2014年湖北省随州市中考真题数学

一、选择题(每小题3分，共30分)

1.(3分)2的相反数是(　　)

A.1

B.$\frac{1}{2}$

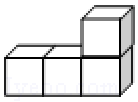
C.-2

D.$-\frac{1}{2}$

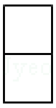
解析：2的相反数是-2.

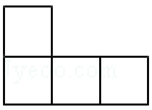
答案：C.

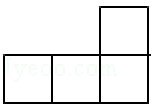
2.(3分)如图所示物体的俯视图是(　　)

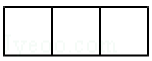


几何体

A.

B.

C.

D.

解析：从上面向下看，易得到横排有3个正方形.

答案：D.

3.(3分)2013年，我市以保障和改善民生为重点的“十件实事”全面完成，财政保障民生支出达74亿元，占公共财政预算支出的75%，数据74亿元用科学记数法表示为(　　)

A.74×10^{8}元

B.7.4×10^{8}元

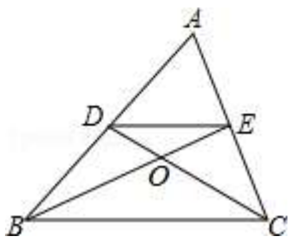
C.7.4×10^{9}元

D.0.74×10^{10}元

解析：74亿=74 0000 0000=7.4×10^{9}，

答案：C.

4.(3分)如图，在△ABC中，两条中线BE、CD相交于点O，则$S_{\triangle DOE}$：$S_{\triangle COB}$=(　　)



A. 1：4
B. 2：3
C. 1：3
D. 1：2

解析：∵BE 和 CD 是△ABC 的中线，∴DE=$\frac{1}{2}$BC，DE∥BC，

∴$\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$，△DOE∽△COB，∴$\frac{S_{\triangle DOE}}{S_{\triangle COB}}=(\frac{DE}{BC})^2=(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$，

答案：A.

5. (3 分)计算$(-\frac{1}{2}xy^2)^3$，结果正确的是(　　)

A. $\frac{1}{6}x^3y^5$

B. $-\frac{1}{8}x^3y^6$

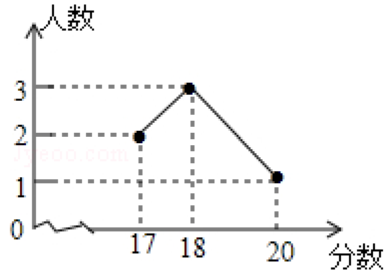
C. $\frac{1}{6}x^3y^6$

D. $-\frac{1}{8}x^3y^5$

解析：原式$=-(\frac{1}{2})^3x^3y^6=-\frac{1}{8}x^3y^6$.

答案：B.

6. (3 分)在 2014 年的体育中考中，某校 6 名学生的体育成绩统计如图，则这组数据的众数、中位数、方差依次是(　　)



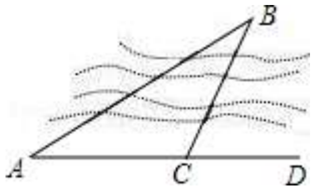
A. 18，18，1
B. 18，17.5，3
C. 18，18，3
D. 18，17.5，1

解析：这组数据 18 出现的次数最多，出现了 3 次，则这组数据的众数是 18；
把这组数据从小到大排列，最中间两个数的平均数是(18+18)÷2=18，则中位数是 18；
这组数据的平均数是：(17×2+18×3+20)÷6=18，

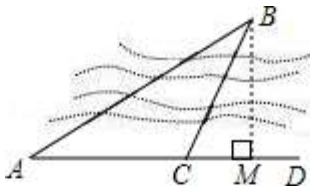
则方差是：$\frac{1}{6}[2\times(17-18)^2+3\times(18-18)^2+(20-18)^2]=1$；

答案：A.

7.(3 分)如图，要测量 B 点到河岸 AD 的距离，在 A 点测得∠BAD=30°，在 C 点测得∠BCD=60°，又测得 AC=100 米，则 B 点到河岸 AD 的距离为(　　)



A.100 米
B.$50\sqrt{3}$米
C.$\frac{200\sqrt{3}}{3}$米
D.50 米
解析：过 B 作 BM⊥AD，



∵∠BAD=30°，∠BCD=60°，∴∠ABC=30°，∴AC=CB=100 米，

∵BM⊥AD，∴∠BMC=90°，∴∠CBM=30°，∴CM=$\frac{1}{2}$BC=50 米，∴BM=$\sqrt{3}$CM=$50\sqrt{3}$米，

答案：B.

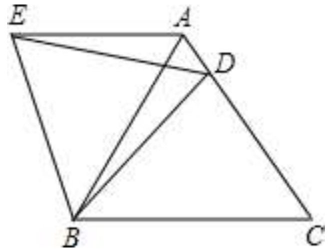
8.(3 分)关于反比例函数 y=$\frac{2}{x}$的图象，下列说法正确的是(　　)

A.图象经过点(1，1)
B.两个分支分布在第二、四象限
C.两个分支关于 x 轴成轴对称
D.当 x＜0 时，y 随 x 的增大而减小

解析：A、把点(1，1)代入反比例函数 y=$\frac{2}{x}$得 2≠1 不成立，故 A 选项错误；

B、∵k=2＞0，∴它的图象在第一、三象限，故 B 选项错误；
C、图象的两个分支关于 y=-x 对称，故 C 选项错误.
D、当 x＞0 时，y 随 x 的增大而减小，故 D 选项正确.
答案：D.

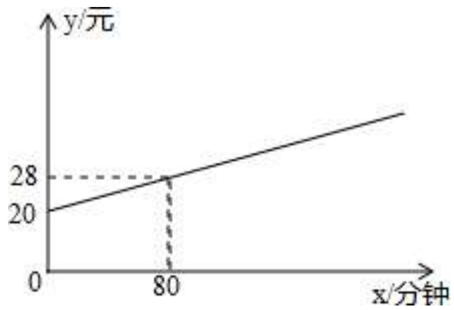
9.(3 分)在等边△ABC 中，D 是边 AC 上一点，连接 BD，将△BCD 绕点 B 逆时针旋转 60°，得到△BAE，连接 ED，若 BC=5，BD=4.则下列结论错误的是(　　)



A. AE∥BC
B. ∠ADE=∠BDC
C. △BDE 是等边三角形
D. △ADE 的周长是 9

解析：∵△ABC 是等边三角形，∴∠ABC=∠C=60°，
∵将△BCD 绕点 B 逆时针旋转 60°，得到△BAE，∴∠EAB=∠C=∠ABC=60°，
∴AE∥BC，答案：项 A 正确；
∵△ABC 是等边三角形，∴AC=AB=BC=5，
∵△BAE△BCD 逆时针旋旋转 60°得出，∴AE=CD,BD=BE,∠EBD=60°，∴AE+AD=AD+CD=AC=5，
∵∠EBD=60°，BE=BD，∴△BDE 是等边三角形，答案：项 C 正确；∴DE=BD=4，
∴△AED 的周长=AE+AD+DE=AC+BD=9，答案：项 D 正确；
而选项 B 没有条件证明∠ADE=∠BDC，∴结论错误的是 B，
答案：B.

10.(3 分)某通讯公司提供了两种移动电话收费方式：方式 1，收月基本费 20 元，再以每分钟 0.1 元的价格按通话时间计费；方式 2，收月基本费 20 元，送 80 分钟通话时间，超过 80 分钟的部分，以每分钟 0.15 元的价格计费.
下列结论：
①如图描述的是方式 1 的收费方法；
②若月通话时间少于 240 分钟，选择方式 2 省钱；
③若月通讯费为 50 元，则方式 1 比方式 2 的通话时间多；
④若方式 1 比方式 2 的通讯费多 10 元，则方式 1 比方式 2 的通话时间多 100 分钟.
其中正确的是(　　)



A. 只有①②
B. 只有③④
C. 只有①②③
D. ①②③④

解析：根据题意得：方式一的函数解析式为 y=0.1x+20，方式二的函数解析式为 y=

$\begin{cases} y=20 & (x\leqslant 80) \\ y=20+0.15\times(x-80) & (x>80) \end{cases}$，

①方式一的函数解析式是一条直线，方式二的函数解析式是分段函数，所以如图描述的是方式 1 的收费方法，另外，当 x=80 时，方式一是 28 元，方式二是 20 元，故①说法正确；
②0.1x+20＞20+0.15×(x-80)，解得 x＜240，故②的说法正确；
③当 y=50 元时，方式一：0.1x+20=50，解得 x=300 分钟，方式二：20+0.15×(x-80)=50，解得 x=280 分钟，故③说法正确；
④当 x＜80，0.1x+20-20=10，解得 x=100，矛盾；当 x＞80，设方式一的通话时间为 x_1，方式二的通话时间为 x_2，则 $\begin{cases} 0.1x_1+20-[20+0.15\times(x_2-80)]=10 \\ x_1=x_2+100 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} x_1=340 \\ x_2=240 \end{cases}$，
因此若方式 1 比方式 2 的通讯费多 10 元，则方式 1 比方式 2 的通话时间多 100 分钟，故④说法正确；
答案：D.

二、填空题(每小题 3 分，共 18 分)

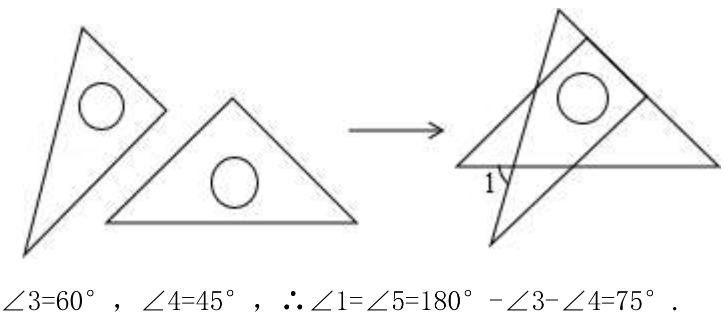
11.(3 分)计算：$|-3|+\sqrt[3]{-8}+(\sqrt{3}-1)^0=$______.

解析：原式=3-2+1=2.
答案：2.

12.(3 分)不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{2}x\leqslant 1 \\ 2-x<3 \end{cases}$ 的解集是______.

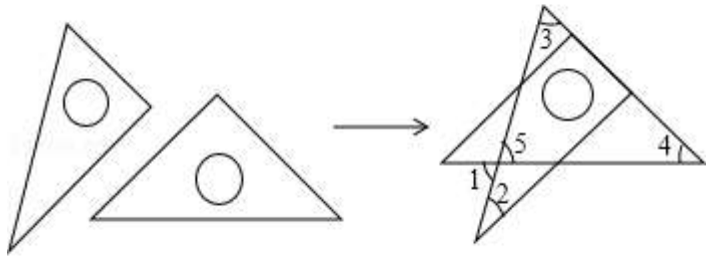
解析：$\begin{cases} \frac{1}{2}x\leqslant 1① \\ 2-x<3② \end{cases}$，
由①得 x≤1，
由②得 x＞-1，
故此不等式的解集为：-1＜x≤2.
答案：-1＜x≤2.

13.(3 分)将一副直角三角板如图放置，使含 30°角的三角板的短直角边和含 45°角的三角板的一条直角边重合，则∠1 的度数为______度.



解析：如图.∵∠3=60°，∠4=45°，∴∠1=∠5=180°-∠3-∠4=75°.

答案：75.



14.(3 分)某小区 2013 年绿化面积为 2000 平方米，计划 2015 年绿化面积要达到 2880 平方米.如果每年绿化面积的增长率相同，那么这个增长率是______.

解析：设这个增长率是 x，根据题意得：$2000\times(1+x)^2=2880$，解得：$x_1=20\%$，$x_2=-220\%$(舍去).

故答案为：20%.

15.(3 分)圆锥的底面半径是 2cm，母线长 6cm，则这个圆锥侧面展开图的扇形圆心角度数为度.

解析：∵圆锥的底面半径是 2cm，∴圆锥的底面周长为 4π，

设圆心角为 n°，根据题意得：$\frac{n\pi\times 6}{180}=4\pi$，解得 n=120.

答案：120.

16.(3 分)如图 1，正方形纸片 ABCD 的边长为 2，翻折∠B、∠D，使两个直角的顶点重合于对角线 BD 上一点 P，EF、GH 分别是折痕(如图 2).设 AE=x(0＜x＜2)，给出下列判断：

①当 x=1 时，点 P 是正方形 ABCD 的中心；

②当 $x=\frac{1}{2}$时，EF+GH＞AC；

③当 0＜x＜2 时，六边形 AEFCHG 面积的最大值是$\frac{11}{4}$；

④当 0＜x＜2 时，六边形 AEFCHG 周长的值不变.

其中正确的是______(写出所有正确判断的序号).

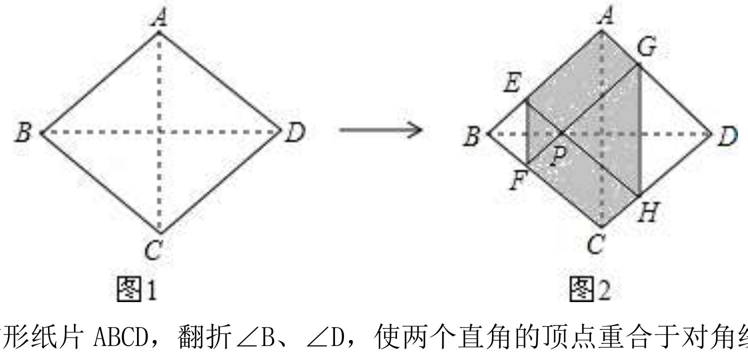


图1　　图2

解析：(1)正方形纸片 ABCD，翻折∠B、∠D，使两个直角的顶点重合于对角线 BD 上一点 P，∴△BEF 和△DGH 是等腰直角三角形，∴当 AE=1 时，重合点 P 是 BD 的中点，∴点 P 是正方形 ABCD 的中心；故①结论正确，

(2)正方形纸片 ABCD，翻折∠B、∠D，使两个直角的顶点重合于对角线 BD 上一点 P，

∴△BEF∽△BAC，

∵$x=\frac{1}{2}$，∴$BE=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，∴$\frac{BE}{BA}=\frac{EF}{AC}$，即$\frac{\frac{3}{2}}{2}=\frac{EF}{AC}$，∴$EF=\frac{3}{4}AC$，

同理，$GH=\frac{1}{4}AC$，∴EF+GH=AC，

故②结论错误，

(3)六边形 AEFCHG 面积=正方形 ABCD 的面积-△EBF 的面积-△GDH 的面积.

∵AE=x，

∴六边形 AEFCHG 面积$=2^2-\frac{1}{2}BE\cdot BF-\frac{1}{2}GD\cdot HD=4-\frac{1}{2}\times(2-x)\cdot(2-x)-\frac{1}{2}x\cdot x=-x^2+2x+2=-(x-1)^2+3$，

∴六边形 AEFCHG 面积的最大值是 3，故③结论错误，

(4)当 0＜x＜2 时，

∵EF+GH=AC，

六边形 AEFCHG 周长=AE+EF+FC+CH+HG+AG=(AE+CH)+(FC+AG)+(EF+GH)$=2+2+2\sqrt{2}=4+2\sqrt{2}$

故六边形 AEFCHG 周长的值不变，故④结论正确.

答案：①④.

三、解答题(共 72 分)

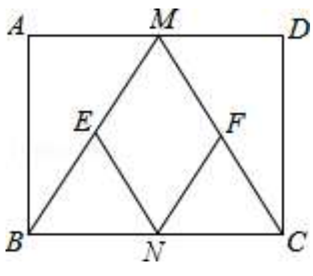
17.(6 分)先简化，再求值：$(\frac{2a}{a+1}-\frac{a}{a-1})\div\frac{1}{a^2-1}$，其中$a=\sqrt{2}+1$.

解析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，将 a 的值代入计算即可求出值.

答案：原式$=\frac{2a(a-1)-a(a+1)}{(a+1)(a-1)}\cdot(a+1)(a-1)=a^2-3a$，

当$a=\sqrt{2}+1$时，原式$=3+2\sqrt{2}-3\sqrt{2}-3=-\sqrt{2}$.

18.(7 分)已知：如图，在矩形 ABCD 中，M、N 分别是边 AD、BC 的中点，E、F 分别是线段 BM、CM 的中点.



(1)求证：△ABM≌△DCM;

(2)填空：当 AB：AD=_______时，四边形 MENF 是正方形.

解析：(1)根据矩形性质得出 AB=DC，∠A=∠D=90°，根据全等三角形的判定推出即可;

(2)求出四边形 MENF 是平行四边形，求出∠BMC=90°和 ME=MF，根据正方形的判定推出即可.

答案： (1)∵四边形 ABCD 是矩形，∴AB=DC，∠A=∠D=90°，

∵M 为 AD 的中点，∴AM=DM，在△ABM 和△DCM 中，$\begin{cases}AM=DM\\ \angle A=\angle D\\ AB=DC\end{cases}$，∴△ABM≌△DCM(SAS).

(2)当 AB：AD=1：2 时，四边形 MENF 是正方形，

理由是：∵AB：AD=1：2，AM=DM，AB=CD，∴AB=AM=DM=DC，

∵∠A=∠D=90°，∴∠ABM=∠AMB=∠DMC=∠DCM=45°，∴∠BMC=90°，

∵四边形 ABCD 是正方形，∴∠ABC=∠DCB=90°，∴∠MBC=∠MCB=45°，∴BM=CM，

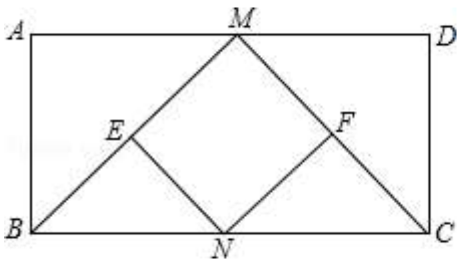
∵N、E、F 分别是 BC、BM、CM 的中点，∴BE=CF，ME=MF，NF∥BM，NE∥CM，

∴四边形 MENF 是平行四边形，

∵ME=MF，∠BMC=90°，∴四边形 MENF 是正方形，

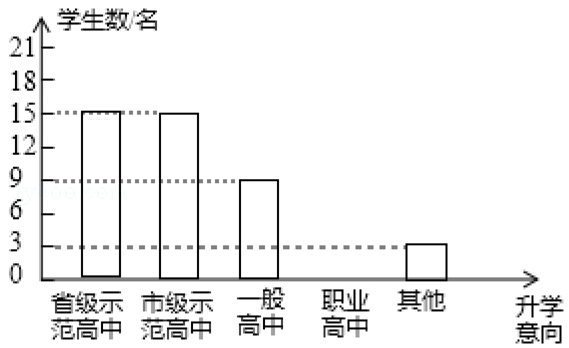
即当 AB：AD=1：2 时，四边形 MENF 是正方形，

答案：1：2.



19.(7 分)近几年我市加大中职教育投入力度，取得了良好的社会效果.某校随机调查了九年级 m 名学生的升学意向，并根据调查结果绘制出如下不完整的统计图表：

升学意向	人数	百分比
省级示范高中	15	25%
市级示范高中	15	25%
一般高中	9	n
职业高中		
其他	3	5%
合计	m	100%



请你根据图表中提供的信息解答下列问题：

(1)表中 m 的值为________，n 的值为________；

(2)补全条形统计图；

(3)若该校九年级有学生 500 名，估计该校大约有多少名毕业生的升学意向是职业高中？

解析：(1)由省级示范高中人数除以占的百分比得到总学生数，确定出 m 的值；进而确定出职业高中学生数，求出占的百分比，确定出 n 的值；

(2)补全条形统计图，如图所示；

(3)由职业高中的百分比乘以 500 即可得到结果.

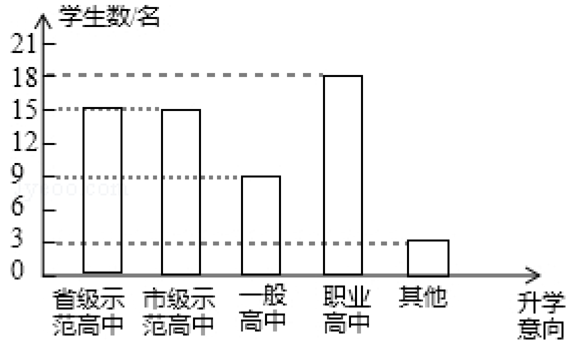
答案：(1)根据题意得：15÷25%=60(人)，即 m=60，

职业高中人数为 60-(15+15+9+3)=18(人)，占的百分比为 18÷60×100%=30%，

则 n=1-(25%+25%+30%+5%)=15%；

故答案为：60；15%；

(2)补全条形统计图，如图所示：



(3)根据题意得：500×30%=150(名)，

则估计该校大约有 150 名毕业生的升学意向是职业高中.

20.(7 分)某市区一条主要街道的改造工程有甲、乙两个工程队投标.经测算：若由两个工程队合做，12 天恰好完成；若两个队合做 9 天后，剩下的由甲队单独完成，还需 5 天时间，现需从这两个工程队中选出一个队单独完成，从缩短工期角度考虑，你认为应该选择哪个队？为什么？

解析：设甲队单独完成工程需 x 天，则甲队的工作效率为$\frac{1}{x}$，等量关系：甲乙 9 天的工作量+甲 5 天的工作量=1，可得方程，解出即可.

答案：设甲队单独完成工程需 x 天，

由题意，得：$\frac{1}{12}\times 9+\frac{1}{x}\times 5=1$，解得：x=20，

经检验得：x=20 是方程的解，

∵$\frac{1}{12}-\frac{1}{20}=\frac{1}{30}$，∴乙单独完成工程需 30 天，

∵20＜30，∴从缩短工期角度考虑，应该选择甲队.

21.(7 分)四张扑克牌的牌面如图 1 所示，将扑克牌洗匀后，如图 2 背面朝上放置在桌面上，小明和小亮设计了 A、B 两种游戏方案：

方案 A：随机抽一张扑克牌，牌面数字为 5 时小明获胜；否则小亮获胜.

方案 B：随机同时抽取两张扑克牌，两张牌面数字之和为偶数时，小明获胜；否则小亮获胜.

请你帮小亮选择其中一种方案，使他获胜的可能性较大，并说明理由.

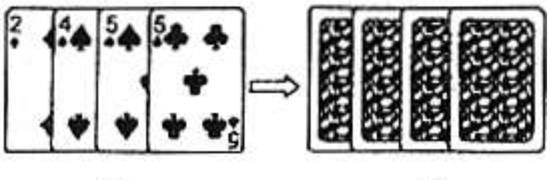


图 1　　　　　　图 2

解析：由四张扑克牌的牌面是 5 的有 2 种情况，不是 5 的也有 2 种情况，可求得方案 A 中，小亮获胜的概率；

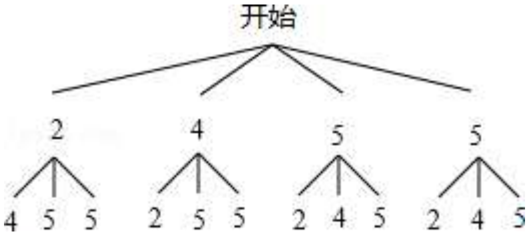
首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与小亮获胜的情况，再利用概率公式即可求得答案；比较其大小，即可求得答案.

答案：小亮选择 A 方案，使他获胜的可能性较大.

方案A：∵四张扑克牌的牌面是5的有2种情况，不是5的也有2种情况，

∴P(小亮获胜)=$\frac{2}{4}$=$\frac{1}{2}$;

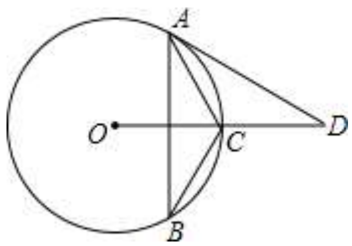
方案B：画树状图得：



∵共有12种等可能的结果，两张牌面数字之和为偶数的有4种情况，不是偶数的有8种情况，

∴P(小亮获胜)=$\frac{8}{12}$=$\frac{2}{3}$; ∴小亮选择B方案，使他获胜的可能性较大.

22.(8分)如图，⊙O中，点C为$\overset{\frown}{AB}$的中点，∠ACB=120°，OC的延长线与AD交于点D，且∠D=∠B.



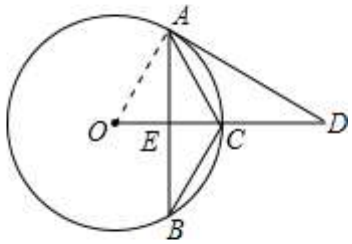
(1)求证：AD与⊙O相切;

(2)若点C到弦AB的距离为2，求弦AB的长.

解析：(1)连接OA，由$\overset{\frown}{CA}$=$\overset{\frown}{CB}$，得CA=CB，根据题意可得出∠O=60°，从而得出∠OAD=90°，则AD与⊙O相切;

(2)设OC交AB于点E，由题意得OC⊥AB，求得CE=2，Rt△BCE中，由三角函数得BE=$2\sqrt{3}$，即可得出AB的长.

答案：(1)如图，连接OA，



∵$\overset{\frown}{CA}$=$\overset{\frown}{CB}$，∴CA=CB，又∵∠ACB=120°，∴∠B=30°，∴∠O=2∠B=60°，

∵∠D=∠B=30°，∴∠OAD=180°-(∠O+∠D)=90°，∴AD与⊙O相切;

(2)设OC交AB于点E，由题意得OC⊥AB，∴CE=2，

在Rt△BCE中，BE=$\frac{CE}{\tan\angle B}$=$2\times\frac{3}{\sqrt{3}}$=$2\sqrt{3}$. ∴AB=2BE=$4\sqrt{3}$.

23.(8分)楚天汽车销售公司5月份销售某种型号汽车，当月该型号汽车的进价为30万元/辆，若当月销售量超过5辆时，每多售出1辆，所有售出的汽车进价均降低0.1万元/辆.根据市场调查，月销售量不会突破30台.

(1)设当月该型号汽车的销售量为x辆($x\leqslant30$，且x为正整数)，实际进价为y万元/辆，求y与x的函数关系式；

(2)已知该型号汽车的销售价为32万元/辆，公司计划当月销售利润25万元，那么该月需售出多少辆汽车？(注：销售利润=销售价-进价)

解析：(1)根据分段函数可以表示出当$0<x\leqslant5$，$5<x\leqslant30$时由销售数量与进价的关系就可以得出结论；

(2)由销售利润=销售价-进价，由(1)的解析式建立方程就可以求出结论.

答案：(1)由题意，得

当$0<x\leqslant5$时，$y=30$.

当$5<x\leqslant30$时，$y=30-0.1(x-5)=-0.1x+30.5$.

$$\therefore y=\begin{cases}30\ (0<x\leqslant5，x为整数)\\-0.1x+30.5\ (5<x\leqslant30，x为整数)\end{cases}；$$

(2)当$0<x\leqslant5$时，$(32-30)\times5=10<25$，不符合题意，

当$5<x\leqslant30$时，$[32-(-0.1x+30.5)]x=25$，解得：$x_1=-25$(舍去)，$x_2=10$.

答：该月需售出10辆汽车.

24.(10分)已知两条平行线l_1、l_2之间的距离为6，截线CD分别交l_1、l_2于C、D两点，一直角的顶点P在线段CD上运动(点P不与点C、D重合)，直角的两边分别交l_1、l_2于A、B两点.

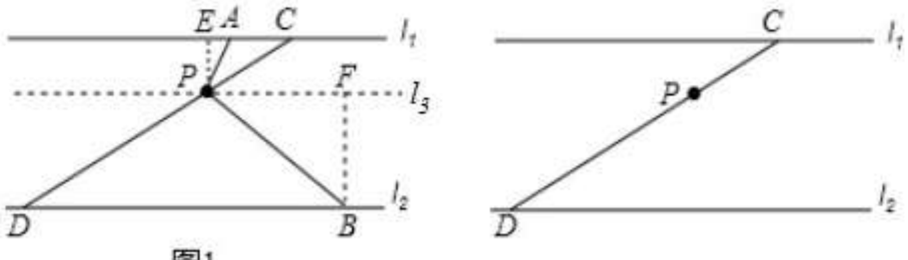


图1　　图2

(1)操作发现

如图1，过点P作直线l_3∥l_1，作$PE\perp l_1$，点E是垂足，过点B作$BF\perp l_3$，点F是垂足.此时，小明认为△PEA∽△PFB，你同意吗？为什么？

(2)猜想论证

将直角∠APB从图1的位置开始，绕点P顺时针旋转，在这一过程中，试观察、猜想：当AE满足什么条件时，以点P、A、B为顶点的三角形是等腰三角形？在图2中画出图形，证明你的猜想.

(3)延伸探究

在(2)的条件下，当截线CD与直线l_1所夹的钝角为150°时，设CP=x，试探究：是否存在实数x，使△PAB的边AB的长为$4\sqrt{5}$？请说明理由.

解析：(1)根据题意得到：∠EPA+∠APF=90°，∠FPB+∠APF=90°，从而得到∠EPA=∠FPB，然后根据∠PEA=∠PFB=90°证得△PEA∽△PFB；

(2)根据$\angle APB=90°$得到要使$\triangle PAB$为等腰三角形，只能是$PA=PB$，然后根据当$AE=BF$时，$PA=PB$，从而得到$\triangle PEA\cong\triangle PFB$，利用全等三角形的性质证得结论即可；

(3)在$Rt\triangle PEC$中，$CP=x$，$\angle PCE=30°$从而得到$PE=\frac{1}{2}x$，然后利用$PE+BF=6$，$BF=AE$得到$AE=6-\frac{1}{2}x$，然后利用勾股定理得到$PE^2+AE^2=PA^2$，代入整理后得到一元二次方程$x^2-12x-8=0$，求得x的值后大于12，从而得到矛盾说明不存在满足条件的x.

答案：(1)如图1，

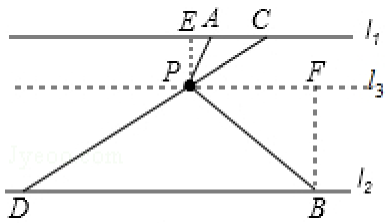


图1

由题意，得：$\angle EPA+\angle APF=90°$，$\angle FPB+\angle APF=90°$，$\therefore\angle EPA=\angle FPB$，

又$\because\angle PEA=\angle PFB=90°$，$\therefore\triangle PEA\backsim\triangle PFB$；

(2)如图2，$\because\angle APB=90°$，$\therefore$要使$\triangle PAB$为等腰三角形，只能是$PA=PB$，

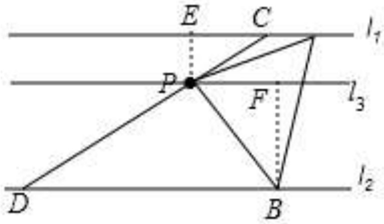


图2

当$AE=BF$时，$PA=PB$，$\because\angle EPA=\angle FPB$，$\angle PEA=\angle PFB=90°$，$AE=BF$，$\therefore\triangle PEA\cong\triangle PFB$，$\therefore PA=PB$；

(3)如图2，在$Rt\triangle PEC$中，$CP=x$，$\angle PCE=30°$，$\therefore PE=\frac{1}{2}x$，

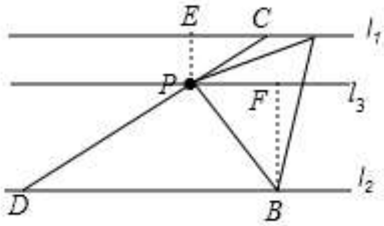


图2

由题意，$PE+BF=6$，$BF=AE$，$\therefore AE=6-\frac{1}{2}x$，

当$AB=4\sqrt{5}$时，由题意得$PA=2\sqrt{10}$，

$Rt\triangle PEA$中，$PE^2+AE^2=PA^2$，即$(\frac{1}{2}x)^2+(6-\frac{1}{2}x)^2=40$，整理得：$x^2-12x-8=0$，

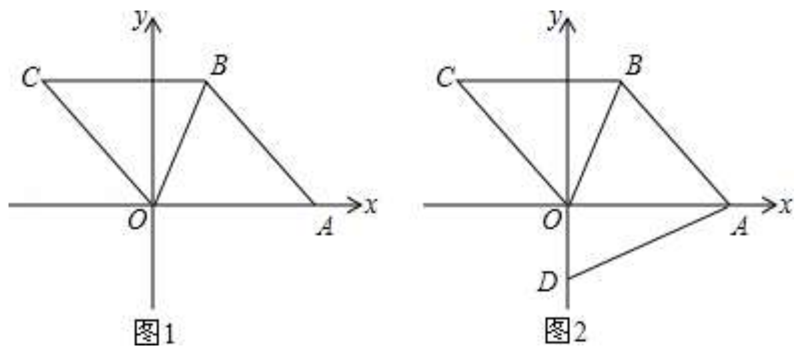
解得：$x=6-2\sqrt{11}<0$(舍去)或$x=6+2\sqrt{11}$，

$\because x=6+2\sqrt{11}>6+6=12$，又$CD=12$，

$\therefore$点P在CD的延长线上，这与点P在线段CD上运动相矛盾，$\therefore$不合题意，

综上，不存在满足条件的实数x.

25.(12 分)平面直角坐标系中，四边形 ABCO 是菱形，点 C 的坐标为(-3，4)，点 A 在 x 轴的正半轴上，O 为坐标原点，连接 OB，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 C、O、A 三点.



(1)直接写出这条抛物线的解析式；

(2)如图 1，对于所求抛物线对称轴上的一点 E，设△EBO 的面积为 S_1，菱形 ABCO 的面积为 S_2，当 $S_1\leqslant\frac{1}{4}S_2$时，求点 E 的纵坐标 n 的取值范围；

(3)如图 2，D(0，$-\frac{5}{2}$)为 y 轴上一点，连接 AD，动点 P 从点 O 出发，以$\frac{\sqrt{5}}{5}$个单位/秒的速度沿 OB 方向运动，1 秒后，动点 Q 从 O 出发，以 2 个单位/秒的速度沿折线 O-A-B 方向运动，设点 P 运动时间为 t 秒(0＜t≤6)，是否存在实数 t，使得以 P、Q、B 为顶点的三角形与△ADO 相似？若存在，求出相应的 t 值；若不存在，请说明理由.

解析：(1)求得菱形的边长，则 A 的坐标可以求得，然后利用待定系数法即可求得函数的解析式；

(2)首先求得菱形的面积，即可求得 S_1 的范围，当 S1 取得最大值时即可求得直线的解析式，则 n 的值的范围即可求得；

(3)分当 1＜t＜3.5 时和 3.5≤t≤6 时两种情况进行讨论，依据相似三角形的对应边的比相等，即可列方程求解.

答案：(1)∵C 点坐标为(-3，4)，四边形 ABCD 是菱形，∴OA=OC=5，A 点坐标为(5，0)，

根据题意得：$\begin{cases}9a-3b+c=4\\c=0\\25a+5b+c=0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=\frac{1}{6}\\b=-\frac{5}{6}\\c=0\end{cases}$，则抛物线的解析式是：$y=\frac{1}{6}x^2-\frac{5}{6}x$；

(2)设 BC 与 y 轴相交于点 G，则 S_2=OG·BC=20，∴$S_1\leqslant5$，

又 OB 所在直线的解析式是 y=2x，$OB=\sqrt{OG^2+GB^2}=2\sqrt{5}$，

∴当 $S_1=5$ 时，△EBO 的 OB 边上的高是$\sqrt{5}$.

如图 1，设平行于 OB 的直线为 y=2x+b，

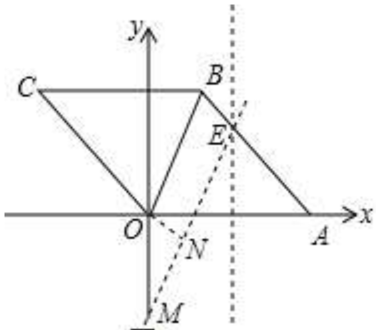


图1

则它与 y 轴的交点为 M(0，b)，与抛物线对称轴 $x=\frac{5}{2}$交于点 E($\frac{5}{2}$，n).

过点 O 作 ON⊥ME，点 N 为垂足，若 ON=$\sqrt{5}$，由△MNO∽△OGB，得 OM=5，∴y=2x-5，

由$\begin{cases} y=2x-5 \\ x=\frac{5}{2} \end{cases}$，解得：y=0，即 E 的坐标是($\frac{5}{2}$，0).

∵与 OB 平行且到 OB 的距离是$\sqrt{5}$的直线有两条.

∴由对称性可得另一条直线的解析式是：y=2x+5.则 E′ 的坐标是($\frac{5}{2}$，10).

由题意得得，n 的取值范围是：0≤n≤10 且 n≠5.

(3)如图 2，动点 P、Q 按题意运动时，

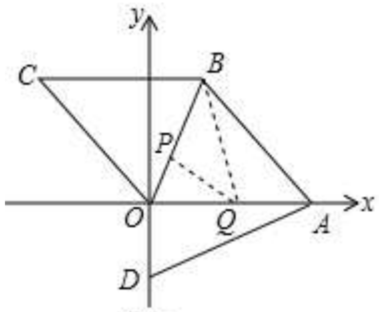


图2

当 1＜t＜3.5 时，OP=$\frac{\sqrt{5}}{5}$t，BP=2$\sqrt{5}$-$\frac{\sqrt{5}}{5}$t，OQ=2(t-1)，

连接 QP，当 QP⊥OP 时，有$\frac{PQ}{OQ}$=sin∠BOQ=sin∠OBC=$\frac{2}{\sqrt{5}}$，∴PQ=$\frac{4}{\sqrt{5}}$(t-1)，

若$\frac{PQ}{PB}$=$\frac{1}{2}$，则有$\frac{PQ}{PB}$=$\frac{OD}{OA}$，又∵∠QPB=∠DOA=90°，∴△BPQ∽△AOD，

此时，PB=2PQ，即 2$\sqrt{5}$-$\frac{\sqrt{5}}{5}$t=$\frac{8}{\sqrt{5}}$(t-1)，10-t=8(t-1)，∴t=2；

当 3.5≤t≤6 时，QB=10-2(t-1)=12-2t，连接 QP.

若 QP⊥BP，则有∠PBQ=∠ODA，

又∵∠QPB=∠AOD=90°，∴△BPQ∽△DOA，

此时，QB=$\sqrt{5}$PB，即 12-2t=$\sqrt{5}$(2$\sqrt{5}$-$\frac{\sqrt{5}}{5}$t)，12-2t=10-t，∴t=2(不合题意，舍去).

若 QP⊥BQ，则△BPQ∽△DAO，此时，PB=$\sqrt{5}$BQ，

即 $2\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}t=\sqrt{5}(12-2t)$，$2-\frac{1}{5}t=12-2t$，解得：$t=\frac{50}{9}$.则 t 的值为 2 或$\frac{50}{9}$.