2012年普通高等学校招生全国统一考试（山东卷）

理科数学

本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分，共4页.满分150分.考试用时120分钟.考试结束后，务必将本试卷和答题卡一并交回.

注意事项：

1.答题前，考生务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将自己的姓名、准考证号、县区和科类填写在答题卡上和试卷规定的位置上.

2.第Ⅰ卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，答案不能答在试卷上.

3.第Ⅱ卷必须用0.5毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带.不按以上要求作答的答案无效.

4.填空题请直接填写答案，解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

参考公式：

锥体的体积公式：$V=\frac{1}{3}Sh$，其中S是锥体的底面积，h是锥体的高.

如果事件A,B互斥，那么$P(A+B)=P(A)+P(B)$；如果事件A,B独立，那么$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$.

第Ⅰ卷（共60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

（1）若复数x满足$z(2-i)=11+7i$（i为虚数单位），则z为

（A）$3+5i$　（B）$3-5i$　（C）$-3+5i$　（D）$-3-5i$

（2）已知全集$U=\{0,1,2,3,4\}$，集合$A=\{1,2,3\},B=\{2,4\}$，则$C_UA\cup B$为

（A）$\{1,2,4\}$　（B）$\{2,3,4\}$　（C）$\{0,2,4\}$　（D）$\{0,2,3,4\}$

（3）设$a>0$且$a\neq 1$，则“函数$f(x)=a^x$在R上是减函数 ”，是“函数$g(x)=(2-a)x^3$在R上是增函数”的

（A）充分不必要条件　（B）必要不充分条件

（C）充分必要条件　（D）既不充分也不必要条件

（4）采用系统抽样方法从960人中抽取32人做问卷调查，为此将他们随机编号为1,2，…，960，分组后在第一组采用简单随机抽样的方法抽到的号码为9.抽到的32人中，编号落入区间$[1,450]$的人做问卷A，编号落入区间$[451,750]$的人做问卷B，其余的人做问卷C.则抽到的人中，做问卷B的人数为

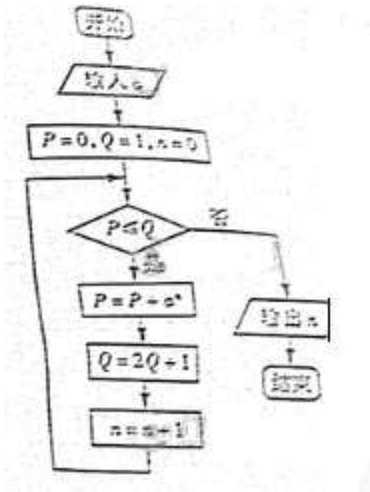
（A）7　（B） 9　（C） 10　（D）15

（5）已知变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y\ge 2 \\ 2x+y\le 4 \\ 4x-y\ge -1 \end{cases}$，则目标函数

$z=3x-y$ 的取值范围是

（A）$[-\frac{3}{2},6]$　　（B）$[-\frac{3}{2},-1]$

（C）$[-1,6]$　　（D）$[-6,\frac{3}{2}]$



（6）执行下面的程序图，如果输入 $a=4$，那么输出的 n 的值为

（A）2　　（B）3

（C）4　　（D）5

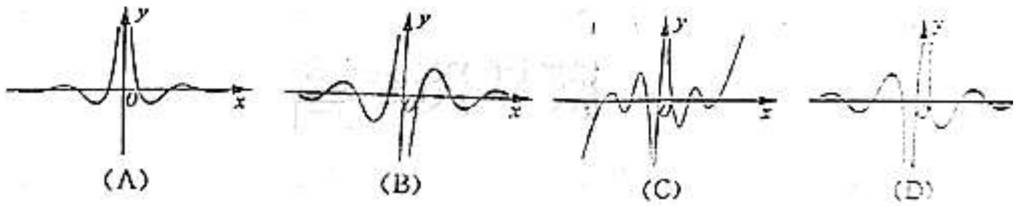
（7）若 $\theta\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$，$\sin 2\theta=\frac{3\sqrt{7}}{8}$，则 $\sin\theta=$

（A）$\frac{3}{5}$　　（B）$\frac{4}{5}$　　（C）$\frac{\sqrt{7}}{4}$　　（D）$\frac{3}{4}$

（8）定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+6)=f(x)$. 当 $-3\le x<-1$ 时，$f(x)=-(x+2)^2$，当 $-1\le x<3$ 时，$f(x)=x$。则 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots f(2012)=$

（A）335　　（B）338　　（C）1678　　（D）2012

(9)函数 $y=\frac{\cos 6x}{2^x-2^{-x}}$ 的图像大致为



（10）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心学率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$. 双曲线 $x^2-y^2=1$ 的渐近线与椭圆 C 有四个交点，以这四个焦点为顶点的四边形的面积为16，则椭圆 C 的方程为

（A）$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$　　（B）$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{6}=1$　　（C）$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$　　（D）$\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$

（11）现有16张不同的卡片，其中红色、黄色、蓝色、绿色卡片各4张. 从中任取3张，要求这3张卡片不能是同一种颜色，且红色卡片至多1张. 不同取法的种数为

（A）232　　(B)252　　(C)472　　(D)484

(12)设函数 $f(x)=\frac{1}{x},g(x)=ax^2+bx(a,b\in R,a\ne 0)$，若 $y=f(x)$ 的图象与 $y=g(x)$ 图象有且

仅有两个不同的公共点$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则下列判断正确的是

A. 当$a<0$时， $x_1+x_2<0,y_1+y_2>0$

B. 当$a<0$时， $x_1+x_2>0,y_1+y_2<0$

C. 当$a>0$时， $x_1+x_2<0,y_1+y_2<0$

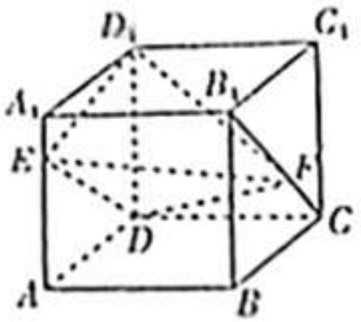
D. 当$a>0$时， $x_1+x_2>0,y_1+y_2>0$

第Ⅱ卷（共90分）

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分.

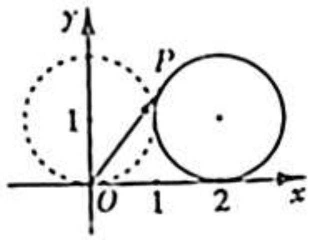
（13）若不等式$|kx-4|\le 2$的解集为$\{x|1\le x\le 3\}$，则实数$k=$__________.

（14）如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，E,F分别为线段AA_1,B_1C上的点，则三棱锥D_1-EDF的体积为___________.



（15）设$a>0$. 若曲线$y=\sqrt{x}$与直线$x=a,y=0$所围成封闭图形的面积为a^2，则$a=$______.

（16）如图，在平面直角坐标系xOy中，一单位圆的圆心的初始位置在$(0,1)$，此时圆上一点P的位置在$(0,0)$，圆在x轴上沿正向滚动。当圆滚动到圆心位于$(2,1)$时，$\overrightarrow{OP}$的坐标为_____________.



http://www.ks5u.com/

三、解答题：本大题共6小题，共74分.

（17）（本小题满分12分）

已知向量$\vec{m}=(\sin x,1),\vec{n}=(\sqrt{3}A\cos x,\frac{A}{3}\cos 2x)(A>0)$，函数$f(x)=\vec{m}\cdot\vec{n}$的最大值为6.

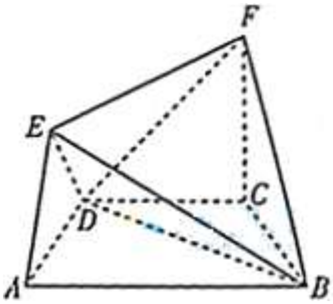
（Ⅰ）求A；

（Ⅱ）将函数$y=f(x)$的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位，再将所得图象上各点的横坐标缩短为原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变，得到函数$y=g(x)$的图象. 求$g(x)$在$[0,\frac{5\pi}{24}]$上的值域.

（18）（本小题满分 12 分）

在如图所示的几何体中，四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，$AB \parallel CD$，

$\angle DAB=60^{\circ}, FC \perp$ 平面 $ABCD, AE \perp BD, CB=CD=CF$.



（Ⅰ）求证：$BD \perp$ 平面 AED；

（Ⅱ）求二面角 $F-BD-C$ 的余弦值.

（19）（本小题满分 12 分）

先在甲、乙两个靶. 某射手向甲靶射击一次，命中的概率为 $\dfrac{3}{4}$，命中得 1 分，没有命中得 0 分；向乙靶射击两次，每次命中的概率为 $\dfrac{2}{3}$，每命中一次得 2 分，没有命中得 0 分. 该射手每次射击的结果相互独立. 假设该射手完成以上三次射击.

（Ⅰ）求该射手恰好命中一次得的概率；

（Ⅱ）求该射手的总得分 X 的分布列及数学期望 EX .

（20）（本小题满分 12 分）

在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3+a_4+a_5=84, a_9=73$.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）对任意 $m \in N^*$，将数列 $\{a_n\}$ 中落入区间 $(9^m, 9^{2m})$ 内的项的个数记为 b_m，求数列 $\{b_m\}$ 的前 m 项和 S_m .

（21）（本小题满分 13 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，F 是抛物线 $C: x^2=2py(p>0)$ 的焦点，M 是抛物线 C 上位于第一象限内的任意一点，过 M, F, O 三点的圆的圆心为 Q，点 Q 到抛物线 C 的准线的距离为 $\dfrac{3}{4}$.

（Ⅰ）求抛物线 C 的方程；

（Ⅱ）是否存在点 M，使得直线 MQ 与抛物线 C 相切于点 M？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，说明理由；

（Ⅲ）若点 M 的横坐标为 $\sqrt{2}$，直线 $l: y=kx+\dfrac{1}{4}$ 与抛物线 C 有两个不同的交点 A, B，l 与圆 Q 有两个不同的交点 D, E，求当 $\dfrac{1}{2} \le k \le 2$ 时，$|AB|^2+|DE|^2$ 的最小值.

22（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{\ln x+k}{e^x}$（$k$ 为常数，$e=2.71828\cdots$ 是自然对数的底数），曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线与 x 轴平行.

（Ⅰ）求 k 的值；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅲ）设 $g(x)=(x^2+x)f'(x)$，其中 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数. 证明：对任意 $x>0, g(x)<1+e^{-2}$.

2012年普通高等学校招生全国统一考试（山东卷）

理科数学试题参考答案

一、选择题

（1）A　（2）C　（3）A　（4）C　（5）A　（6）B

（7）D　（8）B　（9）D　（10）D　（11）C　（12）B

二、填空题

（13）2　（14）$\frac{1}{6}$　（15）$\frac{4}{9}$　（16）$(2-\sin 2, 1-\cos 2)$

三、解答题

（17）

解：（Ⅰ）$f(x)=\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}$

$$=\sqrt{3}A\sin x\cos x+\frac{A}{2}\cos 2x$$

$$=A(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x)$$

$$=A\sin(2x+\frac{\pi}{6}).$$

因为　$A>0$，由题意知　$A=6$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）$f(x)=6\sin(2x+\frac{\pi}{6})$.

将函数 $y=f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位后得到

$y=6\sin[2(x+\frac{\pi}{12})+\frac{\pi}{6}]=6\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图象；

再将得到图象上各点横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，得到

$y=6\sin(4x+\frac{\pi}{3})$ 的图象.

因此　$g(x)=6\sin(4x+\frac{\pi}{3})$.

因为　$x\in[0,\frac{5\pi}{24}]$，

所以 $4x+\frac{\pi}{3}\in[\frac{\pi}{3},\frac{7\pi}{6}]$，

故 $g(x)$ 在 $[0,\frac{5\pi}{24}]$ 上的值域为 $[-3,6]$.

（18）

（Ⅰ）**证明**：因为四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，$AB//CD$，$\angle DAB=60^{\circ}$，

所以 $\angle ADC=\angle BCD=120^{\circ}$，

又 $CB=CD$，

所以 $\angle CDB=30^{\circ}$，

因此 $\angle ADB=90^{\circ}$，$AD\perp BD$，

又 $AE\perp BD$，

且 $AE\cap AD=A$，$AE,AD\subset$ 平面 AED，

所以 $BD\perp$ 平面 AED.

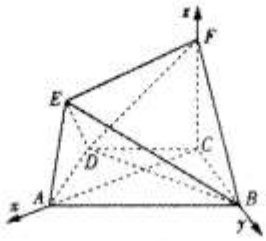
（Ⅱ）**解法一**：

由（Ⅰ）知 $AD\perp BD$，所以 $AC\perp BC$. 又 $FC\perp$ 平面 $ABCD$，

因此 CA,CB,CF 两两垂直.

以 C 为坐标原点，分别以 CA,CB,CF 所在的直线为 x 轴，y 轴，z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系，

不妨设 $CB=1$，



则 $C(0,0,0)$，$B(0,1,0)$，$D(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},0)$，$F(0,0,1)$，

因此 $\overline{BD}=(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{3}{2},0)$，$\overline{BF}=(0,-1,1)$.

设平面 BDF 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，

则 $\boldsymbol{m}\cdot\overline{BD}=0$，$\boldsymbol{m}\cdot\overline{BF}=0$，

所以 $x=\sqrt{3}y=\sqrt{3}z$，

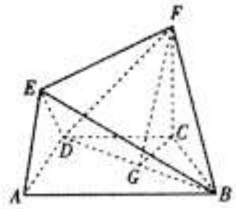
取 $z=1$，则 $\boldsymbol{m}=(\sqrt{3},1,1)$.

由于 $\overline{CF}=(0,0,1)$ 是平面 BDC 的一个法向量，

则 $\cos<\boldsymbol{m},\overline{CF}>=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\overline{CF}}{|\boldsymbol{m}||\overline{CF}|}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

所以 二面角 $F-BD-C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

解法二：



取 BD 的中点 G，连接 CG, FG，

由于　$CB = CD$，因此 $CG \perp BD$，

又　$FC \perp$ 平面 $ABCD$，$BD \subset$ 平面 $ABCD$，

所以　$FC \perp BD$.

由于　$FC \cap CG = C$，$FC, CG \subset$ 平面 FCG，

所以　$BD \perp$ 平面 FCG，

故　$BD \perp FG$，

所以　$\angle FGC$ 为二面角 $F-BD-C$ 的平面角.

在等腰三角形 BCD 中，由于 $\angle BCD = 120^\circ$，

因此　$CG = \frac{1}{2}CB$，

又　$CB = CF$，

所以　$GF = \sqrt{CG^2 + CF^2} = \sqrt{5}CG$，

故　$\cos\angle FGC = \frac{\sqrt{5}}{5}$，

因此　二面角 $F-BD-C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

（19）

解：（Ⅰ）记："该射手恰好命中一次" 为事件 A，"该射手射击甲靶命中" 为事件 B，"该射手第一次射击乙靶命中" 为事件 C，"该射手第二次射击乙靶命中" 为事件 D，

由题意知　$P(B) = \frac{3}{4}$，$P(C) = P(D) = \frac{2}{3}$，

由于　$A = B\overline{C}\,\overline{D} + \overline{B}C\overline{D} + \overline{B}\,\overline{C}D$，

根据事件的独立性和互斥性得

$$
\begin{aligned}
P(A) &= P(B\overline{C}\,\overline{D} + \overline{B}C\overline{D} + \overline{B}\,\overline{C}D) \\
&= P(B\overline{C}\,\overline{D}) + P(\overline{B}C\overline{D}) + P(\overline{B}\,\overline{C}D) \\
&= P(B)P(\overline{C})P(\overline{D}) + P(\overline{B})P(C)P(\overline{D}) + P(\overline{B})P(\overline{C})P(D) \\
&= \frac{3}{4} \times (1 - \frac{2}{3}) \times (1 - \frac{2}{3}) + (1 - \frac{3}{4}) \times \frac{2}{3} \times (1 - \frac{2}{3}) + (1 - \frac{3}{4}) \times (1 - \frac{2}{3}) \times \frac{2}{3} \\
&= \frac{7}{36}.
\end{aligned}
$$

（Ⅱ）根据题意，X 的所有可能取值为 $0,1,2,3,4,5$．

根据事件的独立性和互斥性得

$$P(X=0)=P(\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D})$$
$$=[1-P(B)][1-P(C)][1-P(D)]$$
$$=(1-\frac{3}{4})\times(1-\frac{2}{3})\times(1-\frac{2}{3})$$
$$=\frac{1}{36},$$

$$P(X=1)=P(B\overline{C}\,\overline{D})=P(B)P(\overline{C})P(\overline{D})$$
$$=\frac{3}{4}\times(1-\frac{2}{3})\times(1-\frac{2}{3})$$
$$=\frac{1}{12},$$

$$P(X=2)=P(\overline{B}C\overline{D}+\overline{B}\,\overline{C}D)=P(\overline{B}C\overline{D})+P(\overline{B}\,\overline{C}D)$$
$$=(1-\frac{3}{4})\times\frac{2}{3}\times(1-\frac{2}{3})+(1-\frac{3}{4})\times(1-\frac{2}{3})\times\frac{2}{3}$$
$$=\frac{1}{9},$$

$$P(X=3)=P(BC\overline{D}+B\overline{C}D)=P(BC\overline{D})+P(B\overline{C}D)$$
$$=\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times(1-\frac{2}{3})+\frac{3}{4}\times(1-\frac{2}{3})\times\frac{2}{3}$$
$$=\frac{1}{3},$$

$$P(X=4)=P(\overline{B}CD)$$
$$=(1-\frac{3}{4})\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$$
$$=\frac{1}{9},$$

$$P(X=5)=P(BCD)$$
$$=\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$$
$$=\frac{1}{3}.$$

故 X 的分布列为

X	0	1	2	3	4	5
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$

所以 $EX=0\times\frac{1}{36}+1\times\frac{1}{12}+2\times\frac{1}{9}+3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{9}+5\times\frac{1}{3}=\frac{41}{12}$.

（20）

解:（Ⅰ）因为 $\{a_n\}$ 是一个等差数列,

所以 $a_3+a_4+a_5=3a_4=84$，$a_4=28$.

设数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，

则 $5d=a_9-a_4=73-28=45$，

故 $d=9$.

由 $a_4=a_1+3d$ 得 $28=a_1+3\times9$，即 $a_1=1$.

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=1+9(n-1)=9n-8\ (n\in\mathbf{N}^*)$.

（Ⅱ）对 $m\in\mathbf{N}^*$，若 $9^m<a_n<9^{2m}$，

则 $9^m+8<9n<9^{2m}+8$.

因此 $9^{m-1}+1\leqslant n\leqslant 9^{2m-1}$.

故得 $b_m=9^{2m-1}-9^{m-1}$.

于是

$$\begin{aligned}S_m&=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_m\\&=(9+9^3+\cdots+9^{2m-1})-(1+9+\cdots+9^{m-1})\\&=\frac{9\times(1-81^m)}{1-81}-\frac{(1-9^m)}{1-9}\\&=\frac{9^{2m+1}-10\times9^m+1}{80}.\end{aligned}$$

（21）

解:（Ⅰ）依题意知 $F(0,\frac{p}{2})$，圆心 Q 在线段 OF 的垂直平分线 $y=\frac{p}{4}$ 上,

因为 抛物线 C 的准线方程为 $y=-\frac{p}{2}$，

所以 $\frac{3p}{4}=\frac{3}{4}$，即 $p=1$.

因此 抛物线 C 的方程为 $x^2=2y$.

（Ⅱ）假设存在点$M(x_0, \frac{x_0^2}{2})$ $(x_0>0)$满足条件，抛物线C在点M处的切线斜率为

$y'|_{x=x_0} = (\frac{x^2}{2})'|_{x=x_0} = x_0$，

所以 直线MQ的方程为$y - \frac{x_0^2}{2} = x_0(x - x_0)$，

令$y = \frac{1}{4}$得 $x_Q = \frac{x_0}{2} + \frac{1}{4x_0}$，

所以 $Q(\frac{x_0}{2} + \frac{1}{4x_0}, \frac{1}{4})$.

又 $|QM| = |OQ|$，

故 $(\frac{1}{4x_0} - \frac{x_0}{2})^2 + (\frac{1}{4} - \frac{x_0^2}{2})^2 = (\frac{1}{4x_0} + \frac{x_0}{2})^2 + \frac{1}{16}$，

因此 $(\frac{1}{4} - \frac{x_0^2}{2})^2 = \frac{9}{16}$，又$x_0 > 0$，

所以 $x_0 = \sqrt{2}$，此时$M(\sqrt{2}, 1)$.

故存在点$M(\sqrt{2}, 1)$，使得直线MQ与抛物线C相切于点M.

（Ⅲ）当$x_0 = \sqrt{2}$时，由（Ⅱ）得$Q(\frac{5\sqrt{2}}{8}, \frac{1}{4})$，

$\odot Q$的半径为 $r = \sqrt{(\frac{5\sqrt{2}}{8})^2 + (\frac{1}{4})^2} = \frac{3\sqrt{6}}{8}$，

所以 $\odot Q$的方程为 $(x - \frac{5\sqrt{2}}{8})^2 + (y - \frac{1}{4})^2 = \frac{27}{32}$.

由 $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ y = kx + \frac{1}{4} \end{cases}$ 整理得 $2x^2 - 4kx - 1 = 0$.

设A，B两点的坐标分别为(x_1, y_1)，(x_2, y_2)，

由于 $\Delta_1 = 16k^2 + 8 > 0$，$x_1 + x_2 = 2k$，$x_1x_2 = -\frac{1}{2}$，

所以 $|AB|^2 = (1 + k^2)\left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2\right] = (1 + k^2)(4k^2 + 2)$.

由 $\begin{cases} (x - \frac{5\sqrt{2}}{8})^2 + (y - \frac{1}{4})^2 = \frac{27}{32} \\ y = kx + \frac{1}{4} \end{cases}$

整理得 $(1 + k^2)x^2 - \frac{5\sqrt{2}}{4}x - \frac{1}{16} = 0$.

设D、E两点的坐标分别为(x_3,y_3)，(x_4,y_4)，

由于　$\Delta_2=\frac{k^2}{4}+\frac{27}{8}>0$，$x_3+x_4=\frac{5\sqrt{2}}{4(1+k^2)}$，$x_3x_4=-\frac{1}{16(1+k^2)}$，

所以　$|DE|^2=(1+k^2)\left[(x_3+x_4)^2-4x_3x_4\right]=\frac{25}{8(1+k^2)}+\frac{1}{4}$.

因此　$|AB|^2+|DE|^2=(1+k^2)(4k^2+2)+\frac{25}{8(1+k^2)}+\frac{1}{4}$.

令$1+k^2=t$，由于$\frac{1}{2}\leqslant k\leqslant 2$，则$\frac{5}{4}\leqslant t\leqslant 5$，

所以　$|AB|^2+|DE|^2=t(4t-2)+\frac{25}{8t}+\frac{1}{4}=4t^2-2t+\frac{25}{8t}+\frac{1}{4}$，

设$g(t)=4t^2-2t+\frac{25}{8t}+\frac{1}{4}$，$t\in[\frac{5}{4},5]$，

因为　$g'(t)=8t-2-\frac{25}{8t^2}$，

所以　当$t\in[\frac{5}{4},5]$，$g'(t)\geqslant g'(\frac{5}{4})=6$，即函数$g(t)$在$t\in[\frac{5}{4},5]$是增函数，

所以　当$t=\frac{5}{4}$时$g(t)$取到最小值$\frac{13}{2}$，

因此　当$k=\frac{1}{2}$时，$|AB|^2+|DE|^2$取到最小值$\frac{13}{2}$.

（22）

（Ⅰ）解：由$f(x)=\frac{\ln x+k}{e^x}$，

得　$f'(x)=\frac{1-kx-x\ln x}{xe^x}$，$x\in(0,+\infty)$，

由于曲线$y=f(x)$在$(1,f(1))$处的切线与x轴平行，

所以　$f'(1)=0$，因此　$k=1$.

（Ⅱ）解：由（Ⅰ）得$f'(x)=\frac{1}{xe^x}(1-x-x\ln x)$，$x\in(0,+\infty)$，

令$h(x)=1-x-x\ln x$，$x\in(0,+\infty)$，

当$x\in(0,1)$时，$h(x)>0$；当$x\in(1,+\infty)$时，$h(x)<0$

又　$e^x>0$，

所以　$x\in(0,1)$时，$f'(x)>0$；

$x\in(1,+\infty)$时，$f'(x)<0$.

因此　$f(x)$的单调递增区间为$(0,1)$，单调递减区间为$(1,+\infty)$.

（Ⅲ）证明：因为 $g(x)=(x^2+x)f'(x)$，

所以 $g(x)=\frac{x+1}{e^x}(1-x-x\ln x)$，$x\in(0,+\infty)$.

因此 对任意$x>0$，$g(x)<1+e^{-2}$等价于$1-x-x\ln x<\frac{e^x}{x+1}(1+e^{-2})$.

由（Ⅱ） $h(x)=1-x-x\ln x$，$x\in(0,+\infty)$，

所以 $h'(x)=-\ln x-2=-(\ln x-\ln e^{-2})$，$x\in(0,+\infty)$，

因此 当$x\in(0,e^{-2})$时，$h'(x)>0$，$h(x)$单调递增；

当$x\in(e^{-2},+\infty)$时，$h'(x)<0$，$h(x)$单调递减.

所以 $h(x)$的最大值为$h(e^{-2})=1+e^{-2}$，

故 $1-x-x\ln x\leqslant 1+e^{-2}$.

设 $\varphi(x)=e^x-(x+1)$.

因为 $\varphi'(x)=e^x-1=e^x-e^0$，

所以 $x\in(0,+\infty)$时，$\varphi'(x)>0$，$\varphi(x)$单调递增，

$\varphi(x)>\varphi(0)=0$，

故 $x\in(0,+\infty)$时，$\varphi(x)=e^x-(x+1)>0$，

即 $\frac{e^x}{x+1}>1$.

所以 $1-x-x\ln x\leqslant 1+e^{-2}<\frac{e^x}{x+1}(1+e^{-2})$.

因此 对任意$x>0$，$g(x)<1+e^{-2}$.