  或  $y = -x + 6$  的直线上，

$\therefore$  点  $P$  在抛物线  $y_2 = -x^2 + 3x + 4$  上，

$\therefore -x + 2 = -x^2 + 3x + 4$ ，

解得： $x_1 = 2 + \sqrt{6}$ ， $x_2 = 2 - \sqrt{6}$ ，

$-x + 2 = -x^2 + 3x + 4$ ，

解得： $x_3 = 2 + \sqrt{2}$ ， $x_4 = 2 - \sqrt{2}$ ，

$\therefore$  符合条件的点  $P$  坐标有 4 个，分别是  $(2 + \sqrt{6}, -\sqrt{6})$ ， $(2 - \sqrt{6}, \sqrt{6})$ ， $(2 + \sqrt{2}, 4 - \sqrt{2})$ ，

$(2 - \sqrt{2}, 4 + \sqrt{2})$ 。