2015年浙江省丽水市中考真题数学

一、选择题，共10小题，每小题3分，共30分

1.在数-3，-2，0，3中，大小在-1和2之间的数是(　　)

A.-3

B.-2

C.0

D.3

解析：根据0大于负数，小于正数，可得0在-1和2之间.

答案：C

2.计算$(a^2)^3$的正确结果是(　　)

A.$3a^2$

B.a^6

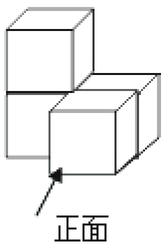
C.a^5

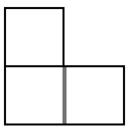
D.6a

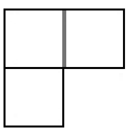
解析：$(a^2)^3=a^6$.

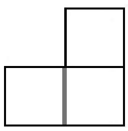
答案：B

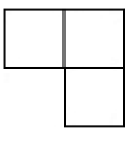
3.由4个相同的小立方体搭成的几何体如图所示，则它的主视图是(　　)



A. 

B. 

C. 

D. 

解析：几何体的主视图有2列，每列小正方形数目分别为2，1.

答案：A

4.分式$-\frac{1}{1-x}$可变形为(　　)

A.$-\frac{1}{x-1}$

B.$\frac{1}{1+x}$

C.$-\frac{1}{1+x}$

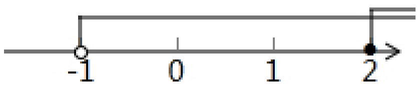
D.$\frac{1}{x-1}$

解析：$-\frac{1}{1-x}=-\frac{1}{-(x-1)}=\frac{1}{x-1}$.

答案：D

5.一个多边形的每个内角均为120°，则这个多边形是(　　)
A.四边形
B.五边形
C.六边形
D.七边形
解析：外角是180°-120°=60°，360÷60=6，则这个多边形是六边形.
答案：C

6.如图，数轴上所表示关于x的不等式组的解集是(　　)

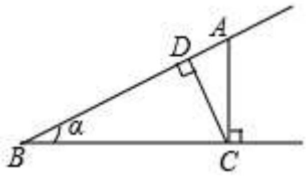


A.x≥2
B.x＞2
C.x＞-1
D.-1＜x≤2
解析：由数轴可得：关于x的不等式组的解集是：x≥2.
答案：A

7.某小组7位学生的中考体育测试成绩(满分30分)依次为27，30，29，27，30，28，30.则这组数据的众数与中位数分别是(　　)
A.30，27
B.30，29
C.29，30
D.30，28
解析：众数是一组数据中出现次数最多的数，在这一组数据中30出现了3次，次数最多，故众数是30；

将这组数据从小到大的顺序排列为：27，27，28，29，30，30，30，处于中间位置的那个数是29，那么由中位数的定义可知，这组数据的中位数是29.
答案：B.

8.如图，点A为∠α边上的任意一点，作AC⊥BC于点C，CD⊥AB于点D，下列用线段比表示cosα的值，错误的是(　　)



A. $\dfrac{BD}{BC}$

B. $\dfrac{BC}{AB}$

C. $\dfrac{AD}{AC}$

D. $\dfrac{CD}{AC}$

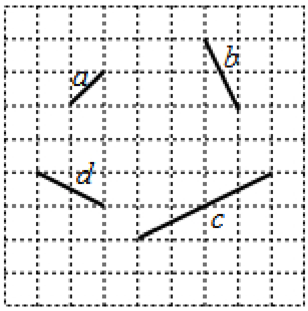
解析：∵AC⊥BC，CD⊥AB，∴∠α+∠BCD=∠ACD+∠BCD，∴∠α=∠ACD，

∴cosα=cos∠ACD=$\dfrac{BD}{BC}=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{DC}{AC}$，只有选项C错误，符合题意.

答案：C

9.在平面直角坐标系中，过点(-2，3)的直线l经过一、二、三象限，若点(0，a)，(-1，b)，(c，-1)都在直线l上，则下列判断正确的是(　　)
A.a＜b
B.a＜3
C.b＜3
D.c＜-2
解析：设一次函数的解析式为y=kx+b(k≠0)，
∵直线l过点(-2，3).点(0，a)，(-1，b)，(c，-1)，
∴斜率k= $\dfrac{a-3}{0+2}=\dfrac{b-3}{-1+2}=\dfrac{-1-3}{c+2}$，即k=$\dfrac{a-3}{2}$=b-3=$\dfrac{-4}{c+2}$，
∵直线l经过一、二、三象限，∴k＞0，∴a＞3，b＞3，c＜-2.
答案：D.

10.如图，在方格纸中，线段a，b，c，d的端点在格点上，通过平移其中两条线段，使得和第三条线段首尾相接组成三角形，则能组成三角形的不同平移方法有(　　)



A. 3 种

B. 6 种

C. 8 种

D. 12 种

解析：由网格可知：a=$\sqrt{2}$，b=d=$\sqrt{5}$，c=2$\sqrt{5}$，则能组成三角形的只有：a，b，d

可以分别通过平移 ab，ad，bd 得到三角形，平移其中两条线段方法有两种，即能组成三角形的不同平移方法有 6 种.

答案：B

二、填空题(本题有 6 小题，每小题 4 分，共 24 分)

11. 分解因式：$9-x^2$=___________.

解析：$9-x^2=3^2-x^2=(3+x)(3-x)$.

答案：$(3+x)(3-x)$

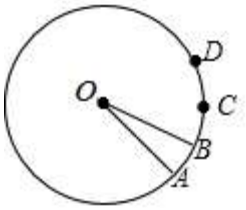
12. 有 6 张卡片，每张卡片上分别写有不同的从 1 到 6 的一个自然数. 从中任意抽出一张卡片，卡片上的数是 3 的倍数的概率是___________.

解析：∵从 1 到 6 的数中 3 的倍数有 3，6，共 2 个，

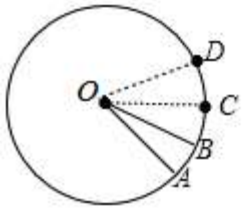
∴从中任取一张卡片，P(卡片上的数是 3 的倍数)=$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

答案：$\frac{1}{3}$

13. 如图，圆心角∠AOB=20°，将弧 AB 旋转 n°得到弧 CD，则弧 CD 的度数是__________度.



解析：∵将弧 AB 旋转 n°得到弧 CD，∴弧 AB=弧 CD，∴∠DOC=∠AOB=20°，∴弧 CD 的度数为 20 度.



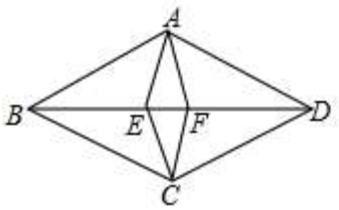
答案：20

14.解一元二次方程 $x^2+2x-3=0$ 时，可转化为解两个一元一次方程，请写出其中的一个一元一次方程__________.

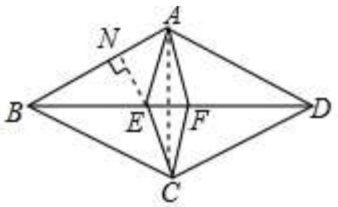
解析：$(x-1)(x+3)=0$，$x-1=0$ 或 $x+3=0$.

答案：$x-1=0$ 或 $x+3=0$

15.如图,四边形ABCD与四边形AECF都是菱形,点E、F在BD上.已知∠BAD=120°，∠EAF=30°，则 $\frac{AB}{AE}$ =__________.



解析：连接AC，过点E作EN⊥AB于点N，



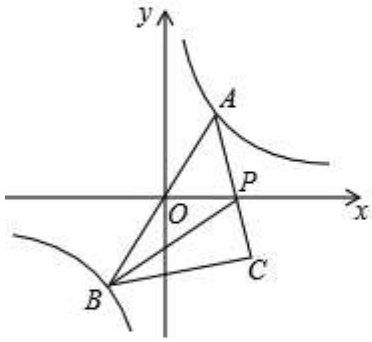
∵四边形ABCD与四边形AECF都是菱形，点E、F在BD上，∠BAD=120°，∠EAF=30°，

∴∠ABD=30°，∠EAC=15°，则∠BAE=45°，

∴设AN=x，则NE=x，AE= $\sqrt{2}$ x，BN= $\frac{NE}{\tan 30°}=\sqrt{3}x$，∴ $\frac{AB}{AE}=\frac{x+\sqrt{3}x}{\sqrt{2}x}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$.

答案：$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$.

16.如图，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-1，-2\sqrt{2})$，点A是该图象第一象限分支上的动点，连结AO并延长交另一分支于点B，以AB为斜边作等腰直角三角形ABC，顶点C在第四象限，AC与x轴交于点P，连结BP.



(1)k 的值为____________.

(2)在点 A 运动过程中，当 BP 平分∠ABC 时，点 C 的坐标是____________.

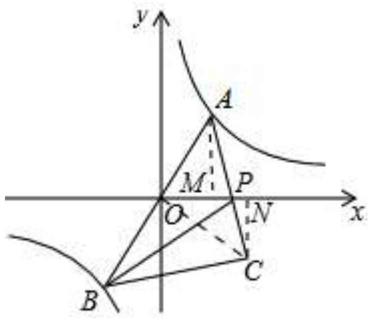
解析：(1)把点$(-1，-2\sqrt{2})$代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$，求出 k 即可；

(2)连接 OC，作 AM⊥x 轴于 M，CN⊥x 轴于 N，则 AM∥CN，∠AMO=∠ONC=90°，先由 AAS 证明△OAM≌△CON，得出 OM=CN，AM=ON，再由三角形的角平分线性质得出$\frac{AP}{CP}=\frac{AB}{BC}=\frac{\sqrt{2}}{1}$，根据平行线的性质得出比例式：$\frac{AM}{CN}=\frac{AP}{CP}=\frac{\sqrt{2}}{1}$，设 CN=OM=x，则 AM=ON=$\sqrt{2}$x，根据题意得出方程：$x\cdot\sqrt{2}x=2\sqrt{2}$，解方程求出 CN、ON，即可得出点 C 的坐标.

答案：(1)把点$(-1，-2\sqrt{2})$代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 得：$k=-1\times(-2\sqrt{2})=2\sqrt{2}$，

故答案为：$2\sqrt{2}$；

(2)连接 OC，作 AM⊥x 轴于 M，CN⊥x 轴于 N，如图所示：



则 AM∥CN，∠AMO=∠ONC=90°，∴∠AOM+∠OAM=90°，

根据题意得：点 A 和点 B 关于原点对称，∴OA=OB，

∵△ABC 是等腰直角三角形，AB 为斜边，

∴OC⊥AB(三线合一)，OC=$\frac{1}{2}$AB=OA，AC=BC，AB=$\sqrt{2}$BC，∴∠AOC=90°，

即∠AOM+∠CON=90°，∴∠OAM=∠CON，

在△OAM和△CON中，$\begin{cases}\angle AMO=\angle ONC,\\ \angle OAM=\angle CON,\\ OA=OC,\end{cases}$ ∴△OAM≌△CON(AAS)，∴OM=CN，AM=ON，

∵BP平分∠ABC，∴$\frac{AP}{CP}=\frac{AB}{BC}=\frac{\sqrt{2}}{1}$，

∵AM∥CN，∴$\frac{AM}{CN}=\frac{AP}{CP}=\frac{\sqrt{2}}{1}$，

设CN=OM=x，则AM=ON=$\sqrt{2}$x，∵点A在反比例函数y=$\frac{2\sqrt{2}}{x}$上，∴OM·AM=$2\sqrt{2}$，

即x·2x=2$\sqrt{2}$，解得：x=$\sqrt{2}$，∴CN=2，ON=2，∴点C的坐标为：(2，-$\sqrt{2}$).

答案：(2，-$\sqrt{2}$)

三、解答题(本题有8个小题，第17~19题每题6分，第20、21题每题8分，第22、23题每题10分，第24题12分，共66分，各小题都必须写出解答过程)

17.计算：$|-4|+(-\sqrt{2})^{0}-(\frac{1}{2})^{-1}$.

解析：原式第一项利用绝对值的代数意义化简，第二项利用零指数幂法则计算，最后一项利用负整数指数幂法则计算即可得到结果.

答案：原式=4+1-2=3.

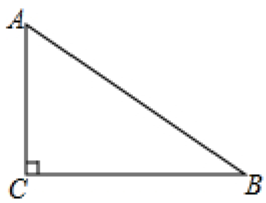
18.先化简，再求值：a(a-3)+(1-a)(1+a)，其中a=$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

解析：原式第一项利用单项式乘以多项式法则计算，第二项利用平方差公式化简，去括号合并得到最简结果，把a的值代入计算即可求出值.

答案：原式=$a^2-3a+1-a^2=1-3a$，

当a=$\frac{\sqrt{3}}{3}$时，原式=1-$\sqrt{3}$.

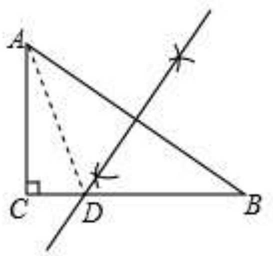
19.如图，已知△ABC，∠C=Rt∠，AC<BC.D为BC上一点，且到A，B两点的距离相等.



(1)用直尺和圆规，作出点D的位置(不写作法，保留作图痕迹)；

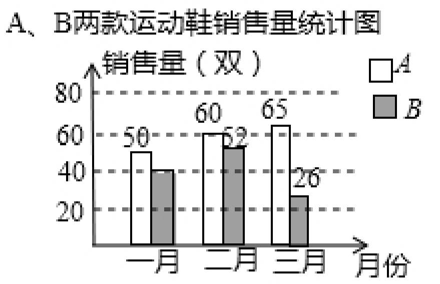
(2)连结AD，若∠B=37°，求∠CAD的度数.

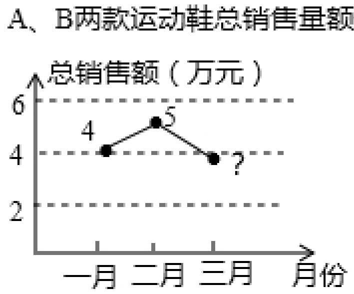
解析：(1)利用线段垂直平分线的作法得出 D 点坐标即可；
(2)利用线段垂直平分线的性质得出，∠BAD=∠B=37°，进而求出即可.
答案：(1)如图所示：点 D 即为所求；



(2)在 Rt△ABC 中，∠B=37°，∴∠CAB=53°，
又∵AD=BD，∴∠BAD=∠B=37°，∴∠CAD=53°-37°=16°

20.某运动品牌店对第一季度 A、B 两款运动鞋的销售情况进行统计.两款运动鞋的销售量及总销售额如图所示：





(1)一月份 B 款运动鞋的销售量是 A 款的 $\frac{4}{5}$，则一月份 B 款运动鞋销售了多少双？
(2)第一节度这两款款运动鞋的销售单价保持不变，求三月份的总销售额(销售额=销售单价×销售量)；
(3)综合第一季度的销售情况，请你对这两款运动鞋的进货、销售等方面提出一条建议.

解析：(1)用一月份 A 款的数量乘以 $\frac{4}{5}$，即可得出一月份 B 款运动鞋销售量；
(2)设 A，B 两款运动鞋的销量单价分别为 x 元，y 元，根据图形中给出的数据，列出算式，再进行计算即可；
(3)根据条形统计图和折线统计图所给出的数据，提出合理的建议即可.

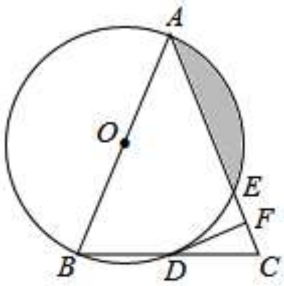
答案：(1)根据题意得：$50\times\frac{4}{5}$=40(双).
答：一月份 B 款运动鞋销售了 40 双；

(2)设 A，B 两款运动鞋的销量单价分别为 x 元，y 元，

根据题意得：$\begin{cases}50x+40y=40000,\\60x+52y=50000,\end{cases}$解得：$\begin{cases}x=400,\\y=500.\end{cases}$

则三月份的总销售额是：400×65+500×26=39000=3.9(万元)；
(3)从销售量来看，A 款运动鞋销售量逐月增加，比 B 款运动鞋销量大，建议多进 A 款运动鞋，少进或不进 B 款运动鞋.

21.如图，在△ABC 中，AB=AC，以 AB 为直径的⊙O 分别与 BC，AC 交于点 D，E，过点 D 作⊙O 的切线 DF，交 AC 于点 F.



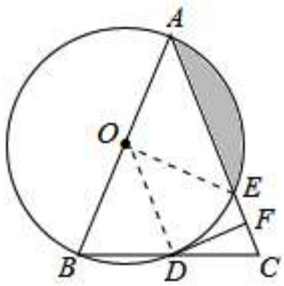
(1)求证：DF⊥AC；

(2)若⊙O 的半径为 4，∠CDF=22.5°，求阴影部分的面积.

解析：(1)连接 OD，易得∠ABC=∠ODB，由 AB=AC，易得∠ABC=∠ACB，等量代换得∠ODB=∠ACB，利用平行线的判定得 OD∥AC，由切线的性质得 DF⊥OD，得出结论；

(2)连接 OE，利用(1)的结论得∠ABC=∠ACB=67.5°，易得∠BAC=45°，得出∠AOE=90°，利用扇形的面积公式和三角形的面积公式得出结论.

答案：(1)连接 OD，



∵OB=OD，∴∠ABC=∠ODB，

∵AB=AC，∴∠ABC=∠ACB，∴∠ODB=∠ACB，∴OD∥AC，

∵DF 是⊙O 的切线，∴DF⊥OD，∴DF⊥AC.

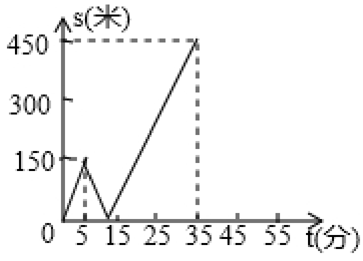
(2)连接 OE，

∵DF⊥AC，∠CDF=22.5°，∴∠ABC=∠ACB=67.5°，∴∠BAC=45°，

∵OA=OE，∴∠AOE=90°，

∵⊙O 的半径为 4，∴$S_{扇形AOE}=4\pi$，$S_{\triangle AOE}=8$，∴$S_{阴影}=4\pi-8$.

22.甲、乙两人匀速从同一地点到 1500 米处的图书馆看书，甲出发 5 分钟后，乙以 50 米/分的速度沿同一路线行走.设甲、乙两人相距 s(米)，甲行走的时间为 t(分)，s 关于 t 的函数图象的一部分如图所示.



(1)求甲行走的速度；

(2)在坐标系中，补画 s 关于 t 的函数图象的其余部分；
(3)问甲、乙两人何时相距 360 米？
解析：(1)由图象可知 t=5 时，s=150 米，根据速度=路程÷时间，即可解答；
(2)根据图象提供的信息，可知当 t=35 时，乙已经到达图书馆，甲距图书馆的路程还有(1500-1050)=450 米，甲到达图书馆还需时间；450÷30=15(分)，所以 35+15=50(分)，所以当 s=0 时，横轴上对应的时间为 50.
(3)分别求出当 12.5≤t≤35 时和当 35＜t≤50 时的函数解析式，根据甲、乙两人相距 360 米，即 s=360，分别求出 t 的值即可.
答案：(1)甲行走的速度：150÷5=30(米/分)；
(2)当 t=35 时，甲行走的路程为：30×35=1050(米)，乙行走的路程为：(35-5)×50=1500(米)，
∴当 t=35 时，乙已经到达图书馆，甲距图书馆的路程还有(1500-1050)=450 米，
∴甲到达图书馆还需时间；450÷30=15(分)，∴35+15=50(分)，
∴当 s=0 时，横轴上对应的时间为 50.
补画的图象如图所示(横轴上对应的时间为 50)，

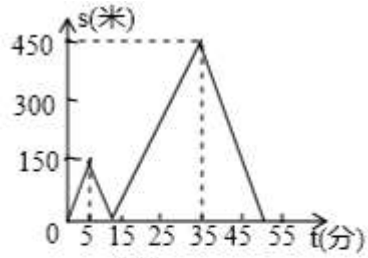


图1

(3)如图 2，

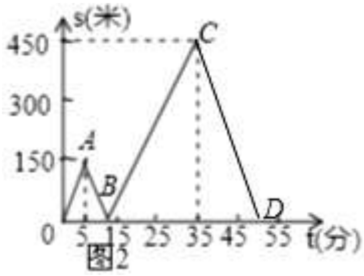


图2

设乙出发经过 x 分和甲第一次相遇，根据题意得：150+30x=50x，解得：x=7.5，
7.5+5=12.5(分)，
由函数图象可知，当 t=12.5 时，s=0，∴点 B 的坐标为(12.5，0)，
当 12.5≤t≤35 时，设 BC 的解析式为：s=kt+b，
把 C(35，450)，B(12.5，0)代入可得：

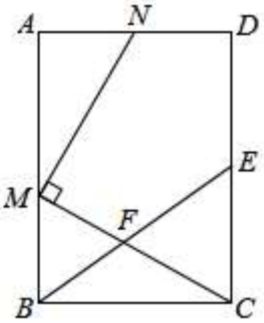
解得：$\begin{cases} k=20, \\ b=-250, \end{cases}$ ∴s=20t-250，

当 35＜t≤50 时，设 CD 的解析式为 y=k1x+b1，

把 D(50，0)，C(35，450)代入得：$\begin{cases} 50k_1+b_1=0, \\ 35k_1+b_1=450. \end{cases}$ 解得：$\begin{cases} k_1=-30, \\ b_1=1500. \end{cases}$ ∴s=-30t+1500，

∵甲、乙两人相距 360 米，即 s=360，解得：$t_1=30.5$，$t_2=38$，
∴当甲行走 30.5 分钟或 38 分钟时，甲、乙两人何时相距 360 米.

23.如图，在矩形 ABCD 中，E 为 CD 的中点，F 为 BE 上的一点，连结 CF 并延长交 AB 于点 M，MN⊥CM 交射线 AD 于点 N.



(1)当 F 为 BE 中点时，求证：AM=CE；

(2)若 $\frac{AB}{BC}=\frac{EF}{BF}$=2，求 $\frac{AN}{ND}$ 的值；

(3)若 $\frac{AB}{BC}=\frac{EF}{BF}$=n，当 n 为何值时，MN∥BE？

解析：(1)如图 1，易证△BMF≌△ECF，则有 BM=EC，然后根据 E 为 CD 的中点及 AB=DC 就可得到 AM=EC；

(2)如图 2，设 MB=a，易证△ECF∽△BMF，根据相似三角形的性质可得 EC=2a，由此可得 AB=4a，AM=3a，BC=AD=2a. 易证△AMN∽△BCM，根据相似三角形的性质即可得到 AN=$\frac{3}{2}$a，从而可得 ND=AD-AN=$\frac{1}{2}$a，就可求出 $\frac{AN}{ND}$ 的值；

(3)如图 3，设 MB=a，同(2)可得 BC=2a，CE=na. 由 MN∥BE，MN⊥MC 可得∠EFC=∠HMC=90°，从而可证到△MBC∽△BCE，然后根据相似三角形的性质即可求出 n 的值.

答案：(1)当 F 为 BE 中点时，如图 1，则有 BF=EF.

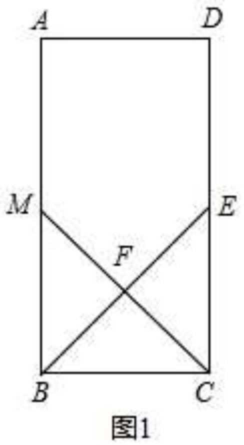


图1

∵四边形 ABCD 是矩形，∴AB=DC，AB∥DC，∴∠MBF=∠CEF，∠BMF=∠ECF.

在△BMF 和△ECF 中，$\begin{cases}\angle MBF=\angle CEF,\\ \angle BMF=\angle ECF,\\ BF=EF,\end{cases}$∴△BMF≌△ECF，∴BM=EC.

∵E 为 CD 的中点，∴EC=$\frac{1}{2}$DC，∴BM=EC=$\frac{1}{2}$DC=$\frac{1}{2}$AB，∴AM=BM=EC.

(2)如图 2，

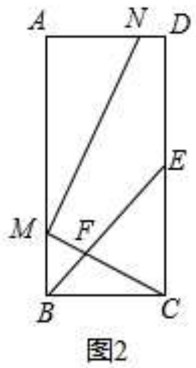


图2

设 MB=a，∵四边形 ABCD 是矩形，∴AD=BC，AB=DC，∠A=∠ABC=∠BCD=90°，AB∥DC，

∴△ECF∽△BMF，∴ $\frac{EC}{BM}=\frac{EF}{BF}$ =2，∴EC=2a，∴AB=CD=2CE=4a，AM=AB-MB=3a.

∵ $\frac{AB}{BC}$ =2，∴BC=AD=2a.

∵MN⊥MC，∴∠CMN=90°，∴∠AMN+∠BMC=90°.

∵∠A=90°，∴∠ANM+∠AMN=90°，∴∠BMC=∠ANM，∴△AMN∽△BCM，

∴ $\frac{AN}{BM}=\frac{AM}{BC}$，∴ $\frac{AN}{a}=\frac{3a}{2a}$，∴AN= $\frac{3}{2}$ a，ND=AD-AN=2a- $\frac{3}{2}$ a= $\frac{1}{2}$ a，∴ $\frac{AN}{ND}=\frac{\frac{3}{2}a}{\frac{1}{2}a}$ =3.

(3)当 $\frac{AB}{BC}=\frac{EF}{BF}$ =n 时，如图 3，

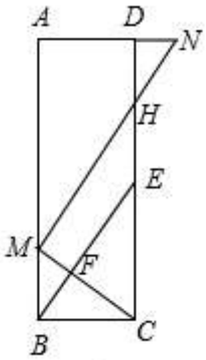


图3

设 MB=a，同(2)可得 BC=2a，CE=na.

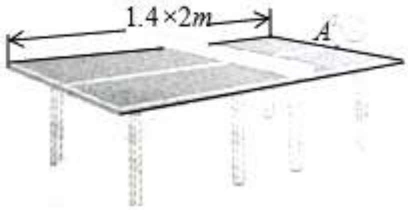
∵MN∥BE，MN⊥MC，∴∠EFC=∠HMC=90°，∴∠FCB+∠FBC=90°.

∵∠MBC=90°，∴∠BMC+∠FCB=90°，∴∠BMC=∠FBC.

∵∠MBC=∠BCE=90°，∴△MBC∽△BCE，∴ $\frac{MB}{BC}=\frac{BC}{CE}$，∴ $\frac{a}{2a}=\frac{2a}{na}$，n=4.

24.某乒乓球馆使用发球机进行辅助训练，出球口在桌面中线端点 A 处的正上方，假设每次出发的乒乓球的运动路线固定不变，且落在中线上.在乒乓球运行时，设乒乓球与端点 A 的水平距离为 x(米)，与桌面的高度为 y(米)，运行时间为 t(秒)，经多次测试后，得到如下

部分数据：



t(秒)	0	0.16	0.2	0.4	0.6	0.64	0.8	…
X(米)	0	0.4	0.5	1	1.5	1.6	2	…
y(米)	0.25	0.378	0.4	0.45	0.4	0.378	0.25	…

(1)当 t 为何值时，乒乓球达到最大高度？
(2)乒乓球落在桌面时，与端点 A 的水平距离是多少？
(3)乒乓球落在桌面上弹起后，y 与 x 满足 $y=a(x-3)^2+k$.
①y 用含 α 的代数式表示 k；
②球网高度为 0.14 米，球桌长(1.4×2)米.若球弹起后，恰好有唯一的击球点，可以将球沿直线扣杀到点 A，求 α 的值.
解析：(1)利用网格中数据直接得出乒乓球达到最大高度时的时间；
(2)首先求出函数解析式，进而求出乒乓球落在桌面时，与端点 A 的水平距离；
(3)①由(2)得乒乓球落在桌面上时，得出对应点坐标，字啊利用待定系数法求出函数解析式即可；
②由题意可得，扣杀路线在直线 $y=\frac{1}{10}x$ 上，由①得，$y=a(x-3)^2-\frac{1}{4}a$，进而利用根的判别式求出 a 的值，进而求出 x 的值.
答案：(1)由表格中数据可得，t=0.4(秒)，乒乓球达到最大高度；

(2)由表格中数据，可得 y 是 x 的二次函数，可设 $y=a(x-1)2+0.45$，

将(0，0.25)代入，可得：$a=-\frac{1}{5}$，

则 $y=-\frac{1}{5}(x-1)2+0.45$，

当 y=0 时，$0=-\frac{1}{5}(x-1)^2+0.45$，

解得：$x_1=\frac{5}{2}$，$x_2=-\frac{1}{2}$(舍去)，

即乒乓球于端点 A 的水平距离是 $\frac{5}{2}$m.

(3)①由(2)得乒乓球落在桌面上时，对应点为：($\frac{5}{2}$，0)，

代入 $y=a(x-3)^2+k$，得 $(\frac{5}{2}-3)^2a+k=0$，化简得：$k=-\frac{1}{4}a$.

②由题意可得，扣杀路线在直线 $y=\frac{1}{10}x$ 上，由①得，$y=a(x-3)^2-\frac{1}{4}a$，

令 $a(x-3)^2-\frac{1}{4}a=\frac{1}{10}x$，

整理得：$20ax^2-(120a+2)x+175=0$，

当$\triangle=(120a+2)^2-4\times 20a\times 175a=0$时符合题意，

解方程得：$a_1=\dfrac{-6+\sqrt{35}}{10}$，$a_2=\dfrac{-6-\sqrt{35}}{10}$，

当$a_1=\dfrac{-6+\sqrt{35}}{10}$时，求得$x=-\dfrac{\sqrt{35}}{2}$，不符合题意，舍去；

当$a_2=\dfrac{-6-\sqrt{35}}{10}$时，求得$x=\dfrac{\sqrt{35}}{2}$，符合题意.