

2018 年广东省深圳市福田区八校中考一模数学

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分. 每小题给出 4 个选项, 其中只有一个是正确的)

1. -3 的相反数是()

A. -3

B. 3

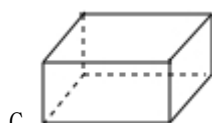
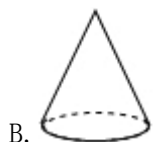
C. $\frac{1}{3}$

D. $-\frac{1}{3}$

解析: -3 的相反数是 3 .

答案: B

2. 分别从正面、左面和上面看下列立体图形, 得到的平面图形都一样的是()



解析: A、球从正面、左面和上面看都是圆, 故此选项正确;

B、圆锥从上面看是有圆心的圆、从左面和正面看都是三角形, 故此选项错误;

C、长方体从正面、左面看都是长方形, 从上面看是正方形, 故此选项错误;

D、圆柱体从正面、左面看都是长方形, 从上面看是圆形, 故此选项错误.

答案: A

3. 据统计, 我国高新技术产品出口额达 40.570 亿元, 将数据 40.570 亿用科学记数法表示为()

A. 4.0570×10^9

B. 0.40570×10^{10}

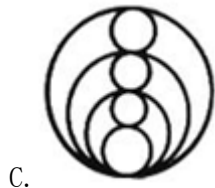
C. 40.570×10^{11}

D. 4.0570×10^{12}

解析: 40.570 亿 $= 40\ 5700\ 0000 = 4.0570 \times 10^9$.

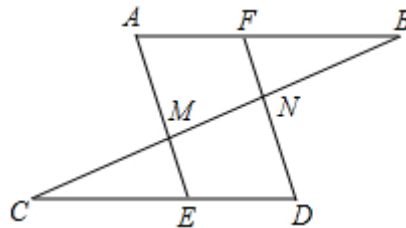
答案: A

4. 下列平面图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是()



解析：A 不是轴对称图形，是中心对称图形；
 B 是轴对称图形，也是中心对称图形；
 C 和 D 是轴对称图形，不是中心对称图形。
 答案：B

5. 如图， $\angle B = \angle C$ ， $\angle A = \angle D$ ，下列结论：① $AB \parallel CD$ ；② $AE \parallel DF$ ；③ $AE \perp BC$ ；④ $\angle AMC = \angle BND$ ，其中正确的结论有（ ）



- A. ①②④
- B. ②③④
- C. ③④
- D. ①②③④

解析： $\because \angle B = \angle C$ ，
 $\therefore AB \parallel CD$ ，
 $\therefore \angle A = \angle AEC$ ，
 又 $\because \angle A = \angle D$ ，
 $\therefore \angle AEC = \angle D$ ，
 $\therefore AE \parallel DF$ ，
 $\therefore \angle AMC = \angle FNM$ ，
 又 $\because \angle BND = \angle FNM$ ，
 $\therefore \angle AMC = \angle BND$ ，
 故①②④正确，
 由条件不能得出 $\angle AMC = 90^\circ$ ，故③不一定正确。
 答案：A

6. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 3x-1 > 4(x-1) \\ x < m \end{cases}$ 的解集为 $x < 3$, 那么 m 的取值范围为()

- A. $m=3$
- B. $m > 3$
- C. $m < 3$
- D. $m \geq 3$

解析: 不等式组变形得: $\begin{cases} x < 3 \\ x < m \end{cases}$,

由不等式组的解集为 $x < 3$,
得到 m 的范围为 $m \geq 3$.

答案: D

7. 某商贩同时以 120 元卖出两双皮鞋, 其中一双亏本 20%, 另一双盈利 20%, 在这次买卖中, 该商贩盈亏情况是()

- A. 不亏不盈
- B. 盈利 10 元
- C. 亏本 10 元
- D. 无法确定

解析: 设在这次买卖中原价都是 x ,

则可列方程: $(1+20\%)x=120$,

解得: $x=100$, 则第一件赚了 20 元,

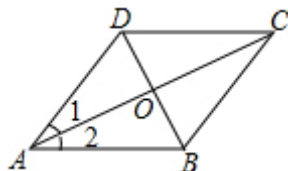
第二件可列方程: $(1-20\%)x=120$,

解得: $x=150$, 则第二件亏了 30 元,

两件相比则一共亏了 10 元.

答案: C

8. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 添加下列条件不能判定 $\square ABCD$ 是菱形的只有()



- A. $AC \perp BD$
- B. $AB=BC$
- C. $AC=BD$
- D. $\angle 1 = \angle 2$

解析: A、正确. 对角线垂直的平行四边形的菱形.

B、正确. 邻边相等的平行四边形是菱形.

C、错误. 对角线相等的平行四边形是矩形, 不一定是菱形.

D、正确. 可以证明平行四边形 $ABCD$ 的邻边相等, 即可判定是菱形.

答案: C

9. 下列命题错误的是()

- A. 经过三个点一定可以作圆
- B. 同圆或等圆中, 相等的圆心角所对的弧相等
- C. 三角形的外心到三角形各顶点的距离相等
- D. 经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心

解析：A. 经过不在同一直线上的三个点一定可以作圆，故本选项错误；

B. 同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，正确；

C. 三角形的外心到三角形各顶点的距离相等，正确；

D. 经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心，正确.

答案：A

10. 在某学校“经典古诗文”诵读比赛中，有 21 名同学参加某项比赛，预赛成绩各不相同，要取前 10 名参加决赛，小颖已经知道了自己的成绩，她想知道自己能否进入决赛，只需要再知道这 21 名同学成绩的（ ）

A. 平均数

B. 中位数

C. 众数

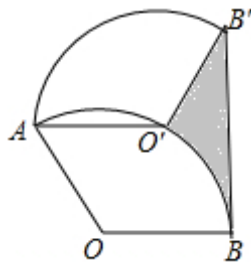
D. 方差

解析：共有 21 名学生参加“经典古诗文”诵读，取前 10 名，所以小颖需要知道自己的成绩是否进入前 10. 我们把所有同学的成绩按大小顺序排列，

第 11 名的成绩是这组数据的中位数，所以小颖知道这组数据的中位数，才能知道自己是否进入决赛.

答案：B

11. 如图，将半径为 2，圆心角为 120° 的扇形 OAB 绕点 A 逆时针旋转 60° ，点 O，B 的对应点分别为 O' ， B' ，连接 BB' ，则图中阴影部分的面积是（ ）



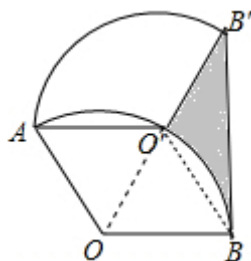
A. $\frac{2\pi}{3}$

B. $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

C. $2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$

D. $4\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$

解析：连接 OO' ， BO' ，



\because 将半径为 2，圆心角为 120° 的扇形 OAB 绕点 A 逆时针旋转 60° ，

$\therefore \angle OAO' = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle OAO'$ 是等边三角形，

$\therefore \angle AOO' = 60^\circ$ ， $OO' = OA$ ，

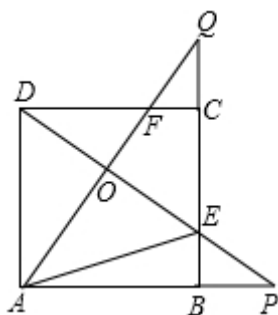
\therefore 点 O' 在 $\odot O$ 上，

$\therefore \angle AOB = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle O'OB = 60^\circ$,
 $\therefore \triangle OO'B$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle AO'B = 120^\circ$,
 $\therefore \angle AO'B' = 120^\circ$,
 $\therefore \angle B'O'B = 120^\circ$,
 $\therefore \angle O'B'B = \angle O'BB' = 30^\circ$,
 \therefore 图中阴影部分的面积 $= S_{\triangle B'O'B} - (S_{\text{扇形}O'OB} - S_{\triangle OO'B}) =$
 $\frac{1}{2} \times 1 \times 2\sqrt{3} - \left(\frac{60 \cdot \pi \times 2^2}{360} - \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} \right) = 2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$.

答案: C

12. 如图, 正方形 ABCD 的边长是 3, $BP=CQ$, 连接 AQ, DP 交于点 O, 并分别与边 CD, BC 交于点 F, E, 连接 AE, 下列结论: ① $AQ \perp DP$; ② $OA^2 = OE \cdot OP$; ③ $S_{\triangle AOD} = S_{\text{四边形}OECF}$; ④ 当 $BP=1$ 时, $\tan \angle OAE = \frac{11}{16}$, 其中正确结论的个数是 ()



- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

解析: \because 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore AD=BC, \angle DAB=\angle ABC=90^\circ$,

$\therefore BP=CQ,$

$\therefore AP=BQ,$

在 $\triangle DAP$ 与 $\triangle ABQ$ 中,

$$\begin{cases} AD=AB \\ \angle DAP=\angle ABQ, \\ AP=BQ \end{cases}$$

$\therefore \triangle DAP \cong \triangle ABQ,$

$\therefore \angle P=\angle Q,$

$\therefore \angle Q+\angle QAB=90^\circ$,

$\therefore \angle P+\angle QAB=90^\circ$,

$\therefore \angle AOP=90^\circ$,

$\therefore AQ \perp DP$, 故①正确;

$\therefore \angle DOA=\angle AOP=90^\circ$, $\angle ADO+\angle P=\angle ADO+\angle DAO=90^\circ$,

$\therefore \angle DAO=\angle P,$

$\therefore \triangle DAO \sim \triangle APO,$

$\therefore \frac{AO}{OD} = \frac{OP}{OA}$, 即 $AO^2 = OD \cdot OP$,

$\therefore AE > AB,$

$\therefore AE > AD,$

∴ OD ≠ OE,
 ∴ OA² ≠ OE · OP, 故②错误;
 在△CQF 与△BPE 中,

$$\begin{cases} \angle FCQ = \angle EBP \\ \angle Q = \angle P \\ CQ = BP \end{cases},$$

∴ △CQF ≅ △BPE,
 ∴ CF = BE,
 ∴ DF = CE,

在△ADF 与△DCE 中,

$$\begin{cases} AD = CD \\ \angle ADC = \angle DCE \\ DF = CE \end{cases},$$

∴ △ADF ≅ △DCE,
 ∴ S_{△ADF} - S_{△DFO} = S_{△DCE} - S_{△DOF},

即 S_{△AOD} = S_{四边形OEFC}, 故③正确;

∴ BP = 1, AB = 3,

∴ AP = 4,

∴ △PBE ∽ △PAD,

$$\therefore \frac{PB}{EB} = \frac{PA}{DA} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore BE = \frac{3}{4},$$

$$\therefore QE = \frac{13}{4},$$

∴ ∠QOE = ∠POA, ∠P = ∠Q,

∴ △QOE ∽ △POA,

$$\therefore \frac{OE}{OA} = \frac{QE}{PA} = \frac{\frac{13}{4}}{4} = \frac{13}{16},$$

即 tan∠OAE = $\frac{13}{16}$, 故④错误.

答案: B

二、填空题(本题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分.)

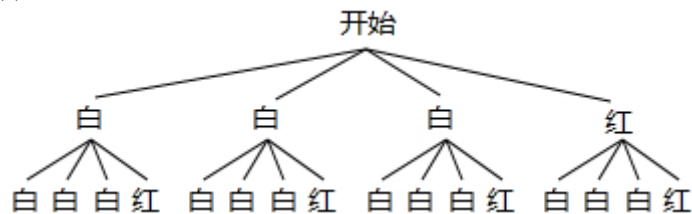
13. 因式分解: $4a^3 - 16a = \underline{\hspace{2cm}}$.

解析: 原式 = $4a(a^2 - 4) = 4a(a+2)(a-2)$.

答案: $4a(a+2)(a-2)$

14. 在一个不透明的袋子中, 有 3 个白球和 1 个红球, 它们只有颜色上的区别, 从袋子中随机摸出一个球记下颜色放回, 再随机地摸出一个球, 则两次都摸到白球的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

解析: 画树状图得:

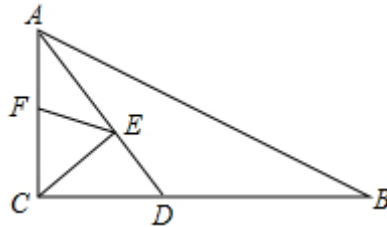


∴ 共有 16 种等可能的结果, 两次都摸出白球的有 9 种情况,

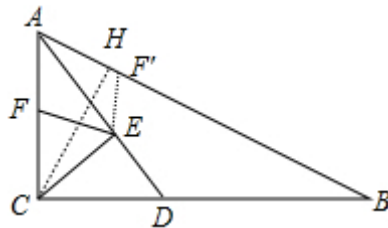
∴两次都摸出白球的概率是： $\frac{9}{16}$.

答案： $\frac{9}{16}$

15. 如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，AC=6，BC=8，AD 平分 ∠CAB 交 BC 于 D 点，E，F 分别是 AD，AC 上的动点，则 CE+EF 的最小值为_____.



解析：如图所示：在 AB 上取点 F'，使 AF' = AF，过点 C 作 CH⊥AB，垂足为 H.



在 Rt△ABC 中，依据勾股定理可知 BA=10.

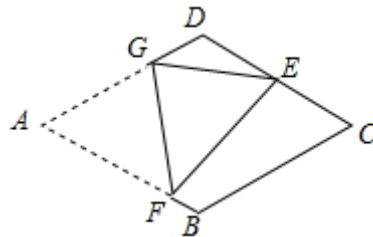
$$CH = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{24}{5},$$

∵EF+CE=EF' +EC,

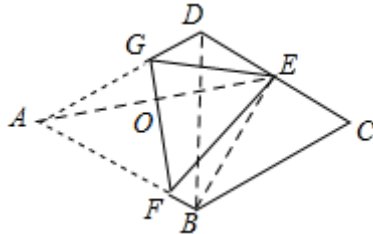
∴当 C、E、F' 共线，且点 F' 与 H 重合时，FE+EC 的值最小，最小值为 $\frac{24}{5}$.

答案： $\frac{24}{5}$

16. 如图，在菱形纸片 ABCD 中，AB=3，∠A=60°，将菱形纸片翻折，使点 A 落在 CD 的中点 E 处，折痕为 FG，点 F，G 分别在边 AB，AD 上，则 tan∠EFG 的值为_____.



解析：如图，连接 AE 交 GF 于 O，连接 BE，BD，则△BCD 为等边三角形，



∵E 是 CD 的中点，

∴BE⊥CD，

∴∠EBF=∠BEC=90°，

Rt△BCE 中，CE=cos60° × 3=1.5，BE=sin60° × 3= $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ ，

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \text{ 中, } AE = \frac{3}{2}\sqrt{7},$$

$$\text{由折叠可得, } AE \perp GF, \quad EO = \frac{1}{2}AE = \frac{3}{4}\sqrt{7},$$

设 $AF=x=EF$, 则 $BF=3-x$,

$$\therefore \text{Rt}\triangle BEF \text{ 中, } BF^2 + BE^2 = EF^2,$$

$$\therefore (3-x)^2 + \left(\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)^2 = x^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{21}{8}, \text{ 即 } EF = \frac{21}{8},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle EOF \text{ 中, } OF = \sqrt{AF^2 - AO^2} = \frac{3}{8}\sqrt{21},$$

$$\therefore \tan \angle EFG = \frac{EO}{FO} = \frac{2}{3}\sqrt{3}.$$

$$\text{答案: } \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

三. 解答题: (本题共 7 小题, 其中第 17 小题 5 分, 第 18 小题 6 分, 第 19 小题 7 分, 第 20、21 小题各 8 分, 第 22、23 小题各 9 分, 共 52 分)

$$17. \text{ 计算: } \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt{12} + 4\cos 30^\circ - |\sqrt{3} - 2|$$

解析: 直接利用特殊角的三角函数值以及绝对值的性质和负指数幂的性质分别化简得出答案.

$$\begin{aligned} \text{答案: 原式} &= -2 - 2\sqrt{3} + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - (2 - \sqrt{3}) \\ &= -2 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} \\ &= -4 + \sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$18. \text{ 先化简: } \frac{a^2 - 1}{a^2 - 2a + 1} \div \frac{a + 1}{a - 1} - \frac{a}{a - 1}; \text{ 再在不等式组 } \begin{cases} 3 - (a + 1) > 0 \\ 2a + 2 \geq 0 \end{cases} \text{ 的整数解中选取一个}$$

合适的解作为 a 的取值, 代入求值.

解析: 先根据分式混合运算的法则把原式进行化简, 再求出不等式的解集, 在其解集范围内选取合适的 a 的值代入分式进行计算即可.

$$\text{答案: 原式} = \frac{(a+1)(a-1)}{(a-1)^2} \cdot \frac{a-1}{a+1} - \frac{a}{a-1}$$

$$= 1 - \frac{a}{a-1}$$

$$= \frac{a-1}{a-1} - \frac{a}{a-1}$$

$$= -\frac{1}{a-1},$$

解不等式 $3 - (a+1) > 0$, 得: $a < 2$,

解不等式 $2a+2 \geq 0$, 得: $a \geq -1$,

则不等式组的解集为 $-1 \leq a < 2$,

其整数解有 $-1, 0, 1$,

$\therefore a \neq \pm 1$,

$\therefore a = 0$,

则原式 $= 1$.

19. 为了了解同学们每月零花钱的数额，校园小记者随机调查了本校部分同学，根据调查结果，绘制出了如下两个尚不完整的统计图表。

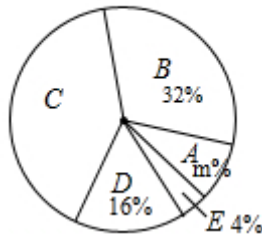
调查结果统计表

组别	分组(单位: 元)	人数
A	$0 \leq x < 30$	4
B	$30 \leq x < 60$	16
C	$60 \leq x < 90$	a
D	$90 \leq x < 120$	b
E	$x \geq 120$	2

请根据以上图表，解答下列问题：

- (1) 填空：这次被调查的同学共有_____人， $a+b=$ _____， $m=$ _____；
- (2) 求扇形统计图中扇形 C 的圆心角度数；
- (3) 该校共有学生 1000 人，请估计每月零花钱的数额 x 在 $60 \leq x < 120$ 范围的人数。

调查结果扇形统计图



解析：(1) 根据 B 组的频数是 16，对应的百分比是 32%，据此求得调查的总人数，利用百分比的意义求得 b，然后求得 a 的值，m 的值；

(2) 利用 360° 乘以对应的比例即可求解；

(3) 利用总人数 1000 乘以对应的比例即可求解。

答案：(1) 调查的总人数是 $16 \div 32\% = 50$ (人)，

则 $b = 50 \times 16\% = 8$ ， $a = 50 - 4 - 16 - 8 - 2 = 20$ ，

A 组所占的百分比是 $\frac{4}{50} = 8\%$ ，则 $m = 8$ 。

$a+b = 8+20 = 28$ 。

故答案是：50，28，8；

(2) 扇形统计图中扇形 C 的圆心角度数是 $360^\circ \times \frac{20}{50} = 144^\circ$ ；

(3) 每月零花钱的数额 x 在 $60 \leq x < 120$ 范围的人数是 $1000 \times \frac{28}{50} = 560$ (人)。

20. “低碳生活，绿色出行”，2017 年 1 月，某公司向深圳市场新投放共享单车 640 辆。

(1) 若 1 月份到 4 月份新投放单车数量的月平均增长率相同，3 月份新投放共享单车 1000 辆。请问该公司 4 月份在深圳市新投放共享单车多少辆？

(2) 考虑到自行车市场需求不断增加，某商城准备用不超过 70000 元的资金再购进 A, B 两种规格的自行车 100 辆，已知 A 型的进价为 500 元/辆，售价为 700 元/辆，B 型车进价为 1000 元/辆，售价为 1300 元/辆。假设所进车辆全部售完，为了使利润最大，该商城应如何进货？

解析：(1) 设平均增长率为 x ，根据 1 月份到 4 月份新投放单车数量的月平均增长率相同，3 月份新投放共享单车 1000 辆列出方程，再求解即可；

(2) 设购进 A 型车 m 辆，则购进 B 型车 $100 - m$ 辆，根据不超过 70000 元的资金再购进 A, B 两种规格的自行车 100 辆，列出不等式，求出 m 的取值范围，然后求出利润 W 的表达式，根据一次函数的性质求解即可。

答案：(1) 设平均增长率为 x ，根据题意得：

$$640(x+1)^2 = 1000,$$

解得： $x = 0.25 = 25\%$ 或 $x = -2.25$ (不合题意，舍去)，

则四月份的销量为： $1000(1+25\%)=1250$ 辆，

答：该公司 4 月份在深圳市新投放共享单车 1250 辆；

(2) 设购进 A 型车 x 辆，则购进 B 型车 $100 - m$ 辆，

根据题意得： $500m+1000(100 - m) \leq 70000$ ，

解得： $m \geq 60$ 。

利润 $W = (700 - 500)m + (1300 - 1000)(100 - m) = 200m + 300(100 - m) = -100m + 30000$ ，

$\because -100 < 0$ ，

$\therefore W$ 随着 m 的增大而减小。

当 $x=60$ 时，利润最大 $= -100 \times 60 + 30000 = 24000$ ，

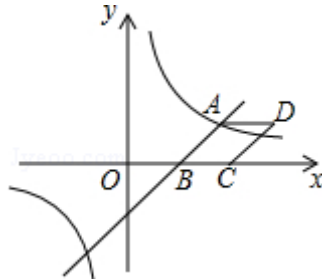
答：为使利润最大，该商城应购进 60 辆 A 型车和 40 辆 B 型车。

21. 如图，已知一次函数 $y = \frac{3}{2}x - 3$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象相交于点 $A(4, n)$ ，与 x 轴相交于点 B 。

(1) 填空： n 的值为_____， k 的值为_____；

(2) 以 AB 为边作菱形 $ABCD$ ，使点 C 在 x 轴正半轴上，点 D 在第一象限，求点 D 的坐标；

(3) 观察反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象，当 $y \geq -2$ 时，请直接写出自变量 x 的取值范围。



解析：(1) 把点 $A(4, n)$ 代入一次函数 $y = \frac{3}{2}x - 3$ ，得到 n 的值为 3；再把点 $A(4, 3)$ 代入反比

例函数 $y = \frac{k}{x}$ ，得到 k 的值为 12；

(2) 根据坐标轴上点的坐标特征可得点 B 的坐标为 $(2, 0)$ ，过点 A 作 $AE \perp x$ 轴，垂足为 E ，过点 D 作 $DF \perp x$ 轴，垂足为 F ，根据勾股定理得到 $AB = \sqrt{13}$ ，根据 AAS 可得 $\triangle ABE \cong \triangle DCF$ ，根据菱形的性质和全等三角形的性质可得点 D 的坐标；

(3) 根据反比例函数的性质即可得到当 $y \geq -2$ 时，自变量 x 的取值范围。

答案：(1) 把点 $A(4, n)$ 代入一次函数 $y = \frac{3}{2}x - 3$ ，可得 $n = \frac{3}{2} \times 4 - 3 = 3$ ；

把点 $A(4, 3)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ，可得 $3 = \frac{k}{4}$ ，

解得 $k = 12$ 。

(2) \because 一次函数 $y = \frac{3}{2}x - 3$ 与 x 轴相交于点 B ，

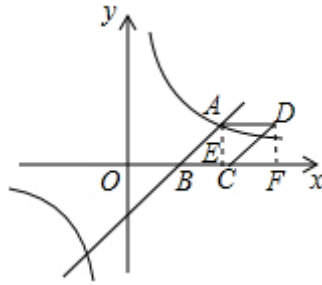
$\therefore \frac{3}{2}x - 3 = 0$ ，

解得 $x = 2$ ，

\therefore 点 B 的坐标为 $(2, 0)$ ，

如图，过点 A 作 $AE \perp x$ 轴，垂足为 E ，

过点 D 作 $DF \perp x$ 轴，垂足为 F ，



$\because A(4, 3), B(2, 0),$
 $\therefore OE=4, AE=3, OB=2,$
 $\therefore BE=OE - OB=4 - 2=2,$
 在 $Rt\triangle ABE$ 中,
 $AB=\sqrt{AE^2+BE^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13},$
 \therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形,
 $\therefore AB=CD=BC=\sqrt{13}, AB\parallel CD,$
 $\therefore \angle ABE=\angle DCF,$
 $\because AE\perp x$ 轴, $DF\perp x$ 轴,
 $\therefore \angle AEB=\angle DFC=90^\circ,$
 在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle DCF$ 中,

$$\begin{cases} \angle AEB=\angle DFC \\ \angle ABE=\angle DCF, \\ AB=CD \end{cases}$$

 $\therefore \triangle ABE\cong\triangle DCF(ASA),$
 $\therefore CF=BE=2, DF=AE=3,$
 $\therefore OF=OB+BC+CF=2+\sqrt{13}+2=4+\sqrt{13},$
 \therefore 点 D 的坐标为 $(4+\sqrt{13}, 3).$

(3) 当 $y=-2$ 时, $-2=\frac{12}{x}$, 解得 $x=-6$.

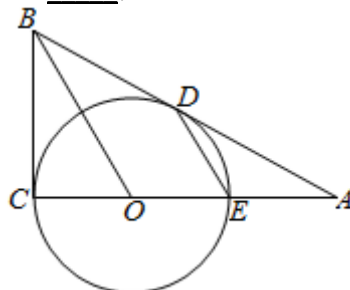
故当 $y\geq -2$ 时, 自变量 x 的取值范围是 $x\leq -6$ 或 $x>0$.

故答案为: 3, 12.

22. 如图, 在 $\triangle ABC$, O 是 AC 上的一点, $\odot O$ 与 BC, AB 分别切于点 C, D , 与 AC 相交于点 E , 连接 BO .

(1) 求证: $CE^2=2DE\cdot BO$

(2) 若 $BC=CE=6$, 则 $AE=$ _____, $AD=$ _____;



解析: (1) 证明 $\triangle BCO\sim\triangle CDE$, 得 $\frac{CO}{DE}=\frac{OB}{CE}$, 并将 $CO=\frac{1}{2}CE$ 代入, 可得: $CE^2=2DE\cdot BO$;

(2) 连接 OD , 设 $AE=x$, 则 $AO=x+3, AC=x+6$. 根据 $\triangle ODA\sim\triangle BCA$, $\frac{OA}{OD}=\frac{AB}{BC}$, 列方程可得 x 的值, 在 $Rt\triangle ADO$ 中 由勾股定理可得 AD 的值.

答案：(1)证明：连接 CD，交 OB 于 F，
 $\because BC$ 与 $\odot O$ 相切于 C，
 $\therefore \angle BCO=90^\circ$
 $\because EC$ 为 $\odot O$ 的直径，
 $\therefore \angle CDE=90^\circ$
 $\therefore \angle BCO=\angle CDE$ ，
 $\because BC、DC$ 分别与 $\odot O$ 相切于 C，D，
 $\therefore BC=DC$
 $\therefore OC=OD$
 $\therefore BO$ 垂直平分 CD，
 从而在 $Rt\triangle BCO$ 中， $CF \perp BO$ 得 $\angle CBO=\angle DCE$

故 $\triangle BCO \sim \triangle CDE$ ，得 $\frac{CO}{DE} = \frac{OB}{CE}$ ，

$\therefore CE \cdot CO = BO \cdot DE$ ，

又 $\because CO = \frac{1}{2} CE$ ，

$\therefore CE^2 = 2DE \cdot BO$

(2)连接 OD，

$\because BC=CE=6$ ， $OD=OE=OC=3$ ，

设 $AE=x$ ，则 $AO=x+3$ ， $AC=x+6$ 。

由 $\triangle ODA \sim \triangle BCA$ ， $\frac{OA}{OD} = \frac{AB}{BC}$

$\therefore \frac{3+x}{3} = \frac{AB}{6}$

得 $AB=2(x+3)$ ，

在 $Rt\triangle ABC$ 由勾股定理得： $6^2+(x+6)^2=(2x+6)^2$ ，

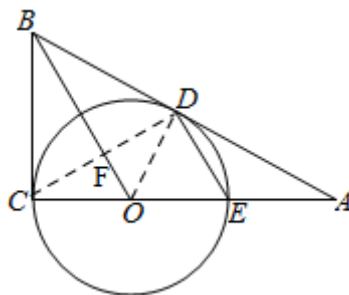
解得 $x_1=2$ ， $x_2=-6$ (舍)

$\therefore AE=2$ ，

$\therefore AO=OE+AE=3+2=5$ 。

从而在 $Rt\triangle ADO$ 中 由勾股定理得： $AD=4$ 。

故答案为：2，4。



23. 如图，直线 $y=kx+2$ 与 x 轴交于点 $A(3, 0)$ ，与 y 轴交于点 B ，抛物线 $y = -\frac{4}{3}x^2+bx+c$ 经

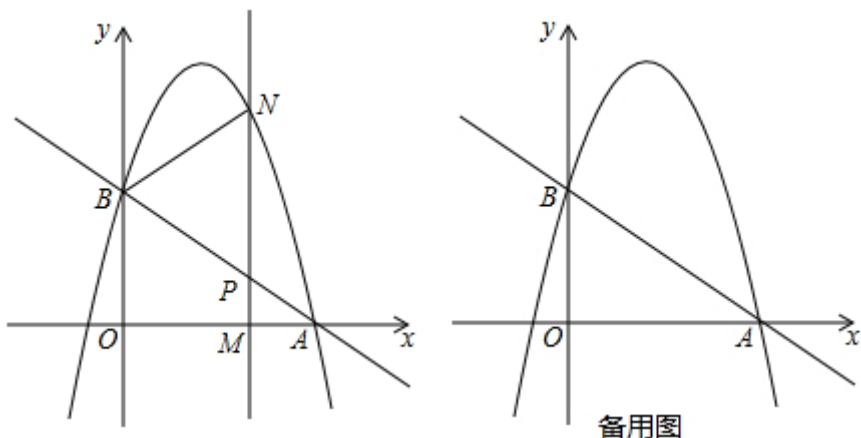
过点 A, B 。

(1)求 k 的值和抛物线的解析式；

(2) $M(m, 0)$ 为 x 轴上一动点，过点 M 且垂直于 x 轴的直线与直线 AB 及抛物线分别交于点 P, N 。

①若以 O, B, N, P 为顶点的四边形 $OBNP$ 是平行四边形时，求 m 的值。

②连接 BN ，当 $\angle PBN=45^\circ$ 时，求 m 的值。



解析：(1)把A点坐标代入直线解析式可求得k，则可求得B点坐标，由A、B的坐标，利用待定系数法可求得抛物线解析式；

(2)①由M点坐标可表示P、N的坐标，从而可表示出PN的长，根据平行四边形的性质得：OB=PN=2，列方程解出即可；

②有两解，N点在AB的上方或下方，作辅助线，构建等腰直角三角形，由 $\angle PBN=45^\circ$ 得 $\angle GBP=45^\circ$ ，设 $GH=BH=t$ ，则由 $\triangle AHG \sim \triangle AOB$ ，得 $AH=\frac{3}{2}t$ ， $GA=\frac{\sqrt{13}}{2}t$ ，根据 $AB=AH+BH=t+\frac{3}{2}t=\sqrt{13}$ ，可得BG和BN的解析式，分别与抛物线联立方程组，可得结论。

答案：(1)把A(3, 0)代入 $y=kx+2$ 中得， $0=3k+2$ ， $k=-\frac{2}{3}$ ，

\therefore 直线AB的解析式为： $y=-\frac{2}{3}x+2$ ，

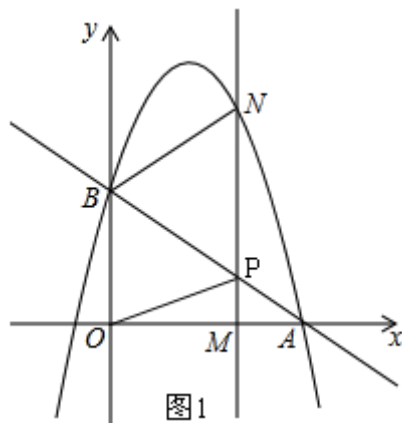
$\therefore B(0, 2)$ ，

把A(3, 0)和B(0, 2)代入抛物线 $y=-\frac{4}{3}x^2+bx+c$ 中，

$$\text{则} \begin{cases} -\frac{4}{3} \times 3^2 + 3b + c = 0 \\ c = 2 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} b = \frac{10}{3} \\ c = 2 \end{cases}$$

二次函数的表达式为： $y=-\frac{4}{3}x^2+\frac{10}{3}x+2$ ；

(2)①如图1，设 $M(m, 0)$ ，



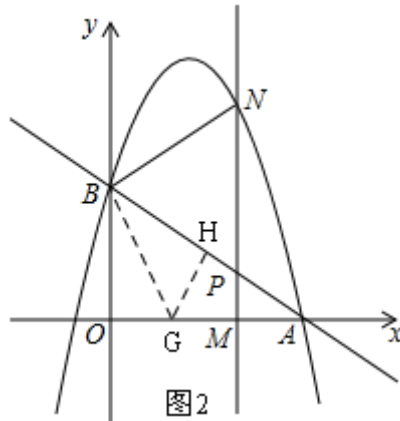
则 $P(m, \frac{2}{3}m+2)$ ， $N(m, -\frac{4}{3}m^2+\frac{10}{3}m+2)$

$\therefore PN=y_N - y_P = (-\frac{4}{3}m^2+\frac{10}{3}m+2) - (-\frac{2}{3}m+2) = -\frac{4}{3}m^2+4m$ ，

由于四边形OBPN为平行四边形得 $PN=OB=2$ ，

$$\therefore -\frac{4}{3}m^2 + 4m = 2, \text{ 解得: } m = \frac{3+\sqrt{3}}{2} \text{ 或 } \frac{3-\sqrt{3}}{2}$$

②有两解, N 点在 AB 的上方或下方,
如图 2, 过点 B 作 BN 的垂线交 x 轴于点 G,
过点 G 作 BA 的垂线, 垂足为点 H.



由 $\angle PBN = 45^\circ$ 得 $\angle GBP = 45^\circ$,
 $\therefore GH = BH$,

设 $GH = BH = t$, 则由 $\triangle AHG \sim \triangle AOB$, 得 $AH = \frac{3}{2}t$, $GA = \frac{\sqrt{13}}{2}t$,

由 $AB = AH + BH = t + \frac{3}{2}t = \sqrt{13}$, 解得 $t = \frac{2\sqrt{13}}{5}$,

$$\therefore AG = \frac{\sqrt{13}}{2} \times \frac{2\sqrt{13}}{5} = \frac{13}{5},$$

从而 $OG = OA - AG = 3 - \frac{13}{5} = \frac{2}{5}$, 即 $G(\frac{2}{5}, 0)$

由 $B(0, 2)$, $G(\frac{2}{5}, 0)$ 得:

直线 BG: $y = -5x + 2$, 直线 BN: $y = 0.2x + 2$.

$$\text{则 } \begin{cases} y = -5x + 2 \\ y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{10}{3}x + 2 \end{cases}, \text{ 解得: } x_1 = 0 \text{ (舍)}, x_2 = \frac{25}{4}, \text{ 即 } m = \frac{25}{4};$$

$$\text{则 } \begin{cases} y = 0.2x + 2 \\ y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{10}{3}x + 2 \end{cases}, \text{ 解得: } x_1 = 0 \text{ (舍)}, x_2 = \frac{47}{20}; \text{ 即 } m = \frac{47}{20};$$

故 $m = \frac{25}{4}$ 与 $m = \frac{47}{20}$ 为所求.