

2018 年内蒙古巴彦淖尔市乌拉特前旗中考一模数学

一、单项选择题(本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分)

1. -3^2 的相反数是()

- A. 6
- B. -6
- C. 9
- D. -9

解析: $-3^2 = -9$,

-9 的相反数为: 9,

即 -3^2 的相反数为 9.

答案: C

2. 下列各式中，运算正确的是()

- A. $a^6 \div a^3 = a^2$
- B. $(-a^3)^2 = -a^5$
- C. $2a^3 \cdot 3a^2 = 6a^6$
- D. $3ax^2 - 4ax^2 = -ax^2$

解析: 先求每个式子的值，再进行判断即可.

A、 $a^6 \div a^3 = a^3$ ，错误;

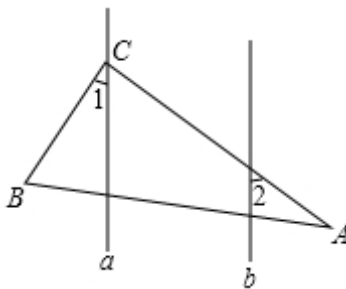
B、 $(-a^3)^2 = a^6$ ，错误;

C、 $2a^3 \cdot 3a^2 = 6a^5$ ，错误;

D、 $3ax^2 - 4ax^2 = -ax^2$ ，正确.

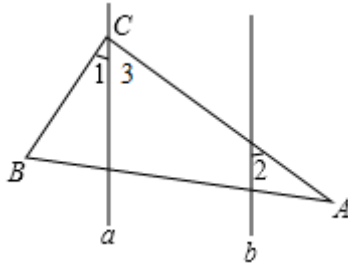
答案: D

3. 直线 $a \parallel b$ ，Rt $\triangle ABC$ 的直角顶点 C 在直线 a 上，若 $\angle 1 = 35^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ ()



- A. 50°
- B. 55°
- C. 60°
- D. 65°

解析: 先根据直角为 90° ，即可得到 $\angle 3$ 的度数，再根据平行线的性质，即可得出 $\angle 2$ 的度数.



∵ Rt△ABC 的直角顶点 C 在直线 a 上， $\angle 1 = 35^\circ$ ，

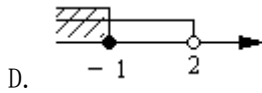
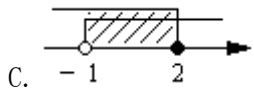
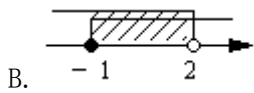
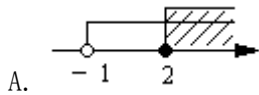
∴ $\angle 3 = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$ ，

又 ∵ $a \parallel b$ ，

∴ $\angle 2 = \angle 3 = 55^\circ$ 。

答案：B

4. 把不等式组 $\begin{cases} 3x + 3 > 0 \\ x - 5 \leq 1 - 2x \end{cases}$ 的解集表示在数轴上正确的是 ()



解析：先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分，然后把不等式的解集表示在数轴上即可。

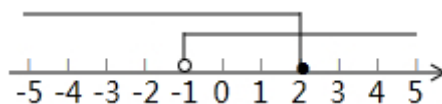
$$\begin{cases} 3x + 3 > 0 \text{ ①} \\ x - 5 \leq 1 - 2x \text{ ②} \end{cases}$$

由①得： $x > -1$ ，

由②得： $x \leq 2$ ，

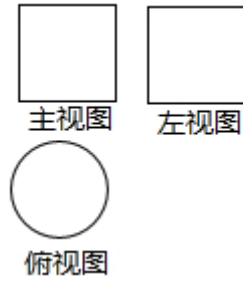
不等式组的解集为： $-1 < x \leq 2$ 。

在数轴上表示为：



答案：C

5. 某几何体的三视图如图所示，因此几何体是 ()



- A. 长方形
- B. 圆柱
- C. 球
- D. 正三棱柱

解析：从正面看到的图叫做主视图，从左面看到的图叫做左视图，从上面看到的图叫做俯视图。

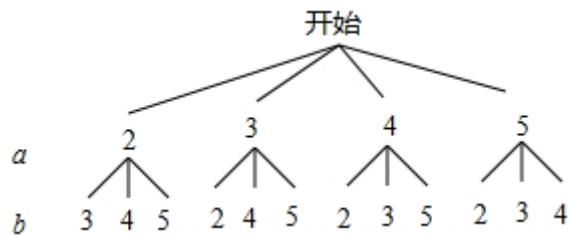
从正面看，是一个矩形；从左面看，是一个矩形；从上面看，是圆，这样的几何体是圆柱。

答案：B

6. 从 2, 3, 4, 5 中任意选两个数，记作 a 和 b，那么点(a, b)在函数 $y = \frac{12}{x}$ 图象上的概率是()

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{1}{3}$
- D. $\frac{1}{6}$

解析：画树状图得：



∴共有 12 种等可能的结果，点(a, b)在函数 $y = \frac{12}{x}$ 图象上的有 (3, 4), (4, 3),

∴点(a, b)在函数 $y = \frac{12}{x}$ 图象上的概率是： $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

答案：D

7. 2016 年 5 月 15 日从呼市到鄂尔多斯市的 D6767 次动车首发成功，鄂尔多斯市自此迎来了动车时代，已知两地铁路长为 450 千米，动车比火车每小时多行驶 50 千米，从呼市到鄂尔多斯市乘动车比乘火车少用 40 分钟，设动车速度为每小时 x 千米，则可列方程为()

A. $\frac{450}{x-50} - \frac{450}{x} = 40$

B. $\frac{450}{x} - \frac{450}{x+50} = 4$

C. $\frac{450}{x} - \frac{450}{x+50} = \frac{2}{3}$

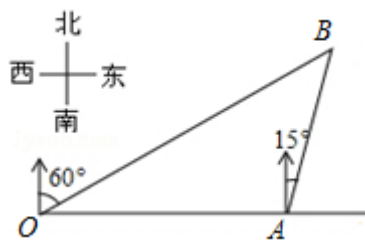
D. $\frac{450}{x-50} - \frac{450}{x} = \frac{2}{3}$

解析：动车速度为每小时 x 千米，直接利用从呼市到鄂尔多斯市乘动车比乘火车少用 40 分钟，得出等式求出答案。

设动车速度为每小时 x 千米，则可列方程为： $\frac{450}{x-50} - \frac{450}{x} = \frac{2}{3}$ 。

答案：D

8. 如图，港口 A 在观测站 O 的正东方向，OA=6km，某船从港口 A 出发，沿北偏东 15° 方向航行一段距离后到达 B 处，此时从观测站 O 处测得该船位于北偏东 60° 的方向，则该船航行的距离(即 AB 的长)为()



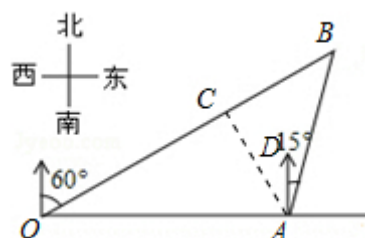
A. $3\sqrt{2}$ km

B. $3\sqrt{3}$ km

C. 4km

D. $(3\sqrt{3}-3)$ km

解析：作 $AC \perp OB$ 于点 C，如右所示：



由已知可得， $\angle COA=30^\circ$ ， $OA=6$ km，

$\because AC \perp OB$ ，

$\therefore \angle OCA = \angle BCA = 90^\circ$ ，

$\therefore OA = 2AC$ ， $\angle OAC = 60^\circ$ ，

$\therefore AC = 3$ km， $\angle CAD = 30^\circ$ ，

$$\because \angle DAB=15^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB=45^\circ,$$

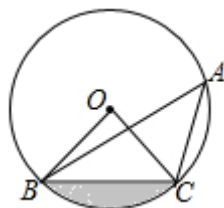
$$\therefore \angle CAB=\angle B=45^\circ,$$

$$\therefore BC=AC,$$

$$\therefore AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}.$$

答案: A

9. 如图, 点 A、B、C 在 $\odot O$ 上, 若 $\angle BAC=45^\circ$, $OB=2$, 则图中阴影部分的面积为()



A. $\pi - 2$

B. $\frac{2}{3}\pi - 1$

C. $\pi - 4$

D. $\frac{2}{3}\pi - 2$

解析: $\because \angle BAC=45^\circ,$

$$\therefore \angle BOC=90^\circ,$$

$\therefore \triangle OBC$ 是等腰直角三角形,

$$\because OB=2,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}OBC} - S_{\triangle OBC} = \frac{1}{4}\pi \times 2^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = \pi - 2.$$

答案: A

10. 如图(1)所示, E 为矩形 ABCD 的边 AD 上一点, 动点 P、Q 同时从点 B 出发, 点 P 以 1cm/秒的速度沿折线 BE-ED-DC 运动到点 C 时停止, 点 Q 以 2cm/秒的速度沿 BC 运动到点 C 时停止. 设 P、Q 同时出发 t 秒时, $\triangle BPQ$ 的面积为 $y\text{cm}^2$. 已知 y 与 t 的函数关系图象如图(2) (其中曲线 OG 为抛物线的一部分, 其余各部分均为线段), 则下列结论:

①当 $0 < t \leq 5$ 时, $y = \frac{4}{5}t^2$;

②当 t=6 秒时, $\triangle ABE \cong \triangle PQB$;

③ $\cos \angle CBE = \frac{1}{2}$;

④当 $t = \frac{29}{2}$ 秒时, $\triangle ABE \sim \triangle QBP$.

其中正确的是()

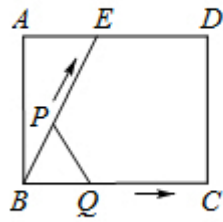


图1

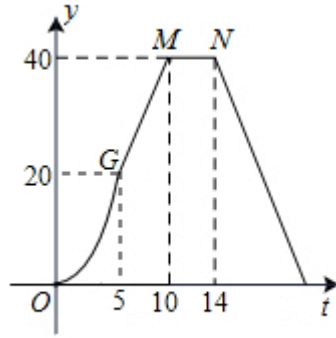


图2

- A. ①②
- B. ①③④
- C. ③④
- D. ①②④

解析：根据图(2)可得，点Q到达点C时时间为5秒，点P到达点E时间为10秒，

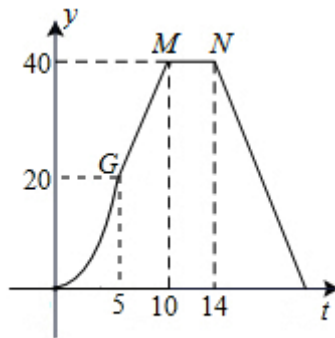


图2

∵点P、Q的运动的速度分别是1cm/秒、2cm/秒

∴BC=BE=10,

∴AD=BC=10.

又∵从M到N的变化是4,

∴ED=4,

∴AE=AD-ED=10-4=6.

∵AD//BC,

∴∠1=∠2,

∴ $\cos \angle 1 = \cos \angle 2 = \frac{AE}{BE} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

故③错误;

如图1, 过点P作PF⊥BC于点F,

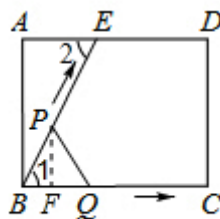


图1

∵ AD//BC,

∴ ∠1=∠2,

$$\therefore \sin \angle 1 = \sin \angle 2 = \frac{AB}{BE} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore PF = PB \cdot \sin \angle 1 = \frac{4}{5} t,$$

$$\therefore \text{当 } 0 < t \leq 5 \text{ 时, } y = \frac{1}{2} BQ \cdot PF = \frac{1}{2} \times 2t \times 4t = \frac{4}{5} t^2, \text{ 故①正确;}$$

如图 3,

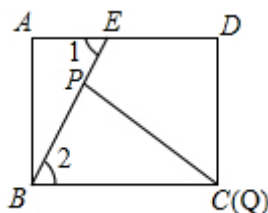


图3

当 $t=6$ 秒时, 点 P 在 BE 上, 点 Q 静止于点 C 处.

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle PQB$ 中,

$$\begin{cases} AE = BP = 6 \\ \angle 1 = \angle 2 \\ BE = BC \end{cases},$$

∴ $\triangle ABE \cong \triangle PQB$ (SAS).

故②正确;

如图 4,

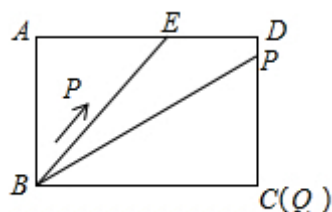


图4

当 $t = \frac{29}{2}$ 秒时, 点 P 在 CD 上, 此时, $PD = \frac{29}{2} - BE - ED = \frac{29}{2} - 10 - 4 = \frac{1}{2},$

$$PQ = CD - PD = 8 - \frac{1}{2} = \frac{15}{2},$$

$$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}, \quad \frac{BQ}{PQ} = \frac{10}{\frac{15}{2}} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{BQ}{PQ},$$

又∵ $\angle A = \angle Q = 90^\circ,$

∴ $\triangle ABE \sim \triangle QBP,$ 故④正确.

综上所述，正确的结论是①②④.

答案：D

二、填空题：本大题共有 6 小题，每小题 4 分，共 24 分. 请把答案填在答题卡上对应的横线上.

11. 因式分解 $6xy^2-9x^2y-y^3=$ _____.

解析：先提取公因式 $-y$ ，再对余下的多项式利用完全平方公式继续分解.

$$6xy^2-9x^2y-y^3=-y(9x^2-6xy+y^2)=-y(3x-y)^2.$$

答案： $-y(3x-y)^2$

12. 函数 $\frac{x}{\sqrt{x+2}}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

解析：根据被开方数是非负数，分母不能为零，可得答案.

由题意，得 $x+2>0$,

解得 $x>-2$.

答案： $x>-2$

13. 数据 5, 6, 5, 4, 10 的众数、中位数、平均数的和是_____.

解析：根据众数、中位数和平均数的概念分别求出这组数据的众数、中位数和平均数，再相加即可.

数据 5 出现了 2 次，次数最多，所以众数是 5；

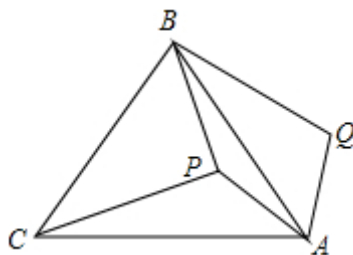
数据按从小到大排列为 4, 5, 5, 6, 10，中位数为 5；

平均数 $=(5+6+5+4+10) \div 5=6$ ；

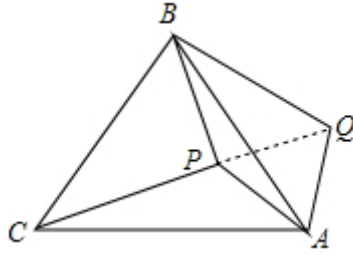
$5+5+6=16$.

答案：16

14. 如图，P 是等边三角形 ABC 内一点，将线段 AP 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到线段 AQ，连接 BQ. 若 $PA=6$, $PB=8$, $PC=10$ ，则四边形 APBQ 的面积为_____.



解析：连结 PQ，如图所示：



$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,
 $\therefore \angle BAC=60^\circ$, $AB=AC$,
 \therefore 线段 AP 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到线段 AQ ,
 $\therefore AP=AQ=6$, $\angle PAQ=60^\circ$,
 $\therefore \triangle APQ$ 为等边三角形,
 $\therefore PQ=AP=6$,
 $\therefore \angle CAP+\angle BAP=60^\circ$, $\angle BAP+\angle BAQ=60^\circ$,
 $\therefore \angle CAP=\angle BAQ$,
 在 $\triangle APC$ 和 $\triangle ABQ$ 中,

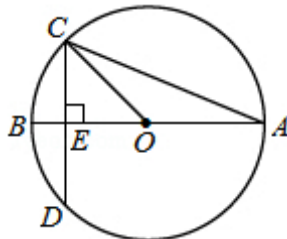
$$\begin{cases} AC = AB \\ \angle CAP = \angle BAQ , \\ AP = AQ \end{cases}$$

$\therefore \triangle APC \cong \triangle ABQ$,
 $\therefore PC=QB=10$,
 在 $\triangle BPQ$ 中, $\because PB^2=8^2=64$, $PQ^2=6^2=36$, $BQ^2=10^2=100$,
 而 $64+36=100$,
 $\therefore PB^2+PQ^2=BQ^2$,
 $\therefore \triangle PBQ$ 为直角三角形, $\angle BPQ=90^\circ$,

$$\therefore S_{\text{四边形}APBQ} = S_{\triangle BPQ} + S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 24 + 9\sqrt{3} .$$

答案: $24 + 9\sqrt{3}$

15. 如图, 圆 O 的直径 AB 垂直于弦 CD , 垂足是 E , $\angle A=22.5^\circ$, $OC=4$, CD 的长为_____.



解析: 根据圆周角定理得 $\angle BOC=2\angle A=45^\circ$, 由于 $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD , 根据垂径定理

得 $CE=DE$, 且可判断 $\triangle OCE$ 为等腰直角三角形, 所以 $CE = \frac{\sqrt{2}}{2} OC = 2\sqrt{2}$, 然后利用 $CD=2CE$

进行计算.

$$\because \angle A = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 2\angle A = 45^\circ,$$

$\because \odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD ,

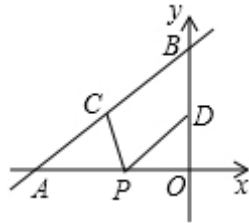
$\therefore CE = DE$, $\triangle OCE$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore CE = \frac{\sqrt{2}}{2} OC = 2\sqrt{2},$$

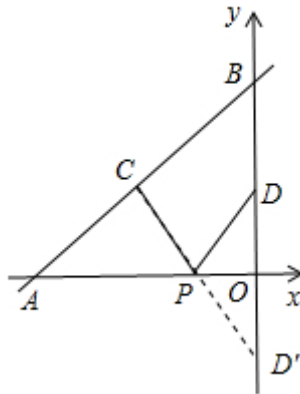
$$\therefore CD = 2CE = 4\sqrt{2}.$$

答案: $4\sqrt{2}$

16. 如图, 直线 $y = \frac{2}{3}x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 和点 B , 点 C 、 D 分别为线段 AB 、 OB 的中点, 点 P 为 OA 上一动点, $PC + PD$ 值最小时点 P 的坐标为_____.



解析: 作点 D 关于 x 轴的对称点 D' , 连接 CD' 交 x 轴于点 P , 此时 $PC + PD$ 值最小, 如图:



令 $y = \frac{2}{3}x + 4$ 中 $x = 0$, 则 $y = 4$,

\therefore 点 B 的坐标为 $(0, 4)$,

令 $y = \frac{2}{3}x + 4$ 中 $y = 0$, 则 $\frac{2}{3}x + 4 = 0$, 解得: $x = -6$,

\therefore 点 A 的坐标为 $(-6, 0)$.

\because 点 C 、 D 分别为线段 AB 、 OB 的中点,

\therefore 点 $C(-3, 2)$, 点 $D(0, 2)$.

\because 点 D' 和点 D 关于 x 轴对称,

\therefore 点 D' 的坐标为 $(0, -2)$.

设直线 CD' 的解析式为 $y = kx + b$,

∵直线 CD' 过点 C(-3, 2), D' (0, -2),

$$\therefore \text{有} \begin{cases} -3k + b = 2 \\ b = -2 \end{cases}, \text{解得:} \begin{cases} k = -\frac{4}{3} \\ b = -2 \end{cases}$$

∴直线 CD' 的解析式为 $y = -\frac{4}{3}x - 2$.

令 $y=0$, 则 $0 = -\frac{4}{3}x - 2$, 解得: $x = -\frac{3}{2}$,

∴点 P 的坐标为 $(-\frac{3}{2}, 0)$.

答案: $(-\frac{3}{2}, 0)$

三、解答题(本大题共有 8 个小题, 共 86 分. 请将必要的文字说明、计算过程或推理过程写在答题卡的对应位置)

17. 计算.

$$(1) \text{计算: } (1 - \cos 30^\circ) \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - (2018 - 1978)^0 - |2 - \sqrt{3}|.$$

解析: (1) 代入三角函数值、计算负整数指数幂、零指数幂、去绝对值符号, 再计算乘法、去括号, 最后计算加减可得.

$$\text{答案: (1) 原式} = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times 4 - 1 - (2 - \sqrt{3}) = 4 - 2\sqrt{3} - 1 - 2 + \sqrt{3} = 1 - \sqrt{3}.$$

$$(2) \text{先化简, 再求值: } \left(1 - \frac{2}{x-1}\right) \div \frac{x^2 - 5x + 6}{x-1}, \text{ } x \text{ 从 } 0, 1, 2, 3 \text{ 四个数中适当选取.}$$

解析: (2) 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 把 $x=0$ 代入计算即可求出值.

$$\text{答案: (2) 原式} = \left(\frac{x-1}{x-1} - \frac{2}{x-1}\right) \div \frac{(x-2)(x-3)}{x-1} = \frac{x-3}{x-1} \cdot \frac{x-1}{(x-2)(x-3)} = \frac{1}{x-2},$$

∵要使式子有意义, 则 $x-1 \neq 0$, $x-2 \neq 0$, $x-3 \neq 0$, 即 $x \neq 1, 2, 3$,

∴ x 只能取 0,

$$\text{当 } x=0 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{0-2} = -\frac{1}{2}.$$

18. 天水某公交公司将淘汰某一条线路上“冒黑烟”较严重的公交车, 计划购买 A 型和 B 型两行环保节能公交车共 10 辆, 若购买 A 型公交车 1 辆, B 型公交车 2 辆, 共需 400 万元; 若购买 A 型公交车 2 辆, B 型公交车 1 辆, 共需 350 万元,

(1) 求购买 A 型和 B 型公交车每辆各需多少万元？

解析：(1) 设购买 A 型公交车每辆需 x 万元，购买 B 型公交车每辆需 y 万元，根据“A 型公交车 1 辆，B 型公交车 2 辆，共需 400 万元；A 型公交车 2 辆，B 型公交车 1 辆，共需 350 万元”列出方程组解决问题.

答案：(1) 设购买 A 型公交车每辆需 x 万元，购买 B 型公交车每辆需 y 万元，

$$\text{由题意得} \begin{cases} x + 2y = 400 \\ 2x + y = 350 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 100 \\ y = 150 \end{cases},$$

答：购买 A 型公交车每辆需 100 万元，购买 B 型公交车每辆需 150 万元.

(2) 预计在该条线路上 A 型和 B 型公交车每辆年均载客量分别为 60 万人次和 100 万人次. 若该公司购买 A 型和 B 型公交车的总费用不超过 1220 万元，且确保这 10 辆公交车在该线路的年均载客量总和不少于 650 万人次，则该公司有哪几种购车方案？哪种购车方案总费用最少？最少总费用是多少？

解析：(2) 设购买 A 型公交车 a 辆，则 B 型公交车 $(10-a)$ 辆，由“购买 A 型和 B 型公交车的总费用不超过 1220 万元”和“10 辆公交车在该线路的年均载客总和不少于 650 万人次”列出不等式组探讨得出答案即可.

答案：(2) 设购买 A 型公交车 a 辆，则 B 型公交车 $(10-a)$ 辆，

$$\text{由题意得} \begin{cases} 100a + 150(10 - a) \leq 1220 \\ 60a + 100(10 - a) \geq 650 \end{cases},$$

$$\text{解得:} \begin{cases} a \geq \frac{28}{5} \\ a \leq \frac{35}{4} \end{cases}, \text{ 即 } \frac{28}{5} \leq a \leq \frac{35}{4},$$

因为 a 是整数，

所以 $a=6, 7, 8$;

则 $(10-a)=4, 3, 2$;

三种方案：

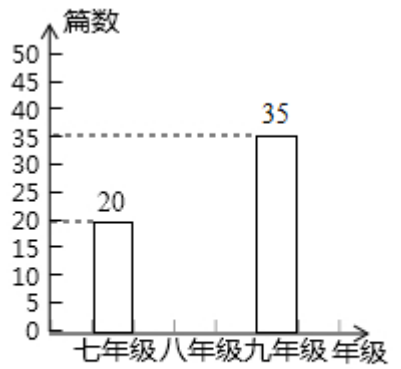
① 购买 A 型公交车 6 辆，则 B 型公交车 4 辆： $100 \times 6 + 150 \times 4 = 1200$ 万元；

② 购买 A 型公交车 7 辆，则 B 型公交车 3 辆： $100 \times 7 + 150 \times 3 = 1150$ 万元；

③ 购买 A 型公交车 8 辆，则 B 型公交车 2 辆： $100 \times 8 + 150 \times 2 = 1100$ 万元；

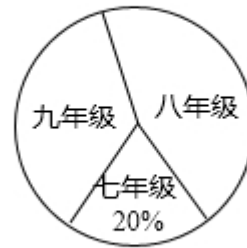
购买 A 型公交车 8 辆，则 B 型公交车 2 辆费用最少，最少总费用为 1100 万元.

19. 重庆某中学组织七、八、九年级学生参加“直辖 20 年，点赞新重庆”作文比赛，该校将收到的参赛作文进行分年级统计，绘制了如图 1 和如图 2 两幅不完整的统计图，根据图中提供的信息完成以下问题.



各年级参赛作文篇数条形统计图

图1



各年级参赛作文篇数扇形统计图

图2

(1) 扇形统计图中九年级参赛作文篇数对应的圆心角是_____度，并补全条形统计图.

解析：(1) 求出总的作文篇数，即可得出九年级参赛作文篇数对应的圆心角的度数；求出八年级的作文篇数，补全条形统计图即可.

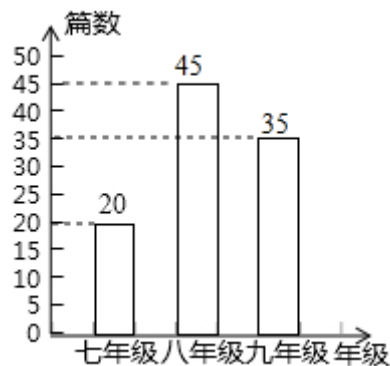
答案：(1) $20 \div 20\% = 100$,

九年级参赛作文篇数对应的圆心角 $= 360^\circ \times \frac{35}{100} = 126^\circ$.

故答案为：126.

$100 - 20 - 35 = 45$,

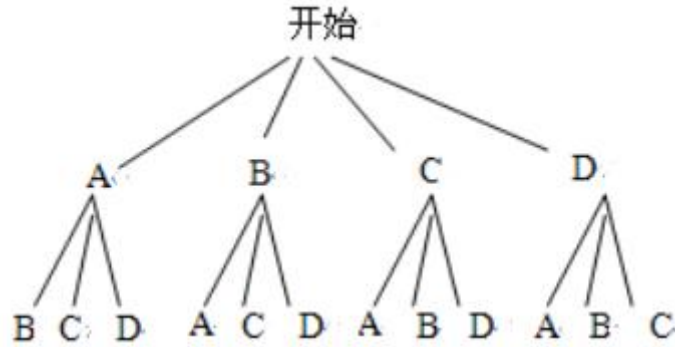
补全条形统计图如图所示：



(2) 经过评审，全校有 4 篇作文荣获特等奖，其中有一篇来自七年级，学校准备从特等奖作文中任选两篇刊登在校刊上，请利用画树状图或列表的方法求出七年级特等奖作文被选登在校刊上的概率.

解析：(2) 假设 4 篇荣获特等奖的作文分别为 A、B、C、D，其中 A 代表七年级获奖的特等奖作文. 树状图即可得出答案.

答案：(2) 假设 4 篇荣获特等奖的作文分别为 A、B、C、D，

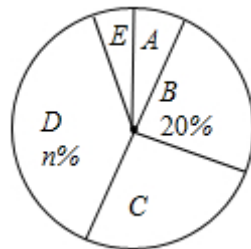


共有 12 种可能性结果，它们发生的可能性相等，其中七年级特等奖作文被选登在校刊上的可能性有 6 种，

$$\therefore P(\text{七年级特等奖作文被选登在校刊上}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

20. 某校为了解全校学生对新闻、体育、动画、娱乐、戏曲五类电视节目的喜爱情况，随机选取该校部分学生进行调查，要求每名同学从中只选一类最喜爱的电视节目，以下是根据调查结果绘制的统计图表的一部分.

类别	A	B	C	D	E
节目类型	新闻	体育	动画	娱乐	戏曲
人数	12	30	m	54	9



请你根据以上的信息，回答下列问题：

(1) 被调查的学生中，最喜爱体育节目的有_____人，这些学生数占被调查总人数的百分比为_____ %.

解析：(1) 观察图表体育类型即可解决问题.

最喜爱体育节目的有 30 人，这些学生数占被调查总人数的百分比为 20%.

答案：(1) 30, 20.

(2) 被调查学生的总数为_____人，统计表中 m 的值为_____，统计图中 n 的值为_____.

解析：(2) 根据“总数=B 类型的人数÷B 所占百分比”可得总数；用总数减去其他类型的人数，可得 m 的值；根据百分比=所占人数/总人数可得 n 的值.

总人数=30÷20%=150 人，

m=150-12-30-54-9=45，

$$n\% = \frac{54}{150} \times 100\% = 36\%, \text{ 即 } n=36,$$

答案：(2) 150, 45, 36.

(3) 在统计图中，E类所对应扇形圆心角的度数为_____.

解析：(3) 根据圆心角度数 = $360^\circ \times$ 所占百分比，计算即可.

$$\text{E类所对应扇形的圆心角的度数} = 360^\circ \times \frac{9}{150} = 21.6^\circ.$$

答案：(3) 21.6°

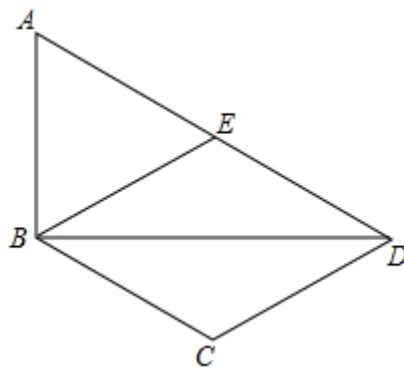
(4) 该校共有 2000 名学生，根据调查结果，估计该校最喜爱新闻节目的学生数.

解析：(4) 用学生数乘以最喜爱新闻节目所占百分比可估计最喜爱新闻节目的学生数.

$$\text{答案：(4) 估计该校最喜爱新闻节目的学生数为 } 2000 \times \frac{12}{150} = 160 \text{ 人.}$$

答：估计该校最喜爱新闻节目的学生数为 160 人.

21. 如图，在四边形 ABCD 中，BD 为一条对角线，AD // BC，AD = 2BC， $\angle ABD = 90^\circ$ ，E 为 AD 的中点，连接 BE.



(1) 求证：四边形 BCDE 为菱形.

解析：(1) 由 $DE = BC$ ， $DE \parallel BC$ ，推出四边形 BCDE 是平行四边形，再证明 $BE = DE$ 即可解决问题.

答案：(1) 证明： $\because AD = 2BC$ ，E 为 AD 的中点，

$$\therefore DE = BC,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

\therefore 四边形 BCDE 是平行四边形，

$$\because \angle ABD = 90^\circ, \text{ AE} = \text{DE},$$

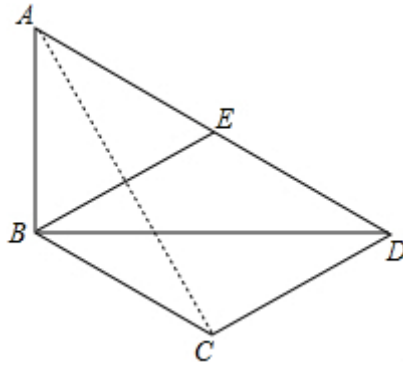
$$\therefore BE = DE,$$

\therefore 四边形 BCDE 是菱形.

(2) 连接 AC，若 AC 平分 $\angle BAD$ ， $BC = 1$ ，求 AC 的长.

解析：(2) 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中只要证明 $\angle ADC = 60^\circ$ ， $AD = 2$ 即可解决问题；

答案：(2) 连接 AC.



$\because AD \parallel BC$, AC 平分 $\angle BAD$,

$\therefore \angle BAC = \angle DAC = \angle BCA$,

$\therefore AB = BC = 1$,

$\therefore AD = 2BC = 2$,

$\therefore \sin \angle ADB = \frac{1}{2}$,

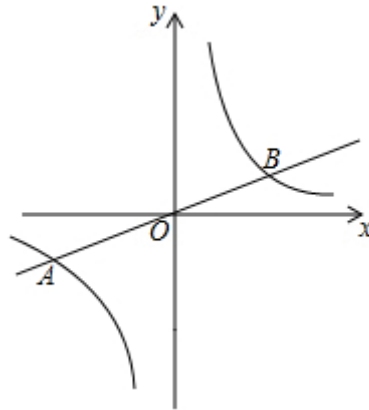
$\therefore \angle ADB = 30^\circ$,

$\therefore \angle DAC = 30^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\because AD = 2$,

$\therefore CD = 1$, $AC = \sqrt{3}$.

22. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知正比例函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 $A(a, -2)$, B 两点.



(1) 求反比例函数的表达式和点 B 的坐标.

解析: (1) 把 $A(a, -2)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x$, 可得 $A(-4, -2)$, 把 $A(-4, -2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 可得反比

例函数的表达式为 $y = \frac{8}{x}$, 再根据点 B 与点 A 关于原点对称, 即可得到 B 的坐标.

答案: (1) 把 $A(a, -2)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x$, 可得 $a = -4$,

∴A(-4, -2),

把A(-4, -2)代入 $y = \frac{k}{x}$, 可得 $k=8$,

∴反比例函数的表达式为 $y = \frac{8}{x}$,

∵点B与点A关于原点对称,

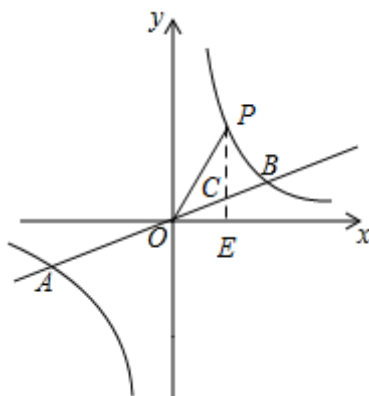
∴B(4, 2).

(2)P是第一象限内反比例函数图象上一点, 过点P作y轴的平行线, 交直线AB于点C, 连接PO, 若△POC的面积为3, 求点P的坐标.

解析: (2)过P作 $PE \perp x$ 轴于E, 交AB于C, 先设 $P(m, \frac{8}{m})$, 则 $C(m, \frac{1}{2}m)$, 根据△POC的

面积为3, 可得方程 $\frac{1}{2}m \times \left| \frac{1}{2}m - \frac{8}{m} \right| = 3$, 求得m的值, 即可得到点P的坐标.

答案: (2)如图所示, 过P作 $PE \perp x$ 轴于E, 交AB于C,



设 $P(m, \frac{8}{m})$, 则 $C(m, \frac{1}{2}m)$,

∵△POC的面积为3,

$$\therefore \frac{1}{2}m \times \left| \frac{1}{2}m - \frac{8}{m} \right| = 3,$$

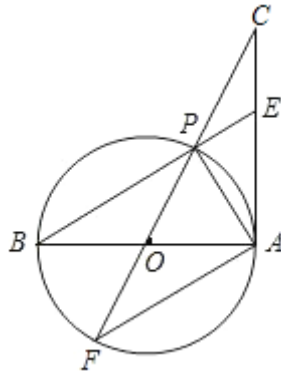
解得 $m=2\sqrt{7}$ 或 2,

当 $m=2\sqrt{7}$ 时, $\frac{8}{m} = \frac{8}{2\sqrt{7}} = \frac{4}{\sqrt{7}}$, 则 $P(2\sqrt{7}, \frac{4}{\sqrt{7}})$;

当 $m=2$ 时, $\frac{8}{m} = \frac{8}{2} = 4$, 则 $P(2, 4)$.

综上所述: $P(2\sqrt{7}, \frac{4}{\sqrt{7}})$ 或 $(2, 4)$.

23. 如图所示, AB是⊙O的直径, AC切⊙O于点A, 且AC=AB, CO交⊙O于点P, CO的延长线交⊙O于点F, BP的延长线交AC于点E, 连接AP、AF.



求证：

(1) $AF \parallel BE$.

解析：(1)由 $\angle B$ 、 $\angle F$ 同对劣弧 AP ，可知两角的关系，又因 $BO=PO$ ， $\triangle BOP$ 是等腰三角形，求出 $\angle F=\angle BPF$ ，得出结论.

答案：(1)证明： $\because \angle B$ 、 $\angle F$ 同对劣弧 AP ，

$$\therefore \angle B = \angle F,$$

$$\because BO = PO,$$

$$\therefore \angle B = \angle BPO,$$

$$\therefore \angle F = \angle BPF,$$

$$\therefore AF \parallel BE.$$

(2) $\triangle ACP \sim \triangle FCA$.

解析：(2) AC 切 $\odot O$ 于点 A ， AB 是 $\odot O$ 的直径，证明 $\angle EAP = \angle B$ ，故 $\triangle ACP \sim \triangle FCA$.

答案：(2)证明： $\because AC$ 切 $\odot O$ 于点 A ， AB 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ.$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle BPA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAP = 90^\circ - \angle BEA, \quad \angle B = 90^\circ - \angle BEA,$$

$$\therefore \angle EAP = \angle B = \angle F,$$

又 $\angle C = \angle C$ ，

$$\therefore \triangle ACP \sim \triangle FCA.$$

(3) $CP = AE$.

解析：(3)由 $\angle CPE = \angle BPO = \angle B = \angle EAP$ ， $\angle C = \angle C$ ，证得三角形相似，列出比例式，可得到等式成立.

答案：(3)证明： $\because \angle CPE = \angle BPO = \angle B = \angle EAP$ ， $\angle C = \angle C$.

$$\therefore \triangle PCE \sim \triangle ACP$$

$$\therefore \frac{PC}{PE} = \frac{AC}{AP},$$

$$\because \angle EAP = \angle B, \quad \angle EPA = \angle APB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle EAP \sim \triangle ABP.$$

$$\therefore \frac{AE}{PE} = \frac{AB}{AP},$$

又 $AC=AB$,

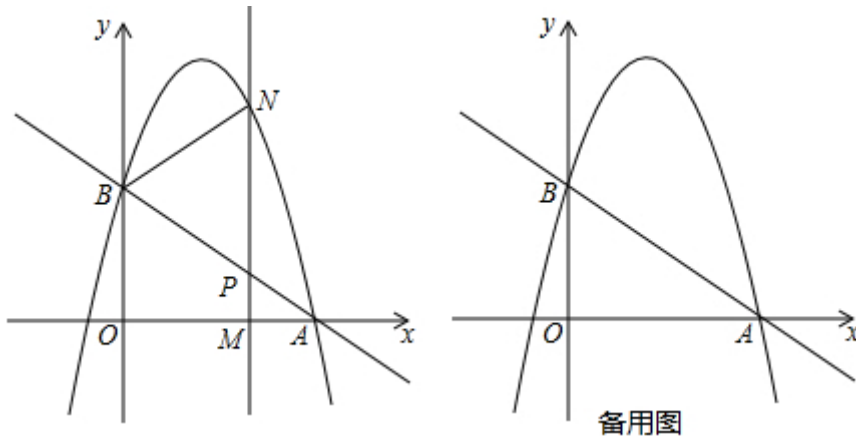
$$\therefore \frac{AE}{PE} = \frac{AC}{AP},$$

于是有 $\frac{PC}{PE} = \frac{AE}{PE}$,

$\therefore CP=AE$.

24. 如图, 直线 $y = -\frac{2}{3}x + c$ 与 x 轴交于点 $A(3, 0)$, 与 y 轴交于点 B , 抛物线

$y = -\frac{4}{3}x^2 + bx + c$ 经过点 A, B .



(1) 求点 B 的坐标和抛物线的解析式.

解析: (1) 把 A 点坐标代入直线解析式可求得 c , 则可求得 B 点坐标, 由 A, B 的坐标, 利用待定系数法可求得抛物线解析式.

答案: (1) $\because y = -\frac{2}{3}x + c$ 与 x 轴交于点 $A(3, 0)$, 与 y 轴交于点 B ,

$\therefore 0 = -2 + c$, 解得 $c = 2$,

$\therefore B(0, 2)$,

\because 抛物线 $y = -\frac{4}{3}x^2 + bx + c$ 经过点 A, B ,

$$\therefore \begin{cases} -12 + 3b + c = 0 \\ c = 2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} b = \frac{10}{3} \\ c = 2 \end{cases},$$

\therefore 抛物线解析式为 $y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{10}{3}x + 2$.

(2) $M(m, 0)$ 为 x 轴上一动点, 过点 M 且垂直于 x 轴的直线与直线 AB 及抛物线分别交于点 P, N .

① 点 M 在线段 OA 上运动, 若以 B, P, N 为顶点的三角形与 $\triangle APM$ 相似, 求点 M 的坐标.

② 点 M 在 x 轴上自由运动, 若三个点 M, P, N 中恰有一点是其它两点所连线段的中点 (三点重合除外), 则称 M, P, N 三点为“共谐点”. 请直接写出使得 M, P, N 三点成为“共谐点”

的 m 的值.

解析: (2) ①由 M 点坐标可表示 P 、 N 的坐标, 从而可表示出 MA 、 MP 、 PN 、 PB 的长, 分 $\angle NBP=90^\circ$ 和 $\angle BNP=90^\circ$ 两种情况, 分别利用相似三角形的性质可得到关于 m 的方程, 可求得 m 的值.

②用 m 可表示出 M 、 P 、 N 的坐标, 由题意可知有 P 为线段 MN 的中点、 M 为线段 PN 的中点或 N 为线段 PM 的中点, 可分别得到关于 m 的方程, 可求得 m 的值.

答案: (2) ①由 (1) 可知直线解析式为 $y = -\frac{2}{3}x + 2$,

$\because M(m, 0)$ 为 x 轴上一动点, 过点 M 且垂直于 x 轴的直线与直线 AB 及抛物线分别交于点 P , N ,

$$\therefore P(m, -\frac{2}{3}m + 2), N(m, -\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2),$$

$$\therefore PM = -\frac{2}{3}m + 2, AM = 3 - m, PN = -\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2 - \left(-\frac{2}{3}m + 2\right) = -\frac{4}{3}m^2 + 4m,$$

$\because \triangle BPN$ 和 $\triangle APM$ 相似, 且 $\angle BPN = \angle APM$,

$\therefore \angle BNP = \angle AMP = 90^\circ$ 或 $\angle NBP = \angle AMP = 90^\circ$,

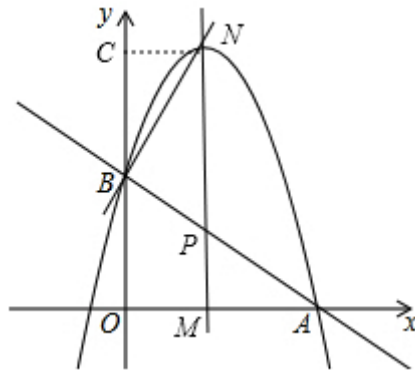
当 $\angle BNP = 90^\circ$ 时, 则有 $BN \perp MN$,

$\therefore N$ 点的纵坐标为 2,

$$\therefore -\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2 = 2, \text{ 解得 } m=0 \text{ (舍去) 或 } m=2.5,$$

$\therefore M(2.5, 0)$,

当 $\angle NBP = 90^\circ$ 时, 过点 N 作 $NC \perp y$ 轴于点 C ,



则 $\angle NBC + \angle BNC = 90^\circ$, $NC = m$, $BC = -\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2 - 2 = -\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m$,

$\because \angle NBP = 90^\circ$,

$\therefore \angle NBC + \angle ABO = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABO = \angle BNC$,

$\therefore \text{Rt} \triangle NCB \sim \text{Rt} \triangle BOA$,

$$\therefore \frac{NC}{OB} = \frac{CB}{OA},$$

$$\therefore \frac{m}{2} = \frac{-\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m}{3}, \text{ 解得 } m=0 \text{ (舍去) 或 } m=\frac{11}{8},$$

$$\therefore M\left(\frac{11}{8}, 0\right).$$

综上所述可知当以 B, P, N 为顶点的三角形与 $\triangle APM$ 相似时, 点 M 的坐标为 (2.5, 0) 或 $\left(\frac{11}{8}, 0\right)$.

$$\textcircled{2} \text{ 由 } \textcircled{1} \text{ 可知 } M(m, 0), P\left(m, -\frac{2}{3}m + 2\right), N\left(m, -\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2\right),$$

\therefore M, P, N 三点为“共谐点”,

\therefore 有 P 为线段 MN 的中点、M 为线段 PN 的中点或 N 为线段 PM 的中点,

$$\text{当 P 为线段 MN 的中点时, 则有 } 2\left(-\frac{2}{3}m + 2\right) = -\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2, \text{ 解得 } m=3 \text{ (三点重合,}$$

舍去) 或 $m=\frac{1}{2}$;

$$\text{当 M 为线段 PN 的中点时, 则有 } \left(-\frac{2}{3}m + 2\right) + \left(-\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2\right) = 0, \text{ 解得 } m=3 \text{ (舍去) 或}$$

$m=-1$;

$$\text{当 N 为线段 PM 的中点时, 则有 } -\frac{2}{3}m + 2 = 2\left(-\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2\right), \text{ 解得 } m=3 \text{ (舍去) 或 } m=-\frac{1}{4}.$$

综上所述可知当 M, P, N 三点成为“共谐点”时 m 的值为 $\frac{1}{2}$ 或 -1 或 $-\frac{1}{4}$.