2018年山西省中考真题数学

一、选择题(本大题共10个小题，每小题3分，共30分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1.下面有理数比较大小，正确的是(　　)

A.0<-2

B.-5<3

C.-2<-3

D.1<-4

解析：A、0>-2，故此选项错误；

B、-5<3，正确；

C、-2>-3，故此选项错误；

D、1>-4，故此选项错误.

答案：B.

2.“算经十书”是指汉唐一千多年间的十部著名数学著作，它们曾经是隋唐时期国子监算学科的教科书，这些流传下来的古算书中凝聚着历代数学家的劳动成果.下列四部著作中，不属于我国古代数学著作的是(　　)

A.《九章算术》

B.《几何原本》

C.《海岛算经》

D.《周髀算经》

解析：A、《九章算术》是中国古代数学专著，作者已不可考，它是经历代各家的增补修订，

而逐渐成为现今定本的；
B、《几何原本几何原本》是古希腊数学家欧几里得所著的一部数学著作；
C、《海岛算经》是中国学者编撰的最早一部测量数学著作，由刘徽于三国魏景元四年所撰；
D、《周髀算经》原名《周髀》，是算经的十书之一，中国最古老的天文学和数学著作.
答案：B.

3.下列运算正确的是(　　)
A.$(-a^3)^2=-a^6$
B.$2a^2+3a^2=6a^2$
C.$2a^2\cdot a^3=2a^6$
D.$\left(-\frac{b^2}{2a}\right)^3=-\frac{b^6}{8a^3}$
解析：分别根据幂的乘方、合并同类项法则、同底数幂的乘法及分式的乘方逐一计算即可判断.
答案：D.

4.下列一元二次方程中，没有实数根的是(　　)
A.$x^2-2x=0$
B.$x^2+4x-1=0$
C.$2x^2-4x+3=0$
D.$3x^2=5x-2$
解析：利用根的判别式$\triangle=b^2-4ac$分别进行判定即可.
答案：C.

5.近年来快递业发展迅速，下表是2018年1～3月份我省部分地市邮政快递业务量的统计结果(单位：万件)：

太原市	大同市	长治市	晋中市	运城市	临汾市	吕梁市
3303.78	332.68	302.34	319.79	725.86	416.01	338.87

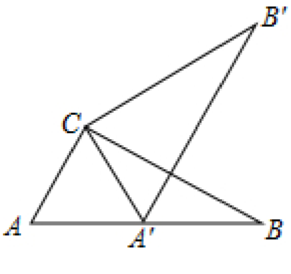
1～3月份我省这七个地市邮政快递业务量的中位数是(　　)
A.319.79万件
B.332.68万件
C.338.87万件
D.416.01万件
解析：首先按从小到大排列数据：319.79，302.34，332.68，338.87，416.01，725.86，3303.78
由于这组数据有奇数个，中间的数据是338.87，
所以这组数据的中位数是338.87.
答案：C.

6.黄河是中华民族的象征，被誉为母亲河，黄河壶口瀑布位于我省吉县城西45千米处，是黄河上最具气势的自然景观.其落差约30米，年平均流量1010立方米/秒.若以小时作时间单位，则其年平均流量可用科学记数法表示为(　　)

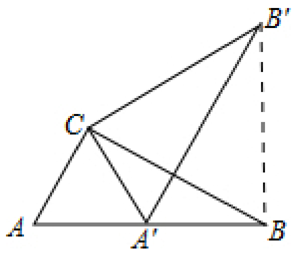
A.6.06×10^4立方米/时
B.3.136×10^6立方米/时
C.3.636×10^6立方米/时
D.36.36×10^5立方米/时
解析：1010×360×24=3.636×10^6立方米/时.
答案：C.

7.在一个不透明的袋子里装有两个黄球和一个白球，它们除颜色外都相同，随机从中摸出一个球，记下颜色后放回袋子中，充分摇匀后，再随机摸出一个球.两次都摸到黄球的概率是(　　)
A. $\frac{4}{9}$
B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{2}{9}$
D. $\frac{1}{9}$
解析:首先根据题意画出树状图,由树状图求得所有等可能的结果与两次都摸到黄球的情况,然后利用概率公式求解即可求得答案.注意此题属于放回实验.
答案：A.

8.如图，在Rt△ABC中，∠ACB=90°，∠A=60°，AC=6，将△ABC绕点C按逆时针方向旋转得到△A´B´C´，此时点A´恰好在AB边上，则点B´与点B之间的距离为(　　)



A.12
B.6
C.6$\sqrt{2}$
D.6$\sqrt{3}$
解析：连接B´B，利用旋转的性质和直角三角形的性质解答即可.



答案：D.

9.用配方法将二次函数 $y=x^2-8x-9$ 化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式为(　　)

A. $y=(x-4)^2+7$

B. $y=(x-4)^2-25$

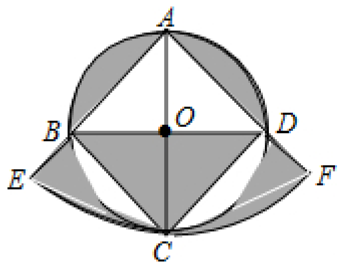
C. $y=(x+4)^2+7$

D. $y=(x+4)^2-25$

解析：直接利用配方法进而将原式变形得出答案.

答案：B.

10.如图，正方形 ABCD 内接于⊙O，⊙O 的半径为 2，以点 A 为圆心，以 AC 长为半径画弧交 AB 的延长线于点 E，交 AD 的延长线于点 F，则图中阴影部分的面积为(　　)



A. $4\pi-4$

B. $4\pi-8$

C. $8\pi-4$

D. $8\pi-8$

解析：利用对称性可知：阴影部分的面积=扇形 AEF 的面积-△ABD 的面积.

答案：A.

二、填空题(本大题共 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分)

11.计算：$(3\sqrt{2}+1)(3\sqrt{2}-1)$=_____.

解析：根据平方差公式计算即可.

答案：17.

12.图 1 是我国古代建筑中的一种窗格，其中冰裂纹图案象征着坚冰出现裂纹并开始消溶，形状无一定规则，代表一种自然和谐美.图 2 是从图 1 冰裂纹窗格图案中提取的由五条线段组成的图形，则∠1+∠2+∠3+∠4+∠5=_____度.

图1

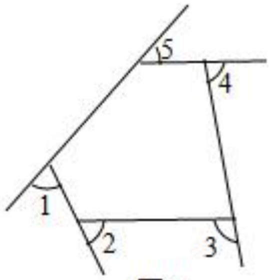


图2

解析：由多边形的外角和等于 360° 可知，

∠1+∠2+∠3+∠4+∠5=360°.

答案：360°.

13. 2018 年国内航空公司规定：旅客乘机时，免费携带行李箱的长，宽，高三者之和不超过 115cm.某厂家生产符合该规定的行李箱.已知行李箱的宽为 20cm，长与高的比为 8：11，则符合此规定的行李箱的高的最大值为_____cm.

解析：设长为 8x，高为 11x，

由题意，得：19x+20≤115，

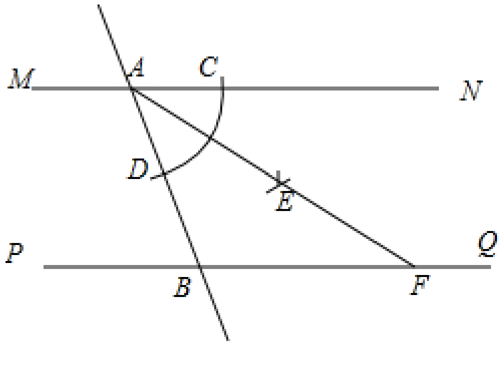
解得：x≤5，

故行李箱的高的最大值为：11x=55，

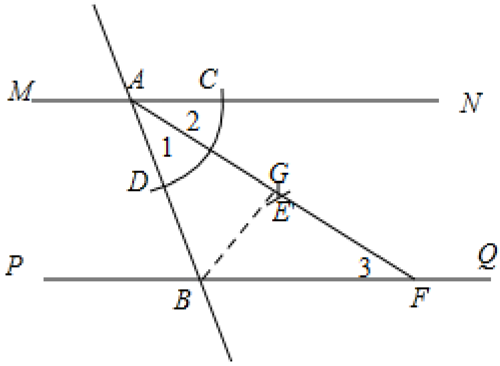
答：行李箱的高的最大值为 55 厘米.

答案：55.

14.如图，直线 MN∥PQ，直线 AB 分别与 MN，PQ 相交于点 A，B.小宇同学利用尺规按以下步骤作图：①以点 A 为圆心，以任意长为半径作弧交 AN 于点 C，交 AB 于点 D；②分别以 C，D 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}$ CD 长为半径作弧，两弧在∠NAB 内交于点 E；③作射线 AE 交 PQ 于点 F. 若 AB=2，∠ABP=60°，则线段 AF 的长为_____.

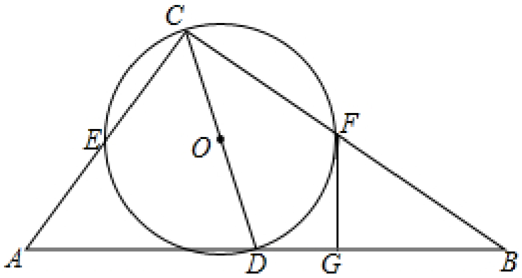


解析：作高线 BG，根据直角三角形 30 度角的性质得：BG=1，AG=$\sqrt{3}$，可得 AF 的长.

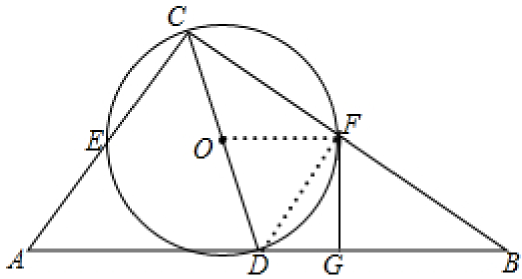


答案：$2\sqrt{3}$.

15.如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，AC=6，BC=8，点 D 是 AB 的中点，以 CD 为直径作⊙O，⊙O 分别与 AC，BC 交于点 E，F，过点 F 作⊙O 的切线 FG，交 AB 于点 G，则 FG 的长为_____.



解析：先利用勾股定理求出 AB=10，进而求出 CD=BD=5，再求出 CF=4，进而求出 DF=3，再判断出 FG⊥BD，利用面积即可得出结论.



答案：$\frac{12}{5}$.

三、解答题(本大题共 8 个小题，共 75 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

16.计算：

(1) $(2\sqrt{2})^2-|-4|+3^{-1}\times 6+2^0$.

(2) $\frac{x-2}{x-1}\cdot\frac{x^2-1}{x^2-4x+4}-\frac{1}{x-2}$.

解析：(1)先计算乘方、绝对值、负整数指数幂和零指数幂，再计算乘法，最后计算加减运算可得；

(2)先将分子、分母因式分解，再计算乘法，最后计算减法即可得.

答案：(1)原式=8-4+$\frac{1}{3}$×6+1

=8-4+2+1

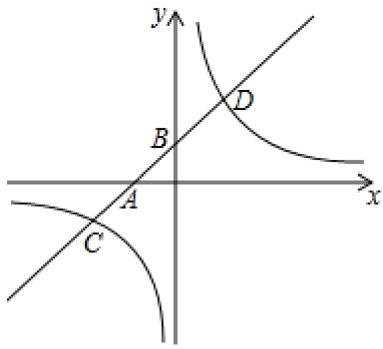
=7.

(2)原式=$\frac{x-2}{x-1}\cdot\frac{(x-1)(x+1)}{(x-2)^2}-\frac{1}{x-2}$

=$\frac{x+1}{x-2}-\frac{1}{x-2}$

=$\frac{x}{x-2}$.

17.如图，一次函数 $y_1=k_1x+b(k_1\neq 0)$的图象分别与 x 轴，y 轴相交于点 A，B，与反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ $(k_2\neq 0)$的图象相交于点 C(-4，-2)，D(2，4).



(1)求一次函数和反比例函数的表达式;

(2)当 x 为何值时，$y_1>0$;

(3)当 x 为何值时，$y_1<y_2$，请直接写出 x 的取值范围.

解析：(1)将 C、D 两点代入一次函数的解析式中即可求出一次函数的解析式，然后将点 D 代入反比例函数的解析式即可求出反比例函数的解析式;

(2)根据一元一次不等式的解法即可求出答案.

(3)根据图象即可求出答案该不等式的解集.

答案：(1)∵一次函数 $y_1=k_1x+b$ 的图象经过点 C(-4，-2)，D(2，4)，

∴$\begin{cases}-4k_1+b=-2\\2k_1+b=4\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k_1=1\\b=2\end{cases}$.

∴一次函数的表达式为 $y_1=x+2$.

∵反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ 的图象经过点 D(2，4)，

∴$4=\frac{k_2}{2}$.

∴$k_2=8$.

∴反比例函数的表达式为 $y_2=\dfrac{8}{x}$.

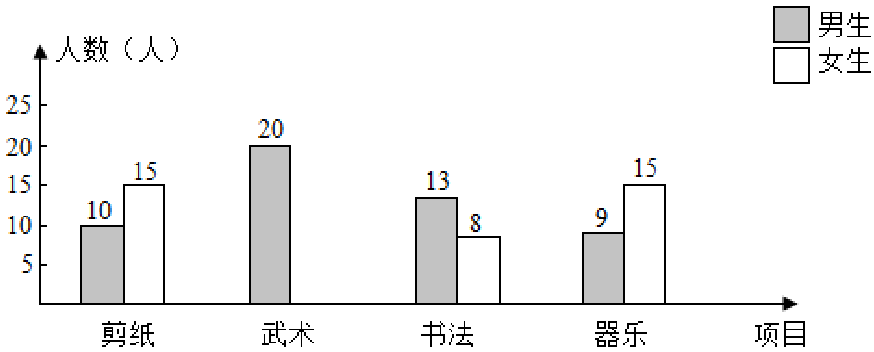
(2)由 $y_1>0$，得 $x+2>0$.

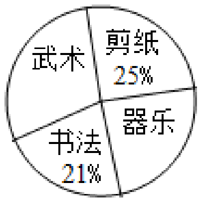
∴$x>-2$.

∴当 $x>-2$ 时，$y_1>0$.

(3)$x<-4$ 或 $0<x<2$.

18.在“优秀传统文化进校园”活动中，学校计划每周二下午第三节课时间开展此项活动，拟开展活动项目为：剪纸，武术，书法，器乐，要求七年级学生人人参加，并且每人只能参加其中一项活动.教务处在该校七年级学生中随机抽取了 100 名学生进行调查，并对此进行统计，绘制了如图所示的条形统计图和扇形统计图(均不完整).





请解答下列问题：

(1)请补全条形统计图和扇形统计图；

(2)在参加“剪纸”活动项目的学生中，男生所占的百分比是多少？

(3)若该校七年级学生共有 500 人，请估计其中参加“书法”项目活动的有多少人？

(4)学校教务处要从这些被调查的女生中，随机抽取一人了解具体情况，那么正好抽到参加“器乐”活动项目的女生的概率是多少？

解析：(1)先求出参加活动的女生人数，进而求出参加武术的女生人数，即可补全条形统计图，再分别求出参加武术的人数和参加器乐的人数，即可求出百分比；

(2)用参加剪纸中男生人数除以剪纸的总人数即可得出结论；

(3)根据样本估计总体的方法计算即可；

(4)利用概率公式即可得出结论.

答案：(1)由条形图知，男生共有：10+20+13+9=52 人，

∴女生人数为 100-52=48 人，

∴参加武术的女生为 48-15-8-15=10 人，

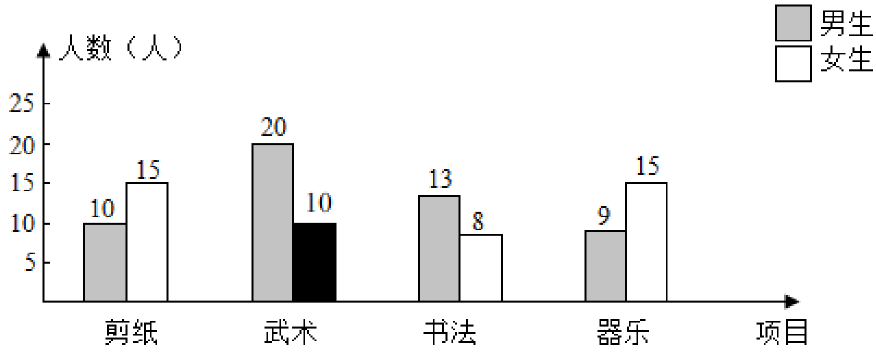
∴参加武术的人数为 20+10=30 人，

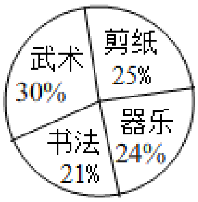
∴30÷100=30%，

参加器乐的人数为 9+15=24 人，

∴24÷100=24%，

补全条形统计图和扇形统计图如图所示：





(2)在参加“剪纸”活动项目的学生中，男生所占的百分比是 $\frac{10}{10+15}\times100\%=40\%$.

答：在参加“剪纸”活动项目的学生中，男生所占的百分比为 40%.

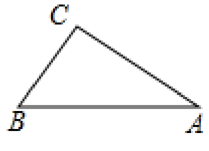
(3)500×21%=105(人).

答：估计其中参加“书法”项目活动的有 105 人.

(4) $\frac{15}{15+10+8+15}=\frac{15}{48}=\frac{5}{16}$.

答：正好抽到参加“器乐”活动项目的女生的概率为 $\frac{5}{16}$.

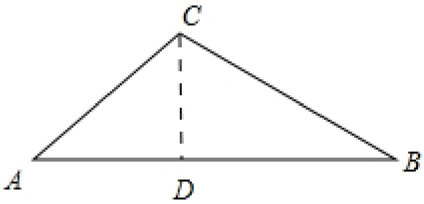
19.祥云桥位于省城太原南部，该桥塔主体由三根曲线塔柱组合而成，全桥共设 13 对直线型斜拉索，造型新颖，是“三晋大地”的一种象征.某数学“综合与实践”小组的同学把“测量斜拉索顶端到桥面的距离”作为一项课题活动，他们制订了测量方案，并利用课余时间借助该桥斜拉索完成了实地测量.测量结果如下表.

项目	内容		
课题	测量斜拉索顶端到桥面的距离		
测量示意图		说明：两侧最长斜拉索 AC，BC 相交于点 C，分别与桥面交于 A，B 两点，且点 A，B，C 在同一竖直平面内.	
测量数据	∠A 的度数	∠B 的度数	AB 的长度
	38°	28°	234 米
…	…		

(1)请帮助该小组根据上表中的测量数据，求斜拉索顶端点 C 到 AB 的距离(参考数据：sin38°≈0.6，cos38°≈0.8，tan38°≈0.8，sin28°≈0.5，cos28°≈0.9，tan28°≈0.5)

(2)该小组要写出一份完整的课题活动报告，除上表的项目外，你认为还需要补充哪些项目

(写出一个即可).
解析：(1)过点 C 作 CD⊥AB 于点 D.解直角三角形求出 DC 即可；
(2)还需要补充的项目可为：测量工具，计算过程，人员分工，指导教师，活动感受等
答案：(1)过点 C 作 CD⊥AB 于点 D.



设 CD=x 米，在 Rt△ADC 中，∠ADC=90°，∠A=38°.
∵$\tan 38° = \frac{CD}{AD}$，∴AD=$\frac{CD}{\tan 38°} = \frac{x}{0.8} = \frac{5}{4}x$.
在 Rt△BDC 中，∠BDC=90°，∠B=28°.
∵$\tan 28° = \frac{CD}{BD}$，∴BD=$\frac{CD}{\tan 28°} = \frac{x}{0.5} = 2x$.
∵AD+BD=AB=234，∴$\frac{5}{4}$x+2x=234.
解得 x=72.
答：斜拉索顶端点 C 到 AB 的距离为 72 米.
(2)还需要补充的项目可为：测量工具，计算过程，人员分工，指导教师，活动感受等.(答案不唯一)

20. 2018 年 1 月 20 日，山西迎来了“复兴号”列车，与“和谐号”相比，“复兴号”列车时速更快，安全性更好.已知“太原南-北京西”全程大约 500 千米，“复兴号”G92 次列车平均每小时比某列“和谐号”列车多行驶 40 千米，其行驶时间是该列“和谐号”列车行驶时间的$\frac{4}{5}$(两列车中途停留时间均除外).经查询，“复兴号”G92 次列车从太原南到北京西，中途只有石家庄一站，停留 10 分钟.求乘坐“复兴号”G92 次列车从太原南到北京西需要多长时间.

解析：设“复兴号”G92 次列车从太原南到北京西的行驶时间需要 x 小时，则“和谐号”列车的行驶时间需要$\frac{5}{4}$x 小时，根据速度=路程÷时间结合“复兴号”G92 次列车平均每小时比某列“和谐号”列车多行驶 40 千米，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验后即可得出结论.
答案：设“复兴号”G92 次列车从太原南到北京西的行驶时间需要 x 小时，则“和谐号”列

车的行驶时间需要$\frac{5}{4}$x 小时，

根据题意得：$\frac{500}{x}=\frac{500}{\frac{5}{4}x}+40$，

解得：x=$\frac{5}{2}$，

经检验，x=$\frac{5}{2}$是原分式方程的解，

∴x+$\frac{1}{6}=\frac{8}{3}$.

答：乘坐“复兴号”G92 次列车从太原南到北京西需要$\frac{8}{3}$小时.

21.请阅读下列材料，并完成相应的任务：

在数学中，利用图形在变化过程中的不变性质，常常可以找到解决问题的办消去.著名美籍匈牙利数学家波利亚在他所著的《数学的发现》一书中有这样一个例子：请问如何在一个三角形 ABC 的 AC 和 BC 两边上分别取一点 X 和 Y，使得 AX=BY=XY.(如图)解决这个问题的操作步骤如下：

第一步，在 CA 上作出一点 D，使得 CD=CB，连接 BD.第二步，在 CB 上取一点 Y′，作 Y′Z∥CA，交 BD 于点 Z′，并在 AB 上取一点 A′，使 Z′A′=Y′Z′.第三步，过点 A 作 AZ∥A′Z′，交 BD 于点 Z.第四步，过点 Z 作 ZY∥AC，交 BC 于点 Y，再过点 Y 作 YX∥ZA，交 AC 于点 X.

则有 AX=BY=XY.

下面是该结论的部分证明：

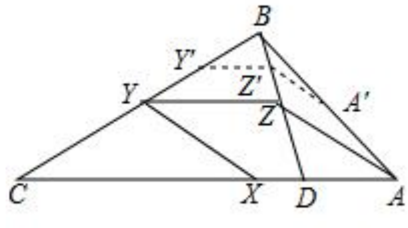
证明：∵AZ∥A′Z′，∴∠BA′Z′=∠BAZ，

又∵∠A′BZ′=∠ABZ.∴△BA′Z′∽△BAZ.

∴$\frac{Z'A'}{ZA}=\frac{BZ'}{BZ}$.

同理可得$\frac{Y'Z'}{YZ}=\frac{BZ'}{BZ}$.∴$\frac{Z'A'}{ZA}=\frac{Y'Z'}{YZ}$.

∵Z′A′=Y′Z′，∴ZA=YZ.



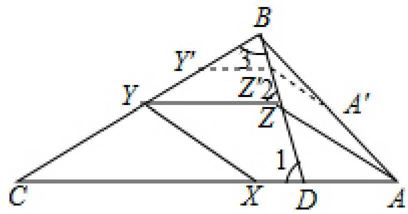
任务：(1)请根据上面的操作步骤及部分证明过程，判断四边形 AXYZ 的形状，并加以证明；

(2)请再仔细阅读上面的操作步骤，在(1)的基础上完成 AX=BY=XY 的证明过程；

(3)上述解决问题的过程中，通过作平行线把四边形 BA′Z′Y′放大得到四边形 BAZY，从而确定了点 Z，Y 的位置，这里运用了下面一种图形的变化是_____.

A.平移　B.旋转　C.轴对称　D.位似

解析：(1)四边形 AXYZ 是菱形.首先由“两组对边相互平行的四边形是平行四边形”推知四边形 AXYZ 是平行四边形，再由“邻边相等的平行四边形是菱形”证得结论；
(2)利用菱形的四条边相等推知 AX=XY=YZ.根据等量代换得到 AX=BY=XY.
(3)根据位似变换的定义填空.
答案：(1)四边形 AXYZ 是菱形.
证明：∵ZY∥AC，YX∥ZA，
∴四边形 AXYZ 是平行四边形.
∵ZA=YZ，
∴平行四边形 AXYZ 是菱形.
(2)证明：∵CD=CB，
∴∠1=∠3.
∵ZY∥AC，
∴∠1=∠2.
∴∠2=∠3.
∴YB=YZ.
∵四边形 AXYZ 是菱形，
∴AX=XY=YZ.
∴AX=BY=XY.



(3)通过作平行线把四边形 BA′Z′Y′放大得到四边形 BAZY，从而确定了点 Z，Y 的位置，此时四边形 BA′Z′Y′∽四边形 BAZY，所以该变换形式是位似变换.

22.综合与实践
问题情境：在数学活动课上，老师出示了这样一个问题：如图 1，在矩形 ABCD 中，AD=2AB，E 是 AB 延长线上一点，且 BE=AB，连接 DE，交 BC 于点 M，以 DE 为一边在 DE 的左下方作正方形 DEFG，连接 AM.试判断线段 AM 与 DE 的位置关系.

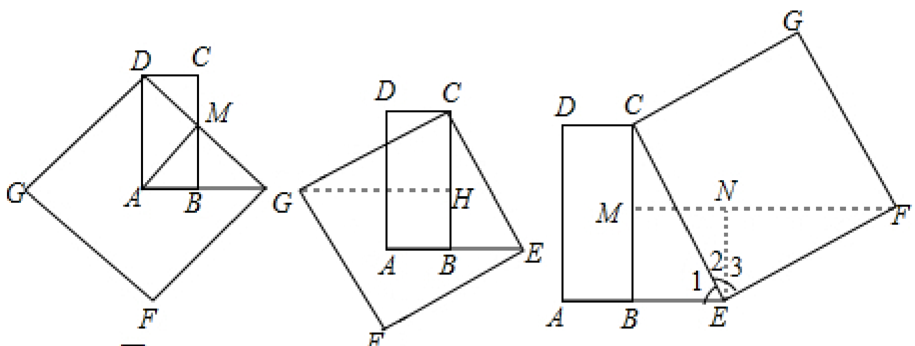


图1 图2 图3

探究展示：勤奋小组发现，AM 垂直平分 DE，并展示了如下的证明方法：
证明：∵BE=AB，∴AE=2AB.
∵AD=2AB，∴AD=AE.

∵四边形 ABCD 是矩形，∴AD∥BC.

∴$\frac{EM}{DM}=\frac{EB}{AB}$.(依据 1)

∵BE=AB，∴$\frac{EM}{DM}$ =1.∴EM=DM.

即 AM 是△ADE 的 DE 边上的中线，

又∵AD=AE，∴AM⊥DE.(依据 2)

∴AM 垂直平分 DE.

反思交流：

(1)①上述证明过程中的“依据 1”“依据 2”分别是指什么？

②试判断图 1 中的点 A 是否在线段 GF 的垂直平分线上，请直接回答，不必证明；

(2)创新小组受到勤奋小组的启发，继续进行探究，如图 2，连接 CE，以 CE 为一边在 CE 的左下方作正方形 CEFG，发现点 G 在线段 BC 的垂直平分线上，请你给出证明；

探索发现：

(3)如图 3，连接 CE，以 CE 为一边在 CE 的右上方作正方形 CEFG，可以发现点 C，点 B 都在线段 AE 的垂直平分线上，除此之外，请观察矩形 ABCD 和正方形 CEFG 的顶点与边，你还能发现哪个顶点在哪条边的垂直平分线上，请写出一个你发现的结论，并加以证明.

解析：(1)①直接得出结论；

②借助问题情景即可得出结论；

(2)先判断出∠BCE+∠BEC=90°，进而判断出∠BEC=∠BCG，得出△GHC≌△CBE，判断出 AD=BC，进而判断出 HC=BH，即可得出结论；

(3)先判断出四边形 BENM 为矩形，进而得出∠1+∠2=90°，再判断出∠1=∠3，得出△ENF≌△EBC，即可得出结论.

答案：(1)①依据 1：两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例(或平行线分线段成比例).

依据 2：等腰三角形顶角的平分线，底边上的中线及底边上的高互相重合(或等腰三角形的“三线合一”).

②答：点 A 在线段 GF 的垂直平分线上.

理由：由问题情景知，AM⊥DE，

∵四边形 DEFG 是正方形，

∴DE∥FG，

∴点 A 在线段 GF 的垂直平分线上.

(2)证明：过点 G 作 GH⊥BC 于点 H，

∵四边形 ABCD 是矩形，点 E 在 AB 的延长线上，

∴∠CBE=∠ABC=∠GHC=90°，

∴∠BCE+∠BEC=90°.

∵四边形 CEFG 为正方形，

∴CG=CE，∠GCE=90°，

∴∠BCE+∠BCG=90°.

∴∠2BEC=∠BCG.

∴△GHC≌△CBE.

∴HC=BE，

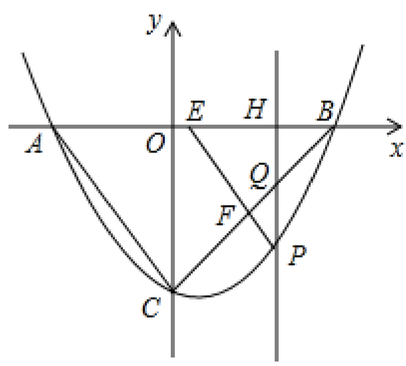
∵四边形 ABCD 是矩形，

∴AD=BC.

∵AD=2AB，BE=AB，
∴BC=2BE=2HC，
∴HC=BH.
∴GH 垂直平分 BC.
∴点 G 在 BC 的垂直平分线上.
(3)答：点 F 在 BC 边的垂直平分线上(或点 F 在 AD 边的垂直平分线上).
证法一：过点 F 作 FM⊥BC 于点 M，过点 E 作 EN⊥FM 于点 N.
∴∠BMN=∠ENM=∠ENF=90°.
∵四边形 ABCD 是矩形，点 E 在 AB 的延长线上，
∴∠CBE=∠ABC=90°，
∴四边形 BENM 为矩形.
∴BM=EN，∠BEN=90°.
∴∠1+∠2=90°.
∵四边形 CEFG 为正方形，
∴EF=EC，∠CEF=90°.
∴∠2+∠3=90°.
∴∠1=∠3.
∵∠CBE=∠ENF=90°，
∴△ENF≌△EBC.
∴NE=BE.∴BM=BE.
∵四边形 ABCD 是矩形，
∴AD=BC.
∵AD=2AB，AB=BE.
∴BC=2BM.
∴BM=MC.
∴FM 垂直平分 BC.
∴点 F 在 BC 边的垂直平分线上.

23.综合与探究

如图，抛物线 $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-4$ 与 x 轴交于 A，B 两点(点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C，连接 AC，BC.点 P 是第四象限内抛物线上的一个动点，点 P 的横坐标为 m，过点 P 作 PM⊥x 轴，垂足为点 M，PM 交 BC 于点 Q，过点 P 作 PE∥AC 交 x 轴于点 E，交 BC 于点 F.



(1)求 A，B，C 三点的坐标；
(2)试探究在点 P 运动的过程中，是否存在这样的点 Q，使得以 A，C，Q 为顶点的三角形是

等腰三角形.若存在，请直接写出此时点Q的坐标；若不存在，请说明理由；

(3)请用含m的代数式表示线段QF的长，并求出m为何值时QF有最大值.

解析：(1)解方程$\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-4=0$得A(-3，0)，B(4，0)，计算自变量为0时的二次函数值得C点坐标；

(2)利用勾股定理计算出AC=5，利用待定系数法可求得直线BC的解析式为y=x-4，则可设Q(m,m-4)(0＜m＜4)，讨论：当CQ=CA时，则$m^2+(m-4+4)^2=5^2$，当AQ=AC时，$(m+3)^2+(m-4)^2=5^2$；当QA=QC时，$(m+3)^2+(m-4)^2=5^2$，然后分别解方程求出m即可得到对应的Q点坐标；

(3)过点F作FG⊥PQ于点G，如图，由△OBC为等腰直角三角形.可判断△FQG为等腰直角三角形，则FG=QG=$\frac{\sqrt{2}}{2}$FQ，再证明△FGP～△AOC得到$\frac{FG}{3}=\frac{PG}{4}$，则PG=$\frac{2\sqrt{2}}{3}$FQ，所以PQ=$\frac{7\sqrt{2}}{6}$FQ，于是得到FQ=$\frac{3\sqrt{2}}{7}$PQ，设P(m，$\frac{1}{3}m^2-\frac{1}{3}m-4$)(0＜m＜4)，则Q(m，m-4)，利用PQ=$-\frac{1}{3}m^2+\frac{4}{3}m$得到FQ=$\frac{3\sqrt{2}}{7}(-\frac{1}{3}m^2+\frac{4}{3}m)$，然后利用二次函数的性质解决问题.

答案：(1)当y=0，$\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-4=0$，解得$x_1=-3$，$x_2=4$，

∴A(-3，0)，B(4，0)，

当x=0，y=$\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-4=-4$，

∴C(0，-4)；

(2)AC=$\sqrt{3^2+4^2}$=5，

易得直线BC的解析式为y=x-4，

设Q(m，m-4)(0＜m＜4)，

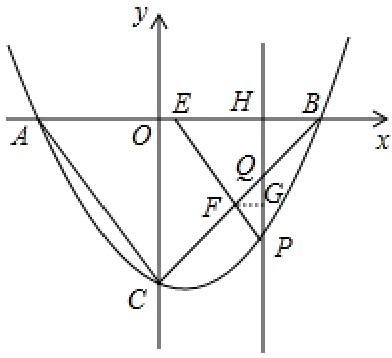
当CQ=CA时，$m^2+(m-4+4)^2=5^2$，解得$m_1=\frac{5\sqrt{2}}{2}$，$m_2=-\frac{5\sqrt{2}}{2}$(舍去)，此时Q点坐标为($\frac{5\sqrt{2}}{2}$，$\frac{5\sqrt{2}}{2}-4$)；

当AQ=AC时，$(m+3)^2+(m-4)^2=5^2$，解得$m_1=1$，$m_2=-0$(舍去)，此时Q点坐标为(1，-3)；

当QA=QC时，$(m+3)^2+(m-4)^2=5^2$，解得m=$\frac{25}{2}$(舍去)，

综上所述，满足条件的Q点坐标为($\frac{5\sqrt{2}}{2}$，$\frac{5\sqrt{2}}{2}-4$)或(1，-3)；

(3)解：过点F作FG⊥PQ于点G，如图，



则 FG∥x 轴. 由 B(4，0)，C(0，-4)得△OBC 为等腰直角三角形.

∴∠OBC=∠QFG=45°.

∴△FQG 为等腰直角三角形，

∴FG=QG=$\frac{\sqrt{2}}{2}$FQ，

∵PE∥AC，PG∥CO，

∴∠FPG=∠ACO，

∵∠FGP=∠AOC=90°，

∴△FGP∽△AOC.

∴$\frac{FG}{OA}=\frac{PG}{CO}$，即$\frac{FG}{3}=\frac{PG}{4}$，

∴PG=$\frac{4}{3}FG=\frac{4}{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}FQ=\frac{2\sqrt{2}}{3}FQ$，

∴PQ=PG+GQ=$\frac{2\sqrt{2}}{3}FQ+\frac{\sqrt{2}}{2}FQ=\frac{7\sqrt{2}}{6}FQ$，

∴FQ=$\frac{3\sqrt{2}}{7}$PQ，

设 P(m，$\frac{1}{3}$m^2-$\frac{1}{3}$m-4)(0＜m＜4)，则 Q(m，m-4)，

∴PQ=m-4-($\frac{1}{3}$m^2-$\frac{1}{3}$m-4)=-$\frac{1}{3}$m^2+$\frac{4}{3}$m，

∴FQ=$\frac{3\sqrt{2}}{7}$(-$\frac{1}{3}$m^2+$\frac{4}{3}$m)=-$\frac{\sqrt{2}}{7}$(m-2)^2+$\frac{4\sqrt{2}}{7}$

∵-$\frac{\sqrt{2}}{7}$＜0，

∴QF 有最大值.

∴当 m=2 时，QF 有最大值.