2017年普通高等学校招生全国统一考试（新课标Ⅲ卷）数学理

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合A={(x，y)|$x^2+y^2=1$}，B={(x，y)|y=x}，则A∩B中元素的个数为(　　)

A.3

B.2

C.1

D.0

解析：解不等式组求出元素的个数即可.

答案：B.

2.设复数z满足(1+i)z=2i，则|z|=(　　)

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

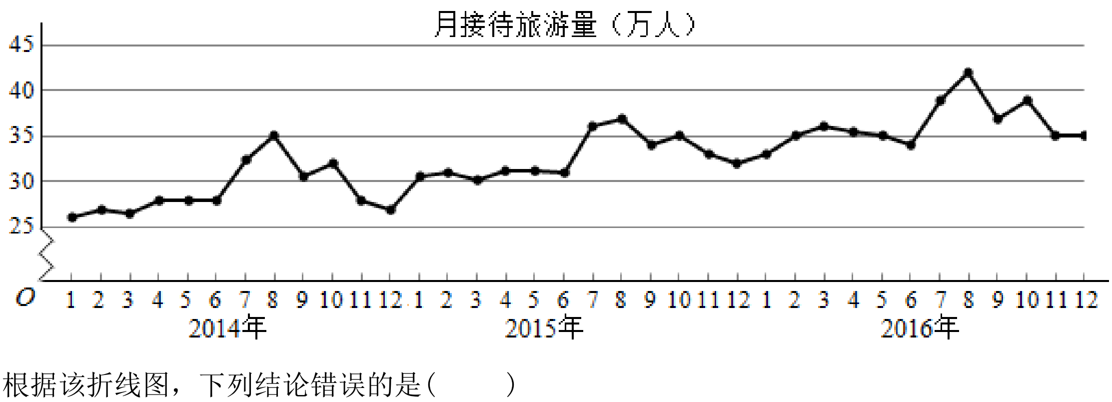
C. $\sqrt{2}$

D.2

解析：利用复数的运算法则、模的计算公式即可得出.

答案：C.

3.某城市为了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了2014年1月至2016年12月期间月接待游客量(单位：万人)的数据，绘制了下面的折线图.



根据该折线图，下列结论错误的是(　　)

A.月接待游客量逐月增加

B.年接待游客量逐年增加

C.各年的月接待游客量高峰期大致在7，8月

D.各年1月至6月的月接待游客量相对于7月至12月，波动性更小，变化比较平稳

解析：由已有中2014年1月至2016年12月期间月接待游客量(单位：万人)的数据可得：

月接待游客量逐月有增有减，故A错误；

年接待游客量逐年增加，故B正确；

各年的月接待游客量高峰期大致在 7，8 月，故 C 正确；
各年 1 月至 6 月的月接待游客量相对于 7 月至 12 月，波动性更小，变化比较平稳，故 D 正确.
答案：A.

4.$(x+y)(2x-y)^5$的展开式中的 x^3y^3 系数为（　　）
A.-80
B.-40
C.40
D.80

解析：$(2x-y)^5$的展开式的通项公式：$T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}(-y)^r=2^{5-r}(-1)^rC_5^r x^{5-r}y^r$.令 5-r=2，r=3，解得 r=3.令 5-r=3，r=2，解得 r=2.即可得出.
答案：C.

5.已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$(a＞0，b＞0)的一条渐近线方程为 $y=\frac{\sqrt{5}}{2}x$，且与椭圆$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{3}=1$ 有公共焦点，则 C 的方程为(　　)

A. $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{10}=1$

B. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$

C. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$

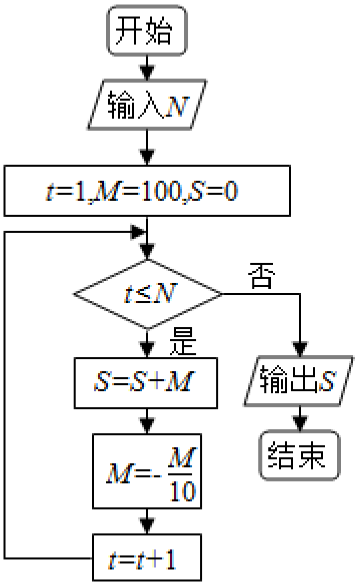
D. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$

解析：求出椭圆的焦点坐标，得到双曲线的焦点坐标，利用双曲线的渐近线方程，求出双曲线实半轴与虚半轴的长，即可得到双曲线方程.
答案：B.

6.设函数 $f(x)=\cos(x+\frac{\pi}{3})$，则下列结论错误的是(　　)
A.f(x)的一个周期为-2π
B.y=f(x)的图象关于直线 $x=\frac{8\pi}{3}$ 对称
C.f(x+π)的一个零点为 $x=\frac{\pi}{6}$
D.f(x)在($\frac{\pi}{2}$，π)单调递减

解析：根据三角函数的图象和性质分别进行判断即可.
答案：D.

7. 执行如图的程序框图，为使输出 S 的值小于 91，则输入的正整数 N 的最小值为(　　)



A. 5
B. 4
C. 3
D. 2
解析：通过模拟程序，可得到 S 的取值情况，进而可得结论.
答案：D.

8. 已知圆柱的高为 1，它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上，则该圆柱的体积为(　　)
A. π
B. $\frac{3\pi}{4}$
C. $\frac{\pi}{2}$
D. $\frac{\pi}{4}$

解析：推导出该圆柱底面圆周半径 r=$\sqrt{1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，由此能求出该圆柱的体积.

答案：B.

9. 等差数列$\{a_n\}$的首项为 1，公差不为 0. 若 a_2，a_3，a_6 成等比数列，则$\{a_n\}$前 6 项的和为(　　)
A. -24
B. -3
C. 3
D. 8

解析：利用等差数列通项公式、等比数列性质列出方程，求出公差，由此能求出$\{a_n\}$前6项的和.

答案：A.

10.已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$(a＞b＞0)的左、右顶点分别为$A_1$，$A_2$，且以线段$A_1A_2$为直径的圆与直线bx-ay+2ab=0相切，则C的离心率为(　　)

A.$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

B.$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

C.$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

D.$\dfrac{1}{3}$

解析：以线段A_1A_2为直径的圆与直线bx-ay+2ab=0相切，可得原点到直线的距离$\dfrac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}=a$，化简即可得出.

答案：A.

11.已知函数$f(x)=x^2-2x+a(e^{x-1}+e^{-x+1})$有唯一零点，则a=(　　)

A.$-\dfrac{1}{2}$

B.$\dfrac{1}{3}$

C.$\dfrac{1}{2}$

D.1

解析：通过转化可知问题等价于函数$y=1-(x-1)^2$的图象与$y=a(e^{x-1}+\dfrac{1}{e^{x-1}})$的图象只有一个交点求a的值.分a=0、a＜0、a＞0三种情况，结合函数的单调性分析可得结论.

答案：C.

12.在矩形ABCD中，AB=1，AD=2，动点P在以点C为圆心且与BD相切的圆上.若$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，则$\lambda+\mu$的最大值为(　　)

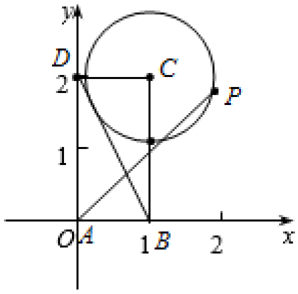
A.3

B.$2\sqrt{2}$

C. $\sqrt{5}$

D. 2

解析：如图：以 A 为原点，以 AB，AD 所在的直线为 x，y 轴建立如图所示的坐标系，先求出圆的标准方程，再设点 P 的坐标为($\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\theta+1$，$\frac{2\sqrt{5}}{5}\sin\theta+2$)，根据 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，求出λ，μ，根据三角函数的性质即可求出最值.



答案：A.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y\geq 0\\ x+y-2\leq 0\\ y\geq 0\end{cases}$，则 z=3x-4y 的最小值为_____.

解析：作出不等式组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义，求目标函数 z=3x-4y 的最小值.

答案：-1.

14. 设等比数列$\{a_n\}$满足 $a_1+a_2=-1$，$a_1-a_3=-3$，则 $a_4=$_____.

解析：设等比数列$\{a_n\}$的公比为 q，由 $a_1+a_2=-1$，$a_1-a_3=-3$，可得：$a_1(1+q)=-1$，$a_1(1-q^2)=-3$，解出即可得出.

答案：-8.

15. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\leq 0\\ 2^x, & x>0\end{cases}$，则满足 $f(x)+f(x-\frac{1}{2})>1$ 的 x 的取值范围是_____.

解析：根据分段函数的表达式，分别讨论 x 的取值范围，进行求解即可.

答案：$(-\frac{1}{4}$，$+\infty)$.

16. a，b 为空间中两条互相垂直的直线，等腰直角三角形 ABC 的直角边 AC 所在直线与 a，b 都垂直，斜边 AB 以直线 AC 为旋转轴旋转，有下列结论：

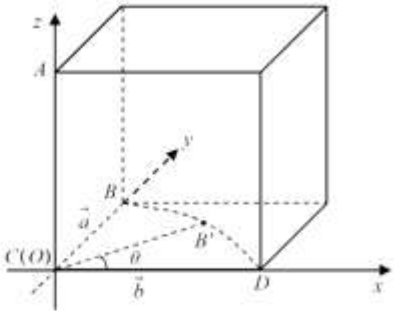
①当直线 AB 与 a 成 60°角时，AB 与 b 成 30°角；

②当直线 AB 与 a 成 60°角时，AB 与 b 成 60°角；

③直线 AB 与 a 所成角的最小值为 45°；

④直线 AB 与 a 所成角的最小值为 60°；

其中正确的是_____.(填写所有正确结论的编号)
解析：由题意知，a、b、AC 三条直线两两相互垂直，构建如图所示的边长为 1 的正方体，$|AC|=1$，$|AB|=\sqrt{2}$，斜边 AB 以直线 AC 为旋转轴，则 A 点保持不变，B 点的运动轨迹是以 C 为圆心，1 为半径的圆，以 C 坐标原点，以 CD 为 x 轴，CB 为 y 轴，CA 为 z 轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出结果.



答案：②③.

三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.(一)必考题：60 分.

17.△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\sin A+\sqrt{3}\cos A=0$，$a=2\sqrt{7}$，$b=2$.

(1)求 c；
(2)设 D 为 BC 边上一点，且 AD⊥AC，求△ABD 的面积.
解析：(1)先根据同角的三角函数的关系求出 A，再根据余弦定理即可求出，
(2)先根据夹角求出 cosC，求出 CD 的长，得到 $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$.

答案：(1)∵$\sin A+\sqrt{3}\cos A=0$，

∴$\tan A=-\sqrt{3}$，

∵$0<A<\pi$，
∴$A=\frac{2\pi}{3}$，
由余弦定理可得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，
即 $28=4+c^2-2\times 2c\times(-\frac{1}{2})$，
即 $c^2+2c-24=0$，
解得 $c=-6$(舍去)或 $c=4$，
故 $c=4$.
(2)∵$c^2=b^2+a^2-2ab\cos C$，

∴$16=28+4-2\times 2\sqrt{7}\times 2\times\cos C$，

∴$\cos C=\frac{2}{\sqrt{7}}$，

∴CD=$\frac{AC}{\cos C}=\frac{2}{\frac{2}{\sqrt{7}}}=\sqrt{7}$

∴CD=$\frac{1}{2}$BC

∵$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot \sin\angle BAC=\frac{1}{2}\times 4\times 2\times \frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$，

∴$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$.

18.某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶4元，售价每瓶6元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶2元的价格当天全部处理完.根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温(单位：℃)有关.如果最高气温不低于25，需求量为500瓶；如果最高气温位于区间[20，25)，需求量为300瓶；如果最高气温低于20，需求量为200瓶.为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

最高气温	[10，15)	[15，20)	[20，25)	[25，30)	[30，35)	[35，40)
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率.
(1)求六月份这种酸奶一天的需求量X(单位：瓶)的分布列；
(2)设六月份一天销售这种酸奶的利润为Y(单位:元)，当六月份这种酸奶一天的进货量n(单位：瓶)为多少时，Y的数学期望达到最大值？
解析：(1)由题意知X的可能取值为200，300，500，分别求出相应的概率，由此能求出X的分布列.
(2)当$n\leqslant 200$时，$Y=n(6-4)=2n\leqslant 400$，$EY\leqslant 400$；当$200<n\leqslant 300$时，$EY\leqslant 1.2\times 300+160=520$；当$300<n\leqslant 500$时，$n=300$时，$(EY)_{max}=640-0.4\times 300=520$；当$n\geqslant 500$时，$EY\leqslant 1440-2\times 500=440$.从而得到当$n=300$时，EY最大值为520元.
答案：(1)由题意知X的可能取值为200，300，500，
$P(X=200)=\frac{2+16}{90}=0.2$，
$P(X=300)=\frac{36}{90}=0.4$，
$P(X=500)=\frac{25+7+4}{90}=0.4$，
∴X的分布列为：

X	200	300	500
P	0.2	0.4	0.4

(2)当$n\leqslant 200$时，$Y=n(6-4)=2n\leqslant 400$，$EY\leqslant 400$，
当$200<n\leqslant 300$时，
若$x=200$，则$Y=200\times(6-4)+(n-200)\times(2-4)=800-2n$，
若$x\geqslant 300$，则$Y=n(6-4)=2n$，

∴$EY=p(x=200)\times(800-2n)+p(x\geq 300)\times 2n=0.2(800-2n)+0.8=1.2n+160$，

∴$EY\leq 1.2\times 300+160=520$，

当 $300<n\leq 500$ 时，若 $x=200$，则 $Y=800-2n$，

若 $x=300$，则 $Y=300\times(6-4)+(n-300)\times(2-4)=1200-2n$，

∴当 $n=300$ 时，$(EY)_{max}=640-0.4\times 300=520$，

若 $x=500$，则 $Y=2n$，

∴$EY=0.2\times(800-2n)+0.4(1200-2n)+0.4\times 2n=640-0.4n$，

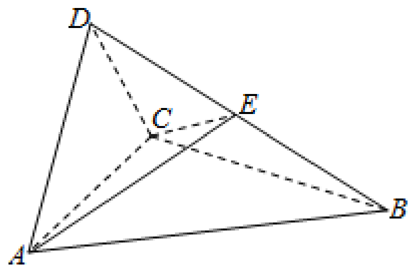
当 $n\geq 500$ 时，$Y=\begin{cases}800-2n, & x=200\\ 1200-2n, & x=300\\ 2000-2n, & x=500\end{cases}$，

$EY=0.2(800-2n)+0.4(1200-2n)+0.4(2000-2n)=1440-2n$，

∴$EY\leq 1440-2\times 500=440$.

综上，当 $n=300$ 时，EY 最大值为 520 元.

19.如图，四面体 ABCD 中，△ABC 是正三角形，△ACD 是直角三角形，∠ABD=∠CBD，AB=BD.



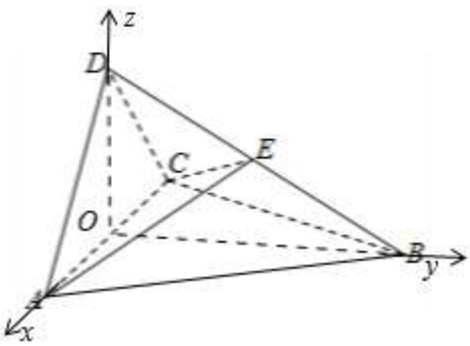
(1)证明：平面 ACD⊥平面 ABC；

(2)过 AC 的平面交 BD 于点 E，若平面 AEC 把四面体 ABCD 分成体积相等的两部分，求二面角 D-AE-C 的余弦值.

解析：(1)如图所示，取 AC 的中点 O，连接 BO，OD.△ABC 是等边三角形，可得 OB⊥AC.由已知可得：△ABD≌△CBD，AD=CD.△ACD 是直角三角形，可得 AC 是斜边，∠ADC=90°.可得 $DO=\frac{1}{2}AC$.利用 $DO^2+BO^2=AB^2=BD^2$.可得 OB⊥OD.利用线面垂直的判定与性质定理即可证明.

(2)设点 D，B 到平面 ACE 的距离分别为 h_D，h_E.则 $\frac{h_D}{h_E}=\frac{DE}{BE}$.根据平面 AEC 把四面体 ABCD 分成体积相等的两部分，可得 $\frac{\frac{1}{3}S_{\triangle ACE}\cdot h_D}{\frac{1}{3}S_{\triangle ACE}\cdot h_E}=\frac{h_D}{h_E}=\frac{DE}{BE}=1$，即点 E 是 BD 的中点.建立如图所示的空间直角坐标系.不妨取 AB=2.利用法向量的夹角公式即可得出.

答案：(1)证明：如图所示，取 AC 的中点 O，连接 BO，OD.



∵△ABC 是等边三角形，∴OB⊥AC.

△ABD 与△CBD 中，AB=BD=BC，∠ABD=∠CBD，

∴△ABD≌△CBD，∴AD=CD.

∵△ACD 是直角三角形，

∴AC 是斜边，∴∠ADC=90°.

∴DO=$\frac{1}{2}$AC.

∴$DO^2+BO^2=AB^2=BD^2$.

∴∠BOD=90°.

∴OB⊥OD.

又 DO∩AC=O，∴OB⊥平面 ACD.

又 OB⊂平面 ABC，

∴平面 ACD⊥平面 ABC.

(2)解：设点 D，B 到平面 ACE 的距离分别为 h_D，h_E. 则 $\frac{h_D}{h_E}=\frac{DE}{BE}$.

∵平面 AEC 把四面体 ABCD 分成体积相等的两部分，

∴ $\frac{\frac{1}{3}S_{\triangle ACE}\cdot h_D}{\frac{1}{3}S_{\triangle ACE}\cdot h_E}=\frac{h_D}{h_E}=\frac{DE}{BE}$=1.

∴点 E 是 BD 的中点.

建立如图所示的空间直角坐标系. 不妨取 AB=2.

则 O(0，0，0)，A(1，0，0)，C(−1，0，0)，D(0，0，1)，B(0，$\sqrt{3}$，0)，E(0，$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{1}{2}$).

$\overrightarrow{AD}$=(−1，0，1)，$\overrightarrow{AE}$=(−1，$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{1}{2}$)，$\overrightarrow{AC}$=(−2，0，0).

设平面 ADE 的法向量为 $\overrightarrow{m}$=(x，y，z)，则 $\begin{cases}\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{AD}=0\\ \overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{AE}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}-x+z=0\\ -x+\frac{\sqrt{3}}{2}y+\frac{1}{2}z=0\end{cases}$，取 $\overrightarrow{m}$=(3，$\sqrt{3}$，3).

同理可得：平面ACE的法向量为$\vec{n}$=(0，1，$-\sqrt{3}$).

∴cos＜$\vec{m}$，$\vec{n}$＞=$\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\dfrac{-2\sqrt{3}}{\sqrt{21}\times 2}=-\dfrac{\sqrt{7}}{7}$.

∴二面角D-AE-C的余弦值为$\dfrac{\sqrt{7}}{7}$.

20.已知抛物线C：$y^2=2x$，过点(2，0)的直线l交C与A，B两点，圆M是以线段AB为直径的圆.

(1)证明：坐标原点O在圆M上；

(2)设圆M过点P(4，-2)，求直线l与圆M的方程.

解析：(1)方法一：分类讨论，当直线斜率不存在时，求得A和B的坐标，由$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$=0，则坐标原点O在圆M上；当直线l斜率存在，代入抛物线方程，利用韦达定理及向量数量积的可得$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$=0，则坐标原点O在圆M上；

方法二：设直线l的方程x=my+2，代入椭圆方程，利用韦达定理及向量数量积的坐标运算，即可求得$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$=0，则坐标原点O在圆M上；

(2)由题意可知：$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}$=0，根据向量数量积的坐标运算，即可求得k的值，求得M点坐标，则半径r=丨MP丨，即可求得圆的方程.

答案：方法一：证明：(1)当直线l的斜率不存在时，则A(2，2)，B(2，-2)，

则$\overrightarrow{OA}$=(2，2)，$\overrightarrow{OB}$=(2，-2)，则$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$=0，

∴$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，

则坐标原点O在圆M上；

当直线l的斜率存在，设直线l的方程y=k(x-2)，A(x_1，y_1)，B(x_2，y_2)，

$\begin{cases} y=k(x-2) \\ y^2=2x \end{cases}$，整理得：$k^2x^2-(4k^2+1)x+4k^2=0$，

则$x_1x_2=4$，$4x_1x_2=y_1^2y_2^2=(y_1y_2)^2$，由$y_1y_2<0$，

则$y_1y_2=-4$，

由$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=0$，

则$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，则坐标原点O在圆M上，

综上可知：坐标原点O在圆M上；

方法二：设直线l的方程x=my+2，

$\begin{cases} x=my+2 \\ y^2=2x \end{cases}$，整理得：$y^2-2my-4=0$，A($x_1$，$y_1$)，B($x_2$，$y_2$)，

则 $y_1y_2=-4$，

则 $(y_1y_2)^2=4x_1x_2$，则 $x_1x_2=4$，则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=0$，

则 $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，则坐标原点 O 在圆 M 上，

∴坐标原点 O 在圆 M 上；

(2)由(1)可知：$x_1x_2=4$，$x_1+x_2=\dfrac{4k^2+2}{k^2}$，$y_1+y_2=\dfrac{2}{k}$，$y_1y_2=-4$，

圆 M 过点 P(4，-2)，则 $\overrightarrow{AP}=(4-x_1，-2-y_1)$，$\overrightarrow{BP}=(4-x_2，-2-y_2)$，

由 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=0$，则 $(4-x_1)(4-x_2)+(-2-y_1)(-2-y_2)=0$，

整理得：$k^2+k-2=0$，解得：$k=-2$，$k=1$，

当 $k=-2$ 时，直线 l 的方程为 $y=-2x+4$，

则 $x_1+x_2=\dfrac{9}{2}$，$y_1+y_2=-1$，

则 $M(\dfrac{9}{4}，-\dfrac{1}{2})$，半径为 $r=|MP|=\sqrt{\left(4-\dfrac{9}{4}\right)^2+\left(-2+\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{85}}{4}$，

∴圆 M 的方程 $(x-\dfrac{9}{4})^2+(y+\dfrac{1}{2})^2=\dfrac{85}{16}$.

当直线斜率 $k=1$ 时，直线 l 的方程为 $y=x-2$，

同理求得 M(3，1)，则半径为 $r=|MP|=\sqrt{10}$，

∴圆 M 的方程为 $(x-3)^2+(y-1)^2=10$，

综上可知：直线 l 的方程为 $y=-2x+4$，圆 M 的方程 $(x-\dfrac{9}{4})^2+(y+\dfrac{1}{2})^2=\dfrac{85}{16}$ 或直线 l 的方程为 $y=x-2$，圆 M 的方程为 $(x-3)^2+(y-1)^2=10$.

21.已知函数 $f(x)=x-1-a\ln x$.

(1)若 $f(x)\geqslant 0$，求 a 的值；

(2)设 m 为整数，且对于任意正整数 n，$(1+\dfrac{1}{2})(1+\dfrac{1}{2^2})\cdots(1+\dfrac{1}{2^n})<m$，求 m 的最小值.

解析：(1)通过对函数 $f(x)=x-1-a\ln x(x>0)$ 求导，分 $a\leqslant 0$、$a>0$ 两种情况考虑导函数 $f'(x)$ 与 0 的大小关系可得结论；

(2)通过(1)可知 $\ln x\leqslant x-1$，进而取特殊值可知 $\ln(1+\dfrac{1}{2^k})<\dfrac{1}{2^k}$，$k\in N^*$. 一方面利用等比数列的求和公式放缩可知 $(1+\dfrac{1}{2})(1+\dfrac{1}{2^2})\cdots(1+\dfrac{1}{2^n})<e$，另一方面可知 $(1+\dfrac{1}{2})(1+\dfrac{1}{2^2})\cdots(1+\dfrac{1}{2^n})>2$，从而当 $n\geqslant 3$ 时，$(1+\dfrac{1}{2})(1+\dfrac{1}{2^2})\cdots(1+\dfrac{1}{2^n})\in(2，e)$，比较可得结论.

答案：(1)因为函数 $f(x)=x-1-a\ln x$，$x>0$，

所以 $f'(x)=1-\dfrac{a}{x}=\dfrac{x-a}{x}$，且 $f(1)=0$.
所以当 $a\leqslant 0$ 时 $f'(x)>0$ 恒成立，此时 $y=f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，这与 $f(x)\geqslant 0$ 矛盾；
当 $a>0$ 时令 $f'(x)=0$，解得 $x=a$，
所以 $y=f(x)$ 在 $(0,a)$ 上单调递减，在 $(a,+\infty)$ 上单调递增，即 $f(x)_{min}=f(a)$，
又因为 $f(x)_{min}=f(a)\geqslant 0$，
所以 $a=1$；
(2)由(1)可知当 $a=1$ 时 $f(x)=x-1-\ln x\geqslant 0$，即 $\ln x\leqslant x-1$，
所以 $\ln(x+1)\leqslant x$ 当且仅当 $x=0$ 时取等号，
所以 $\ln(1+\dfrac{1}{2^k})<\dfrac{1}{2^k}$，$k\in N^*$.
一方面，$\ln(1+\dfrac{1}{2})+\ln(1+\dfrac{1}{2^2})+\cdots+\ln(1+\dfrac{1}{2^n})<12+122+\cdots+\dfrac{1}{2^n}=1-\dfrac{1}{2^n}<1$，
即 $(1+\dfrac{1}{2})(1+\dfrac{1}{2^2})\cdots(1+\dfrac{1}{2^n})<e$；
另一方面，$(1+\dfrac{1}{2})(1+\dfrac{1}{2^2})\cdots(1+\dfrac{1}{2^n})>(1+\dfrac{1}{2})(1+\dfrac{1}{2^2})(1+\dfrac{1}{2^3})=\dfrac{135}{64}>2$；
从而当 $n\geqslant 3$ 时，$(1+\dfrac{1}{2})(1+\dfrac{1}{2^2})\cdots(1+\dfrac{1}{2^n})\in(2,e)$，
因为 m 为整数，且对于任意正整数 n，$(1+\dfrac{1}{2})(1+\dfrac{1}{2^2})\cdots(1+\dfrac{1}{2^n})<m$ 成立，
所以 m 的最小值为 3.

(二)选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22.在直角坐标系 xOy 中，直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+t\\ y=kt\end{cases}$，(t 为参数)，直线 l_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=-2+m\\ y=\dfrac{m}{k}\end{cases}$，(m 为参数).设 l_1 与 l_2 的交点为 P，当 k 变化时，P 的轨迹为曲线 C.

(1)写出 C 的普通方程；

(2)以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，设 l_3：$\rho(\cos\theta+\sin\theta)-\sqrt{2}=0$，M 为 l_3 与 C 的交点，求 M 的极径.

解析:(1)分别消掉参数 t 与 m 可得直线 l_1 与直线 l_2 的普通方程为 $y=k(x-2)$①与 $x=-2+ky$②；
联立①②，消去 k 可得 C 的普通方程为 $x^2-y^2=4$；

(2)将 l_3 的极坐标方程为 $\rho(\cos\theta+\sin\theta)-\sqrt{2}=0$ 化为普通方程：$x+y-\sqrt{2}=0$，再与曲线 C 的方程联立，可得 $\begin{cases}x=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\\ y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，即可求得 l_3 与 C 的交点 M 的极径为 $\rho=\sqrt{5}$.

答案：(1)∵直线 l_1的参数方程为$\begin{cases}x=2+t\\y=kt\end{cases}$，(t 为参数)，

∴消掉参数 t 得：直线 l_1的普通方程为：y=k(x-2)①；

又直线 l_2的参数方程为$\begin{cases}x=-2+m\\y=\dfrac{m}{k}\end{cases}$，(m 为参数)，

同理可得，直线 l_2的普通方程为：x=-2+ky②；
联立①②，消去 k 得：$x^2-y^2=4$，即 C 的普通方程为 $x^2-y^2=4$；

(2)∵l_3的极坐标方程为ρ(cosθ+sinθ)-$\sqrt{2}$=0，

∴其普通方程为：x+y-$\sqrt{2}$=0，

联立$\begin{cases}x+y=\sqrt{2}\\x^2-y^2=4\end{cases}$得：$\begin{cases}x=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\\y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，

∴ $\rho^2=x^2+y^2=\dfrac{18}{4}+\dfrac{2}{4}=5$.

∴l_3与 C 的交点 M 的极径为ρ=$\sqrt{5}$.

[选修 4-5：不等式选讲]
23.已知函数 f(x)=|x+1|-|x-2|.
(1)求不等式 f(x)≥1 的解集；
(2)若不等式 f(x)≥x^2-x+m 的解集非空，求 m 的取值范围.

解析：(1)由于 f(x)=|x+1|-|x-2|=$\begin{cases}-3, & x<-1\\2x-1, & -1\le x\le 2\\3, & x>2\end{cases}$，解不等式 f(x)≥1 可分-1≤x≤2 与 x＞2 两类讨论即可解得不等式 f(x)≥1 的解集；
(2)依题意可得 m≤[f(x)-x^2+x]max，设 g(x)=f(x)-x^2+x，分 x≤1、-1＜x＜2、x≥2 三类讨论，可求得 $g(x)_{max}=\dfrac{5}{4}$，从而可得 m 的取值范围.

答案：(1)∵f(x)=|x+1|-|x-2|=$\begin{cases}-3, & x<-1\\2x-1, & -1\le x\le 2\\3, & x>2\end{cases}$，f(x)≥1，

∴当-1≤x≤2 时，2x-1≥1，解得 1≤x≤2；
当 x＞2 时，3≥1 恒成立，故 x＞2；
综上，不等式 f(x)≥1 的解集为{x|x≥1}.
(2)原式等价于存在 x∈R 使得 f(x)-x^2+x≥m 成立，

即 m≤$[f(x)-x^2+x]_{max}$，设 g(x)=f(x)-x2+x.

由(1)知，$g(x)=\begin{cases}-x^2+x-3, & x\le -1\\ -x^2+3x-1, & -1<x<2\\ -x^2+x+3, & x\ge 2\end{cases}$，

当 x≤-1 时，$g(x)=-x^2+x-3$，其开口向下，对称轴方程为 $x=\frac{1}{2}>-1$，

∴g(x)≤g(-1)=-1-1-3=-5；

当-1＜x＜2 时，$g(x)=-x^2+3x-1$，其开口向下，对称轴方程为 $x=\frac{3}{2}\in(-1，2)$，

∴$g(x)\le g(\frac{3}{2})=-\frac{9}{4}+\frac{9}{2}-1=\frac{5}{4}$；

当 x≥2 时，$g(x)=-x^2+x+3$，其开口向下，对称轴方程为 $x=\frac{1}{2}<2$，

∴g(x)≤g(2)=-4+2=3=1；

综上，$g(x)_{max}=\frac{5}{4}$，

∴m 的取值范围为$(-\infty，\frac{5}{4}]$.