绝密*启用前

2012年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注息事项:

1.本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷和答题卡相应位置上。

2.问答第Ⅰ卷时。选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动.用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效.

3.回答第Ⅱ卷时。将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效·

4.考试结束后.将本试卷和答且卡一并交回。

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给同的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、已知集合 $A=\{x|x^2-x-2<0\}$，$B=\{x|-1<x<1\}$，则

（A）$A\subsetneqq B$ （B）$B\subsetneqq A$ （C）$A=B$ （D）$A\cap B=\varnothing$

（2）复数 $z=\dfrac{-3+i}{2+i}$的共轭复数是

（A）$2+i$ （B）$2-i$ （C）$-1+i$ （D）$-1-i$

3、在一组样本数据（x_1，y_1），（x_2，y_2），…，（x_n，y_n）（$n\geqslant2$，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 不全相等）的散点图中，若所有样本点（x_i，y_i）($i=1,2,\cdots,n$)都在直线 $y=\frac{1}{2}x+1$ 上，则这组样本数据的样本相关系数为

（A）-1 （B）0 （C）$\frac{1}{2}$ （D）1

（4）设 F_1、F_2 是椭圆 E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点，P 为直线 $x=\dfrac{3a}{2}$上一点，$\triangle F_1PF_2$ 是底角为30°的等腰三角形，则 E 的离心率为（　　）

（A）$\frac{1}{2}$ （B）$\frac{2}{3}$ （C）$\frac{3}{4}$ （D）$\frac{4}{5}$

5、已知正三角形ABC的顶点A(1,1)，B(1,3)，顶点C在第一象限，若点（x，y）在△ABC内部，则 $z=-x+y$ 的取值范围是

（A）$(1-\sqrt{3}，2)$ （B）$(0，2)$ （C）$(\sqrt{3}-1，2)$ （D）$(0，1+\sqrt{3})$

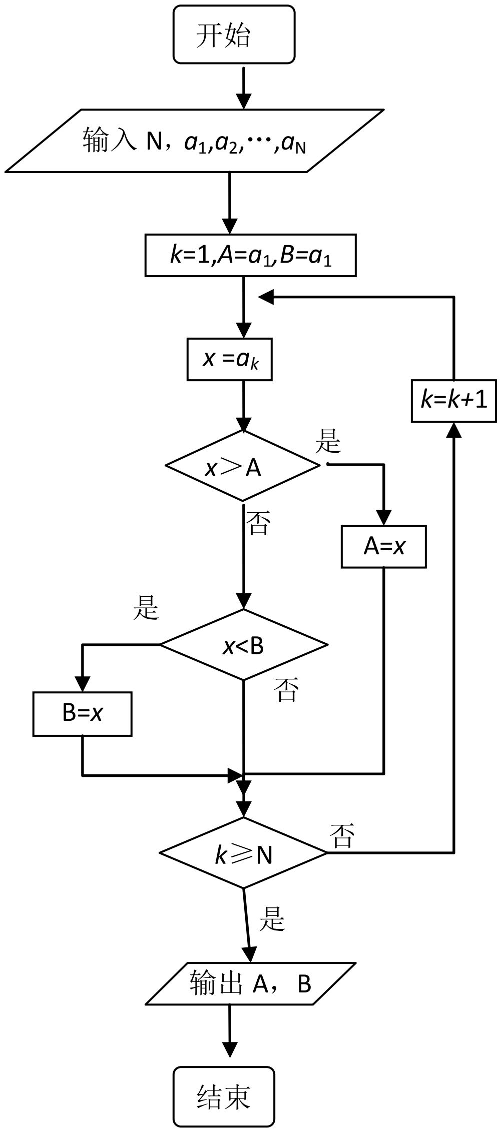
（6）如果执行右边的程序框图，输入正整数 N(N≥2)和实数 $a_1,a_2,\cdots,a_N$，输出 A,B，则

（A）A+B 为 $a_1,a_2,\cdots,a_N$ 的和

（B）$\dfrac{A+B}{2}$为 $a_1,a_2,\cdots,a_N$ 的算术平均数

（C）A 和 B 分别是 $a_1,a_2,\cdots,a_N$ 中最大的数和最小的数

（D）A 和 B 分别是 $a_1,a_2,\cdots,a_N$ 中最小的数和最大的数



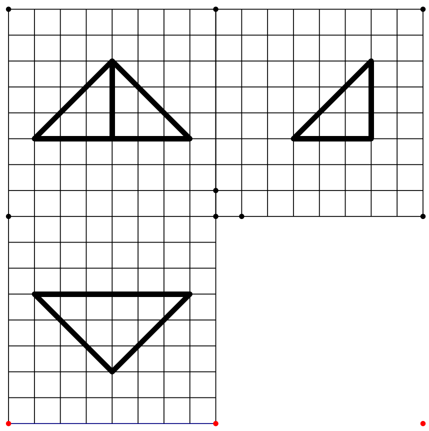
（7）如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗线画出的是某几何体的三视图，则此几何体的体积为

（A）6

（B）9

（C）12

（D）18



(8)平面α截球O的球面所得圆的半径为1，球心O到平面α的距离为$\sqrt{2}$，则此球的体积为

（A）$\sqrt{6}\pi$　（B）$4\sqrt{3}\pi$　（C）$4\sqrt{6}\pi$　（D）$6\sqrt{3}\pi$

（9）已知 ω>0，0<ϕ<π，直线 $x=\frac{\pi}{4}$和 $x=\frac{5\pi}{4}$是函数 $f(x)=\sin(\omega x+\phi)$图像的两条相邻的对称轴，则ϕ=

（A）$\frac{\pi}{4}$　（B）$\frac{\pi}{3}$　（C）$\frac{\pi}{2}$　（D）$\frac{3\pi}{4}$

（10）等轴双曲线 C 的中心在原点，焦点在 x 轴上，C 与抛物线 $y^2=16x$ 的准线交于 A，B 两点，$|AB|=4\sqrt{3}$，则 C 的实轴长为

（A）$\sqrt{2}$　（B）$2\sqrt{2}$　（C）4　（D）8

(11)当 $0<x\leqslant\frac{1}{2}$时，$4^x<\log_a x$，则 a 的取值范围是

（A）$(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$　（B）$(\frac{\sqrt{2}}{2},1)$　（C）$(1,\sqrt{2})$　（D）$(\sqrt{2},2)$

（12）数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}+(-1)^n a_n=2n-1$，则$\{a_n\}$的前 60 项和为

（A）3690　（B）3660　（C）1845　（D）1830

第II卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题-第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22-24 题为选考题，考生根据要求作答。

二．填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分。

(13)曲线 $y=x(3\ln x+1)$在点（1,1）处的切线方程为________

(14)等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_3+3S_2=0$，则公比 q=_______

(15)已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 夹角为 45°，且$|\boldsymbol{a}|=1$，$|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{10}$，则$|\boldsymbol{b}|$=_______

(16)设函数 $f(x)=\frac{(x+1)^2+\sin x}{x^2+1}$的最大值为 M，最小值为 m，则 M+m=____

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（17）（本小题满分 12 分）

已知 a，b，c 分别为△ABC 三个内角 A，B，C 的对边，$c=\sqrt{3}a\sin C-c\cos A$

(1) 求 A

(2) 若 a=2，△ABC 的面积为$\sqrt{3}$，求 b,c

18.（本小题满分 12 分）

某花店每天以每枝 5 元的价格从农场购进若干枝玫瑰花，然后以每枝 10 元的价格出售。如果当天卖不完，剩下的玫瑰花做垃圾处理。

（Ⅰ）若花店一天购进 17 枝玫瑰花，求当天的利润 y(单位：元)关于当天需求量 n（单位：枝，$n\in$N）的函数解析式。

（Ⅱ）花店记录了 100 天玫瑰花的日需求量（单位：枝），整理得下表：

日需求量 n	14	15	16	17	18	19	20
频数	10	20	16	16	15	13	10

(1)假设花店在这 100 天内每天购进 17 枝玫瑰花，求这 100 天的日利润（单位：元）的平均数；

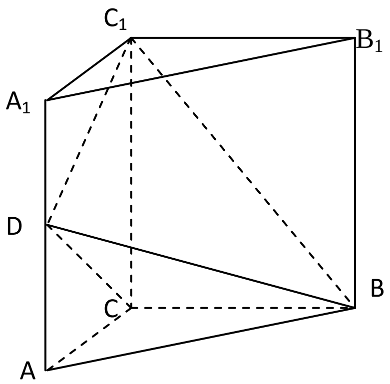
(2)若花店一天购进 17 枝玫瑰花，以 100 天记录的各需求量的频率作为各需求量发生的概率，求当天的利润不少于 75 元的概率。

（19）（本小题满分 12 分）

如图，三棱柱 ABC－$A_1B_1C_1$ 中，侧棱垂直底面，∠ACB=90°，AC=BC=$\frac{1}{2}AA_1$，D 是棱 AA_1 的中点

（Ⅰ）证明：平面 BDC_1⊥平面 BDC

（Ⅱ）平面 BDC_1 分此棱柱为两部分，求这两部分体积的比。



（20）（本小题满分 12 分）

设抛物线 C：x^2=2py(p>0)的焦点为 F，准线为 l，A 为 C 上一点，已知以 F 为圆心，FA 为半径的圆 F 交 l 于 B，D 两点。

（I）若$\angle BFD=90^\circ$，$\triangle ABD$的面积为$4\sqrt{2}$，求p的值及圆F的方程；

（II）若A，B，F三点在同一直线m上，直线n与m平行，且n与C只有一个公共点，求坐标原点到m，n距离的比值。

（21）（本小题满分12分）

设函数$f(x)=e^x-ax-2$

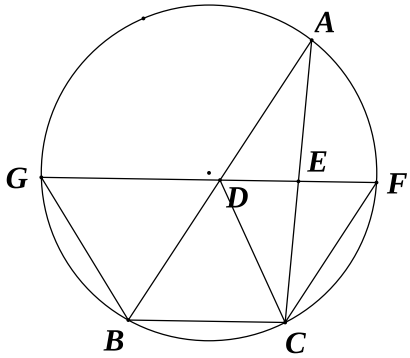
(Ⅰ)求$f(x)$的单调区间

(Ⅱ)若$a=1$，k为整数，且当$x>0$时，$(x-k)f'(x)+x+1>0$，求k的最大值

请考生在第22,23,24题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分，做答时请写清楚题号。

（22）（本小题满分10分）选修4-1：几何证明选讲

如图，D，E分别为△ABC边AB，AC的中点，直线DE交△ABC的外接圆于F，G两点，若CF//AB，证明：



(Ⅰ)CD=BC；

(Ⅱ)△BCD∽△GBD

(23)(本小题满分10分)选修4—4；坐标系与参数方程

已知曲线C_1的参数方程是$\begin{cases}x=2\cos\varphi \\ y=3\sin\varphi\end{cases}$ (φ 为参数)，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C_2的极坐标方程是 $\rho=2$. 正方形 ABCD 的顶点都在C_2上，且 A、B、C、D 以逆时针次序排列，点 A 的极坐标为$(2，\frac{\pi}{3})$

(Ⅰ)求点 A、B、C、D 的直角坐标；

(Ⅱ)设 P 为C_1上任意一点，求$|PA|^2+|PB|^2+|PC|^2+|PD|^2$的取值范围。

（24）（本小题满分 10 分）选修 4—5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x+a|+|x-2|$.

(Ⅰ)当 $a=-3$ 时，求不等式 $f(x)\geqslant 3$ 的解集；

(Ⅱ)若 $f(x)\leqslant|x-4|$的解集包含$[1,2]$，求 a 的取值范围。

2012年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试题答案

一. 选择题

（1）B （2）D （3）D （4）C （5）A （6）C

（7）B （8）B （9）A （10）C （11）B （12）D

二. 填空题

（13）$y=4x-3$ （14）-2 （15）$3\sqrt{2}$ （16）2

三. 解答题

（17）解：

（Ⅰ）由 $c=\sqrt{3}a\sin C-c\cos A$ 及正弦定理得

$$\sqrt{3}\sin A\sin C-\cos A\sin C-\sin C=0.$$

由于 $\sin C\neq 0$，所以 $\sin(A-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$.

又 $0<A<\pi$，故 $A=\frac{\pi}{3}$.

（Ⅱ）$\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\sqrt{3}$，故 $bc=4$.

而 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，故 $b^2+c^2=8$.

解得 $b=c=2$.

（18）解：

（Ⅰ）当日需求量$n \geqslant 17$时，利润 $y=85$.

当日需求量$n<17$时，利润 $y=10n-85$.

所以y关于n的函数解析式为

$$y=\begin{cases}10n-85, & n<17,\\ 85, & n \geqslant 17,\end{cases} \quad (n \in \mathbf{N}).$$

（Ⅱ）（ⅰ）这100天中有10天的日利润为55元，20天的日利润为65元，16天的日利润为75元，54天的日利润为85元，所以这100天的日利润的平均数为

$$\frac{1}{100}(55\times 10+65\times 20+75\times 16+85\times 54)=76.4.$$

（ⅱ）利润不低于75元当且仅当日需求量不少于16枝. 故当天的利润不少于75元的概率为

$$p=0.16+0.16+0.15+0.13+0.1=0.7.$$

（19）证明：

（Ⅰ）由题设知$BC \perp CC_1$，$BC \perp AC$，$CC_1 \cap AC=C$，所以$BC \perp$平面ACC_1A_1.

又$DC_1 \subset$平面ACC_1A_1，所以$DC_1 \perp BC$.

由题设知$\angle A_1DC_1=\angle ADC=45°$，所以$\angle CDC_1=90°$，即$DC_1 \perp DC$. 又$DC \cap BC=C$，所以$DC_1 \perp$平面$BDC$. 又$DC_1 \subset$平面$BDC_1$，故平面$BDC_1 \perp$平面$BDC$.

（Ⅱ）设棱锥$B-DACC_1$的体积为V_1，$AC=1$. 由题意得

$$V_1=\frac{1}{3}\times\frac{1+2}{2}\times 1\times 1=\frac{1}{2}.$$

又三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的体积$V=1$，所以$(V-V_1):V_1=1:1$.

故平面BDC_1分此棱柱所得两部分体积的比为$1:1$.

（20）解：

（Ⅰ）由已知可得$\triangle BFD$为等腰直角三角形，$|BD|=2p$，圆F的半径$|FA|=\sqrt{2}p$.

由抛物线定义可知A到l的距离$d=|FA|=\sqrt{2}p$.

因为$\triangle ABD$的面积为$4\sqrt{2}$，所以$\frac{1}{2}|BD|\cdot d=4\sqrt{2}$，即$\frac{1}{2}\cdot 2p\cdot\sqrt{2}p=4\sqrt{2}$，

解得 $p=-2$（舍去），$p=2$.

所以$F(0,1)$，圆F的方程为

$$x^2+(y-1)^2=8.$$

（Ⅱ）因为 A，B，F 三点在同一直线 m 上，所以 AB 为圆 F 的直径，$\angle ADB = 90°$．由抛物线定义知

$$|AD| = |FA| = \frac{1}{2}|AB|,$$

所以 $\angle ABD = 30°$，m 的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

当 m 的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 时，由已知可设 n：$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$，代入 $x^2 = 2py$ 得

$$x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}px - 2pb = 0.$$

由于 n 与 C 只有一个公共点，故 $\Delta = \frac{4}{3}p^2 + 8pb = 0$．解得 $b = -\frac{p}{6}$.

因为 m 的截距 $b_1 = \frac{p}{2}$，$\frac{|b_1|}{|b|} = 3$，所以坐标原点到 m，n 距离的比值为 3.

当 m 的斜率为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 时，由图形对称性可知，坐标原点到 m，n 距离的比值为 3.

（21）解：

（Ⅰ）$f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，$f'(x) = e^x - a$.

若 $a \leqslant 0$，则 $f'(x) > 0$，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 单调递增.

若 $a > 0$，则当 $x \in (-\infty, \ln a)$ 时，$f'(x) < 0$；当 $x \in (\ln a, +\infty)$ 时，$f'(x) > 0$，所以，$f(x)$ 在 $(-\infty, \ln a)$ 单调递减，在 $(\ln a, +\infty)$ 单调递增.

（Ⅱ）由于 $a = 1$，所以 $(x-k)f'(x) + x + 1 = (x-k)(e^x - 1) + x + 1$.

故当 $x > 0$ 时，$(x-k)f'(x) + x + 1 > 0$ 等价于

$$k < \frac{x+1}{e^x - 1} + x \quad (x > 0). \qquad ①$$

令 $g(x) = \frac{x+1}{e^x - 1} + x$，则 $g'(x) = \frac{-xe^x - 1}{(e^x - 1)^2} + 1 = \frac{e^x(e^x - x - 2)}{(e^x - 1)^2}$.

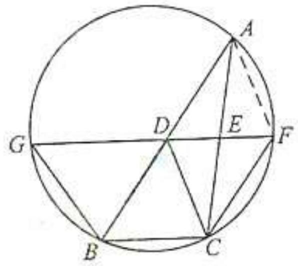
由（Ⅰ）知，函数 $h(x) = e^x - x - 2$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增．而 $h(1) < 0$，$h(2) > 0$，所以 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 存在唯一的零点．故 $g'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 存在唯一的零点．设此零点为 α，则 $\alpha \in (1,2)$.

当 $x \in (0,\alpha)$ 时，$g'(x) < 0$；当 $x \in (\alpha,+\infty)$ 时，$g'(x) > 0$．所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 的最小值为 $g(\alpha)$．又由 $g'(\alpha) = 0$，可得 $e^\alpha = \alpha + 2$，所以 $g(\alpha) = \alpha + 1 \in (2,3)$.

由于①式等价于 $k < g(\alpha)$，故整数 k 的最大值为2.

（22）证明：

（Ⅰ）因为 D，E 分别为 AB，AC 的中点，所以 $DE//BC$．又已知 $CF//AB$，故四边形 $BCFD$ 是平行四边形，所以 $CF=BD=AD$．而 $CF//AD$，连结 AF，所以 $ADCF$ 是平行四边形，故 $CD=AF$．



因为 $CF//AB$，所以 $BC=AF$，故 $CD=BC$．

（Ⅱ）因为 $FG//BC$，故 $GB=CF$．

由（Ⅰ）可知 $BD=CF$，所以 $GB=BD$．

而 $\angle DGB=\angle EFC=\angle DBC$，故 $\triangle BCD\backsim\triangle GBD$．

（23）解：

（Ⅰ）由已知可得

$$A(2\cos\frac{\pi}{3},2\sin\frac{\pi}{3}),\quad B(2\cos(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}),2\sin(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2})),$$

$$C(2\cos(\frac{\pi}{3}+\pi),\ 2\sin(\frac{\pi}{3}+\pi)), D(2\cos(\frac{\pi}{3}+\frac{3\pi}{2}),\ 2\sin(\frac{\pi}{3}+\frac{3\pi}{2})),$$

即 $$A(1,\sqrt{3}),\quad B(-\sqrt{3},1),\quad C(-1,-\sqrt{3}),\quad D(\sqrt{3},-1).$$

（Ⅱ）设 $P(2\cos\varphi,3\sin\varphi)$，令 $S=|PA|^2+|PB|^2+|PC|^2+|PD|^2$，则

$$\begin{aligned}S&=16\cos^2\varphi+36\sin^2\varphi+16\\&=32+20\sin^2\varphi.\end{aligned}$$

因为 $0\leqslant\sin^2\varphi\leqslant1$，所以 S 的取值范围是 $[32,52]$．

（24）解：

（Ⅰ）当 $a=-3$ 时，$f(x)=\begin{cases}-2x+5, & x\leqslant2,\\ 1, & 2<x<3,\\ 2x-5, & x\geqslant3.\end{cases}$

当 $x\leqslant2$ 时，由 $f(x)\geqslant3$ 得 $-2x+5\geqslant3$，解得 $x\leqslant1$；

当 $2<x<3$ 时，$f(x)\geqslant3$ 无解；

当 $x\geqslant3$ 时，由 $f(x)\geqslant3$ 得 $2x-5\geqslant3$；解得 $x\geqslant4$；

所以 $f(x)\geqslant3$ 的解集为 $\{x\mid x\leqslant1\}\cup\{x\mid x\geqslant4\}$．

（Ⅱ）$f(x)\leqslant|x-4|\Leftrightarrow|x-4|-|x-2|\geqslant|x+a|$．

当 $x\in[1,2]$ 时，$|x-4|-|x-2|\geqslant|x+a|$

$$\Leftrightarrow4-x-(2-x)\geqslant|x+a|$$

$$\Leftrightarrow-2-a\leqslant x\leqslant2-a.$$

由条件得 $-2-a\leqslant1$ 且 $2-a\geqslant2$，即 $-3\leqslant a\leqslant0$．

故满足条件的 a 的取值范围为 $[-3,0]$．