

2018年甘肃省定西市中考真题数学

一、选择题(每题只有一个正确选项，本题共10小题，每题3分，共30分)

1. -2018的相反数是()

A. -2018

B. 2018

C. $-\frac{1}{2018}$

D. $\frac{1}{2018}$

解析: -2018的相反数是: 2018.

答案: B

2. 下列计算结果等于 x^3 的是()

A. $x^6 \div x^2$

B. $x^4 - x$

C. $x + x^2$

D. $x^2 \cdot x$

解析: A、 $x^6 \div x^2 = x^4$, 不符合题意;

B、 $x^4 - x$ 不能再计算, 不符合题意;

C、 $x + x^2$ 不能再计算, 不符合题意;

D、 $x^2 \cdot x = x^3$, 符合题意;

答案: D

3. 若一个角为 65° , 则它的补角的度数为()

A. 25°

B. 35°

C. 115°

D. 125°

解析: $180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$.

故它的补角的度数为 115° .

答案: C

4. 已知 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$ ($a \neq 0, b \neq 0$), 下列变形错误的是()

A. $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$

B. $2a = 3b$

C. $\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$

D. $3a = 2b$

解析: 由 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$ 得, $3a = 2b$,

A、由原式可得: $3a = 2b$, 正确;

B、由原式可得 $2a = 3b$, 错误;

C、由原式可得: $3a = 2b$, 正确;

D、由原式可得: $3a = 2b$, 正确.

答案: B

5. 若分式 $\frac{x^2-4}{x}$ 的值为 0，则 x 的值是()

- A. 2 或-2
- B. 2
- C. -2
- D. 0

解析：∵分式 $\frac{x^2-4}{x}$ 的值为 0，

$$\therefore x^2-4=0,$$

解得：x=2 或-2.

答案：A

6. 甲、乙、丙、丁四名同学在一次投掷实心球训练中，在相同条件下各投掷 10 次，他们成绩的平均数 \bar{x} 与方差 s^2 如下表：

	甲	乙	丙	丁
平均数 \bar{x} (环)	11.1	11.1	10.9	10.9
方差 s^2	1.1	1.2	1.3	1.4

若要选一名成绩好且发挥稳定的同学参加比赛，则应该选择()

- A. 甲
- B. 乙
- C. 丙
- D. 丁

解析：从平均数看，成绩好的同学有甲、乙，

从方差看甲、乙两人中，甲方差小，即甲发挥稳定.

答案：A

7. 关于 x 的一元二次方程 $x^2+4x+k=0$ 有两个实数根，则 k 的取值范围是()

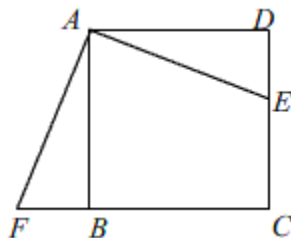
- A. $k \leq -4$
- B. $k < -4$
- C. $k \leq 4$
- D. $k < 4$

解析：根据题意得 $\Delta=4^2-4k \geq 0$,

解得 $k \leq 4$.

答案：C

8. 如图，点 E 是正方形 ABCD 的边 DC 上一点，把 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 到 $\triangle ABF$ 的位置，若四边形 AECF 的面积为 25，DE=2，则 AE 的长为()



- A. 5
- B. $\sqrt{23}$
- C. 7
- D. $\sqrt{29}$

解析：∵把 $\triangle ADE$ 顺时针旋转 $\triangle ABF$ 的位置，

∴ 四边形 AECF 的面积等于正方形 ABCD 的面积等于 25,

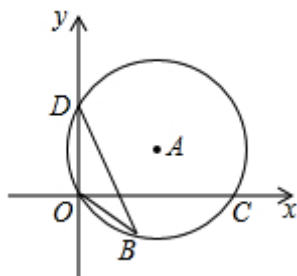
∴ AD=DC=5,

∴ DE=2,

∴ Rt△ADE 中, $AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{29}$.

答案: D

9. 如图, ⊙A 过点 O(0, 0), C(√3, 0), D(0, 1), 点 B 是 x 轴下方 ⊙A 上的一点, 连接 BO, BD, 则 ∠OBD 的度数是()



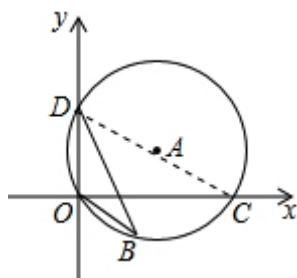
A. 15°

B. 30°

C. 45°

D. 60°

解析: 连接 DC,



∴ C(√3, 0), D(0, 1),

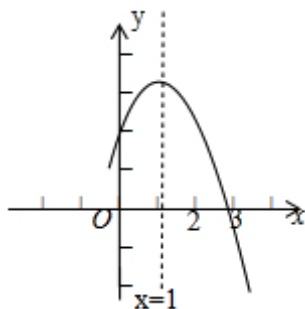
∴ ∠DOC=90°, OD=1, OC=√3,

∴ ∠DCO=30°,

∴ ∠OBD=30°.

答案: B

10. 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 图象的一部分, 与 x 轴的交点 A 在点 (2, 0) 和 (3, 0) 之间, 对称轴是 $x=1$. 对于下列说法: ① $ab < 0$; ② $2a+b=0$; ③ $3a+c > 0$; ④ $a+b \geq m(am+b)$ (m 为实数); ⑤ 当 $-1 < x < 3$ 时, $y > 0$, 其中正确的是()



A. ①②④

B. ①②⑤

C. ②③④

D. ③④⑤

解析: ① ∵ 对称轴在 y 轴右侧,

∴ a 、 b 异号,

∴ $ab < 0$, 故正确;

② ∵ 对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = 1$,

∴ $2a + b = 0$; 故正确;

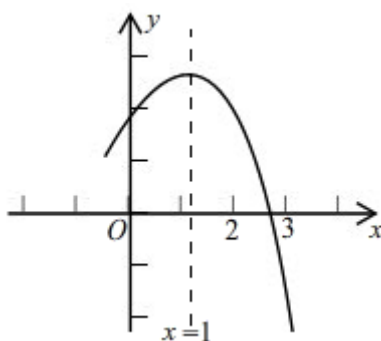
③ ∵ $2a + b = 0$,

∴ $b = -2a$,

∴ 当 $x = -1$ 时, $y = a - b + c < 0$,

∴ $a - (-2a) + c = 3a + c < 0$, 故错误;

④ 根据图示知, 当 $m = 1$ 时, 有最大值;



当 $m \neq 1$ 时, 有 $am^2 + bm + c \leq a + b + c$,

所以 $a + b \geq m(am + b)$ (m 为实数).

故正确.

⑤ 如图, 当 $-1 < x < 3$ 时, y 不只是大于 0.

故错误.

答案: A

二、细心填一填(本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分, 请把答案填在答题卷相应题号的横线上)

11. 计算: $2\sin 30^\circ + (-1)^{2018} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \underline{\quad}$.

解析: $2\sin 30^\circ + (-1)^{2018} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

$$= 2 \times \frac{1}{2} + 1 - 2$$

$$= 1 + 1 - 2$$

$$= 0.$$

答案: 0

12. 使得代数式 $\frac{1}{\sqrt{x-3}}$ 有意义的 x 的取值范围是 $\underline{\quad}$.

解析: ∵ 代数式 $\frac{1}{\sqrt{x-3}}$ 有意义,

$$\therefore x - 3 > 0,$$

$$\therefore x > 3,$$

∴ x 的取值范围是 $x > 3$.

答案: $x > 3$

13. 若正多边形的内角和是 1080° ，则该正多边形的边数是_____.

解析：根据 n 边形的内角和公式，得

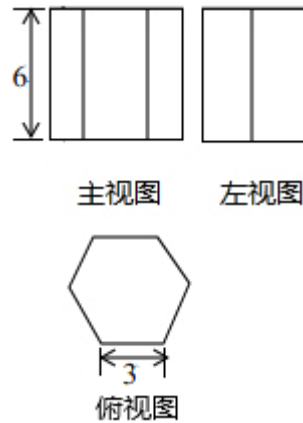
$$(n-2) \cdot 180 = 1080,$$

解得 $n=8$.

\therefore 这个多边形的边数是 8.

答案：8

14. 已知某几何体的三视图如图所示，其中俯视图为正六边形，则该几何体的侧面积为_____.



解析：观察该几何体的三视图发现该几何体为正六棱柱，其底面边长为 3，高为 6，所以其侧面积为 $3 \times 6 \times 6 = 108$.

答案：108

15. 已知 a , b , c 是 $\triangle ABC$ 的三边长， a , b 满足 $|a-7| + (b-1)^2 = 0$ ， c 为奇数，则 $c =$ _____.

解析： $\because a, b$ 满足 $|a-7| + (b-1)^2 = 0$,

$$\therefore a-7=0, b-1=0,$$

解得 $a=7, b=1$,

$$\therefore 7-1=6, 7+1=8,$$

$$\therefore 6 < c < 8,$$

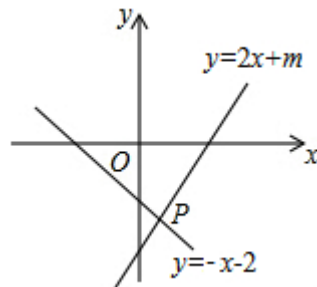
又 $\because c$ 为奇数，

$$\therefore c=7.$$

答案：7

16. 如图，一次函数 $y=-x-2$ 与 $y=2x+m$ 的图象相交于点 $P(n, -4)$ ，则关于 x 的不等式组

$$\begin{cases} 2x+m < -x-2 \\ -x-2 < 0 \end{cases} \text{ 的解集为_____}.$$



解析： \because 一次函数 $y=-x-2$ 的图象过点 $P(n, -4)$,

$$\therefore -4 = -n - 2, \text{ 解得 } n=2,$$

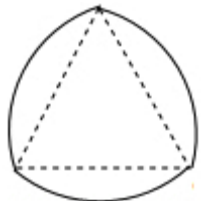
$$\therefore P(2, -4),$$

又 $\because y=-x-2$ 与 x 轴的交点是 $(-2, 0)$,

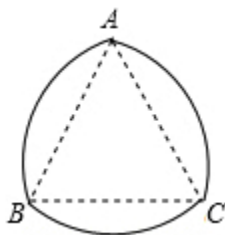
∴关于 x 的不等式 $2x+m < -x-2 < 0$ 的解集为 $-2 < x < 2$.

答案: $-2 < x < 2$

17. 如图, 分别以等边三角形的每个顶点为圆心、以边长为半径在另两个顶点间作一段圆弧, 三段圆弧围成的曲边三角形称为勒洛三角形. 若等边三角形的边长为 a , 则勒洛三角形的周长为_____.



解析: 如图. ∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形,



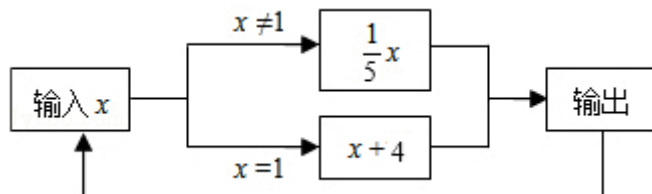
∴ $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$, $AB = BC = CA = a$,

∴ \widehat{AB} 的长= \widehat{BC} 的长= \widehat{CA} 的长= $\frac{60\pi a}{180} = \frac{\pi a}{3}$,

∴勒洛三角形的周长为 $\frac{\pi a}{3} \times 3 = \pi a$.

答案: πa

18. 如图, 是一个运算程序的示意图, 若开始输入 x 的值为 625, 则第 2018 次输出的结果为_____.



解析: 当 $x=625$ 时, $\frac{1}{5}x=125$,

当 $x=125$ 时, $\frac{1}{5}x=25$,

当 $x=25$ 时, $\frac{1}{5}x=5$,

当 $x=5$ 时, $\frac{1}{5}x=1$,

当 $x=1$ 时, $x+4=5$,

当 $x=5$ 时, $\frac{1}{5}x=1$,

当 $x=1$ 时, $x+4=5$,

当 $x=5$ 时, $\frac{1}{5}x=1$,

...

(2018-3) $\div 2 = 1007.5$,

即输出的结果是 1.

答案: 1

三、解答题(一)解(本大题共 5 小题, 满分 26 分, 请认真读题, 冷静思考解答题应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤, 请把解题过程写在答题卷相应题号的位置)

19. 计算: $\frac{b}{a^2 - b^2} \div \left(\frac{a}{a-b} - 1 \right)$

解析: 先计算括号内分式的减法, 再计算除法即可得.

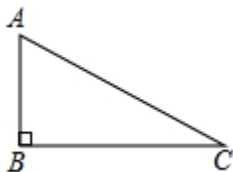
答案: 原式 = $\frac{b}{(a+b)(a-b)} \div \left(\frac{a}{a-b} - \frac{a-b}{a-b} \right)$

$$= \frac{b}{(a+b)(a-b)} \div \frac{a-a+b}{a-b}$$

$$= \frac{b}{(a+b)(a-b)} \cdot \frac{a-b}{b}$$

$$= \frac{1}{a+b}.$$

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$.



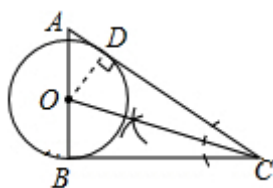
(1) 作 $\angle ACB$ 的平分线交 AB 边于点 O , 再以点 O 为圆心, OB 的长为半径作 $\odot O$; (要求: 不写做法, 保留作图痕迹)

(2) 判断(1)中 AC 与 $\odot O$ 的位置关系, 直接写出结果.

解析: (1) 首先利用角平分线的作法得出 CO , 进而以点 O 为圆心, OB 为半径作 $\odot O$ 即可;

(2) 利用角平分线的性质以及直线与圆的位置关系进而求出即可.

答案: (1) 如图所示:

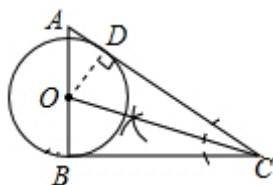


(2) 相切; 过 O 点作 $OD \perp AC$ 于 D 点,

$\because CO$ 平分 $\angle ACB$,

$\therefore OB = OD$, 即 $d = r$,

$\therefore \odot O$ 与直线 AC 相切.



21. 《九章算术》是中国古代数学专著, 在数学上有其独到的成就, 不仅最早提到了分数问题, 也首先记录了“盈不足”等问题. 如有一道阐述“盈不足”的问题, 原文如下: 今有共

买鸡，人出九，盈十一；人出六，不足十六. 问人数、鸡价各几何？译文为：现有若干人合伙出钱买鸡，如果每人出 9 文钱，就会多 11 文钱；如果每人出 6 文钱，又会缺 16 文钱. 问买鸡的人数、鸡的价格各是多少？请解答上述问题.

解析：设合伙买鸡者有 x 人，鸡的价格为 y 文钱，根据“如果每人出 9 文钱，就会多 11 文钱；如果每人出 6 文钱，又会缺 16 文钱”，即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组，解之即可得出结论.

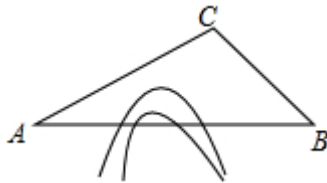
答案：设合伙买鸡者有 x 人，鸡的价格为 y 文钱，

$$\text{根据题意得：} \begin{cases} y=9x-11 \\ y=6x+16 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x=9 \\ y=70 \end{cases}.$$

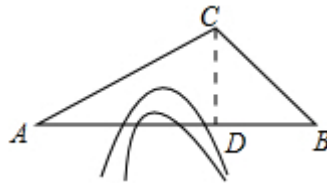
答：合伙买鸡者有 9 人，鸡的价格为 70 文钱.

22. 随着中国经济的快速发展以及科技水平的飞速提高，中国高铁正迅速崛起. 高铁大大缩短了时空距离，改变了人们的出行方式. 如图，A，B 两地被大山阻隔，由 A 地到 B 地需要绕行 C 地，若打通穿山隧道，建成 A，B 两地的直达高铁可以缩短从 A 地到 B 地的路程. 已知： $\angle CAB=30^\circ$ ， $\angle CBA=45^\circ$ ， $AC=640$ 公里，求隧道打通后与打通前相比，从 A 地到 B 地的路程将约缩短多少公里？（参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.7$ ， $\sqrt{2} \approx 1.4$ ）



解析：过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D，利用锐角三角函数的定义求出 CD 及 AD 的长，进而可得出结论.

答案：过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D，



在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 和 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中，

$$\because \angle CAB=30^\circ, \angle CBA=45^\circ, AC=640,$$

$$\therefore CD=320, AD=320\sqrt{3},$$

$$\therefore BD=CD=320, \text{ 不吃 } 20\sqrt{2},$$

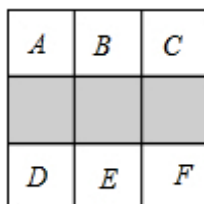
$$\therefore AC+BC=640+320\sqrt{2} \approx 1088,$$

$$\therefore AB=AD+BD=320\sqrt{3}+320 \approx 864,$$

$$\therefore 1088-864=224(\text{公里}),$$

答：隧道打通后与打通前相比，从 A 地到 B 地的路程将约缩短 224 公里.

23. 如图，在正方形方格中，阴影部分是涂黑 3 个小正方形所形成的图案.



- (1) 如果将一粒米随机地抛在这个正方形方格上，那么米粒落在阴影部分的概率是多少？
 (2) 现将方格内空白的小正方形(A, B, C, D, E, F)中任取 2 个涂黑，得到新图案，请用列表或画树状图的方法求新图案是轴对称图形的概率.

解析：(1) 直接利用概率公式计算可得；

(2) 列表得出所有等可能结果，从中找到新图案是轴对称图形的结果数，利用概率公式计算可得.

答案：(1) \because 正方形网格被等分成 9 等份，其中阴影部分面积占其中的 3 份，

\therefore 米粒落在阴影部分的概率是 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ；

(2) 列表如下：

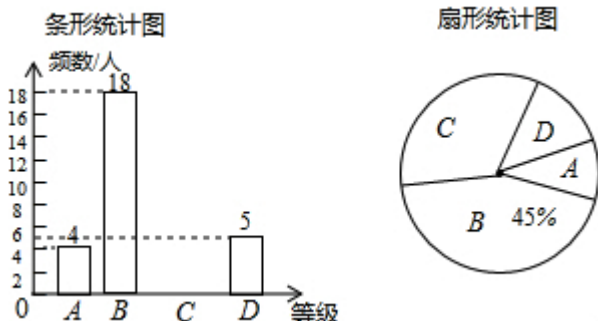
	A	B	C	D	E	F
A		(B, A)	(C, A)	(D, A)	(E, A)	(F, A)
B	(A, B)		(C, B)	(D, B)	(E, B)	(F, B)
C	(A, C)	(B, C)		(D, C)	(E, C)	(F, C)
D	(A, D)	(B, D)	(C, D)		(E, D)	(F, D)
E	(A, E)	(B, E)	(C, E)	(D, E)		(F, E)
F	(A, F)	(B, F)	(C, F)	(D, F)	(E, F)	

由表可知，共有 30 种等可能结果，其中是轴对称图形的有 10 种，

故新图案是轴对称图形的概率为 $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

四、解答题(二)解(本大题共 5 小题，满分 40 分，请认真读题，冷静思考解答题应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤，请把解题过程写在答题卷相应题号的位置)

24. “足球运球”是中考体育必考项目之一兰州市某学校为了解今年九年级学生足球运球的掌握情况，随机抽取部分九年级学生足球运球的测试成绩作为一个样本，按 A, B, C, D 四个等级进行统计，制成了如下不完整的统计图.



根据所给信息，解答以下问题

(1) 在扇形统计图中，C 对应的扇形的圆心角是 117 度；

(2) 补全条形统计图；

(3) 所抽取学生的足球运球测试成绩的中位数会落在 C 等级；

(4) 该校九年级有 300 名学生，请估计足球运球测试成绩达到 A 级的学生有多少人？

解析：(1) 先根据 B 等级人数及其百分比求得总人数，总人数减去其他等级人数求得 C 等级人数，继而用 360° 乘以 C 等级人数所占比例即可得；

(2) 根据以上所求结果即可补全图形；

(3) 根据中位数的定义求解可得；

(4) 总人数乘以样本中 A 等级人数所占比例可得.

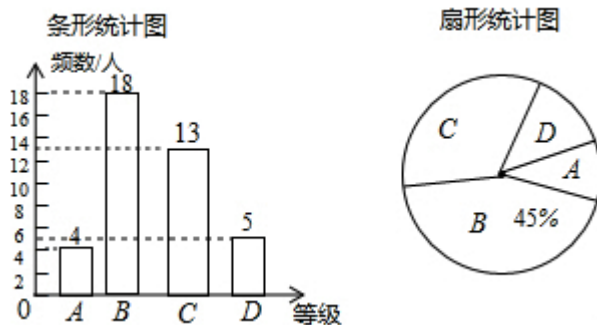
答案：(1) \because 总人数为 $18 \div 45\% = 40$ 人，

\therefore C 等级人数为 $40 - (4 + 18 + 5) = 13$ 人，

则 C 对应的扇形的圆心角是 $360^\circ \times \frac{13}{40} = 117^\circ$ ，

故答案为：117；

(2) 补全条形图如下:

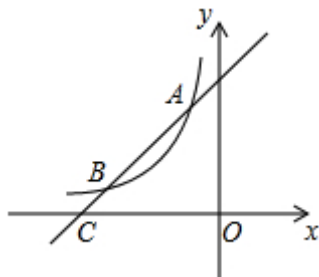


(3) 因为共有 40 个数据, 其中位数是第 20、21 个数据的平均数, 而第 20、21 个数据均落在 B 等级,

所以所抽取学生的足球运球测试成绩的中位数会落在 B 等级,
故答案为: B.

(4) 估计足球运球测试成绩达到 A 级的学生有 $300 \times \frac{4}{40} = 30$ 人.

25. 如图, 一次函数 $y=x+4$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数且 $k \neq 0$) 的图象交于 A(-1, a), B 两点, 与 x 轴交于点 C.



(1) 求此反比例函数的表达式;

(2) 若点 P 在 x 轴上, 且 $S_{\triangle ACP} = \frac{3}{2} S_{\triangle BOC}$, 求点 P 的坐标.

解析: (1) 利用点 A 在 $y=-x+4$ 上求 a, 进而代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 求 k.

(2) 联立方程求出交点, 设出点 P 坐标表示三角形面积, 求出 P 点坐标.

答案: (1) 把点 A(-1, a) 代入 $y=x+4$, 得 $a=3$,

$\therefore A(-1, 3)$

把 A(-1, 3) 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$

$\therefore k=-3$,

\therefore 反比例函数的表达式为 $y = -\frac{3}{x}$

(2) 联立两个的数表达式得

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ y = -\frac{3}{x} \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$$

∴点 B 的坐标为 B(-3, 1)

当 $y=x+4=0$ 时, 得 $x=-4$

∴点 C(-4, 0)

设点 P 的坐标为(x, 0)

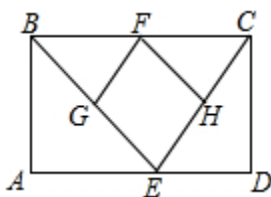
$$\because S_{\triangle ACF} = \frac{3}{2} S_{\triangle BOC}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times |x - (-4)| = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 1$$

解得 $x_1=-6, x_2=-2$

∴点 P(-6, 0) 或 (-2, 0)

26. 已知矩形 ABCD 中, E 是 AD 边上的一个动点, 点 F, G, H 分别是 BC, BE, CE 的中点.



(1) 求证: $\triangle BGF \cong \triangle FHC$;

(2) 设 $AD=a$, 当四边形 EGFH 是正方形时, 求矩形 ABCD 的面积.

解析: (1) 根据三角形中位线定理和全等三角形的判定证明即可;

(2) 利用正方形的性质和矩形的面积公式解答即可.

答案: (1) ∵点 F, G, H 分别是 BC, BE, CE 的中点,

$$\therefore FH \parallel BE, FH = \frac{1}{2} BE, FH = BG,$$

$$\therefore \angle CFH = \angle CBG,$$

$$\therefore BF = CF,$$

$$\therefore \triangle BGF \cong \triangle FHC,$$

(2) 当四边形 EGFH 是正方形时, 可得: $EF \perp GH$ 且 $EF = GH$,

∵在 $\triangle BEC$ 中, 点 H 分别是 BE, CE 的中点,

$$\therefore GH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} a, \text{ 且 } GH \parallel BC,$$

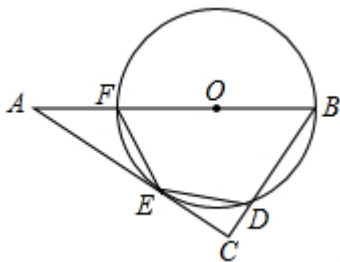
$$\therefore EF \perp BC,$$

$$\therefore AD \parallel BC, AB \perp BC,$$

$$\therefore AB = EF = GH = \frac{1}{2} a,$$

$$\therefore \text{矩形 ABCD 的面积} = AB \cdot AD = \frac{1}{2} a \cdot a = \frac{1}{2} a^2.$$

27. 如图, 点 O 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点, $\odot O$ 与边 AC 相切于点 E, 与边 BC, AB 分别相交于点 D, F, 且 $DE = EF$.



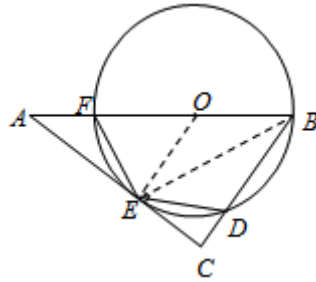
(1) 求证: $\angle C = 90^\circ$;

(2) 当 $BC=3$, $\sin A = \frac{3}{5}$ 时, 求 AF 的长.

解析: (1) 连接 OE , BE , 因为 $DE=EF$, 所以 $DE = EF$, 从易证 $\angle OEB = \angle DBE$, 所以 $OE \parallel BC$, 从可证明 $BC \perp AC$;

(2) 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $AO=5-r$, 在 $Rt\triangle AOE$ 中, $\sin A = \frac{OE}{OA} = \frac{r}{5-r} = \frac{3}{5}$, 从而可求出 r 的值.

答案: (1) 连接 OE , BE ,



$\because DE=EF$,

$\therefore DE = EF$

$\therefore \angle OBE = \angle DBE$

$\because OE=OB$,

$\therefore \angle OEB = \angle OBE$

$\therefore \angle OEB = \angle DBE$,

$\therefore OE \parallel BC$

$\because \odot O$ 与边 AC 相切于点 E ,

$\therefore OE \perp AC$

$\therefore BC \perp AC$

$\therefore \angle C = 90^\circ$

(2) 在 $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $BC=3$, $\sin A = \frac{3}{5}$

$\therefore AB=5$,

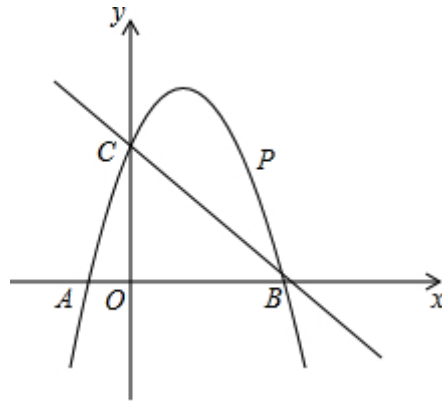
设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $AO=5-r$,

在 $Rt\triangle AOE$ 中, $\sin A = \frac{OE}{OA} = \frac{r}{5-r} = \frac{3}{5}$

$\therefore r = \frac{15}{8}$

$\therefore AF = 5 - 2 \times \frac{15}{8} = \frac{5}{4}$

28. 如图, 已知二次函数 $y = ax^2 + 2x + c$ 的图象经过点 $C(0, 3)$, 与 x 轴分别交于点 A , 点 $B(3, 0)$. 点 P 是直线 BC 上方的抛物线上一动点.



- (1) 求二次函数 $y=ax^2+2x+c$ 的表达式;
 (2) 连接 PO , PC , 并把 $\triangle POC$ 沿 y 轴翻折, 得到四边形 $POP' C$. 若四边形 $POP' C$ 为菱形, 请求出此时点 P 的坐标;
 (3) 当点 P 运动到什么位置时, 四边形 $ACPB$ 的面积最大? 求出此时 P 点的坐标和四边形 $ACPB$ 的最大面积.

解析: (1) 根据待定系数法, 可得函数解析式;

(2) 根据菱形的对角线互相垂直且平分, 可得 P 点的纵坐标, 根据自变量与函数值的对应关系, 可得 P 点坐标;

(3) 根据平行于 y 轴的直线上两点间的距离是较大的纵坐标减较小的纵坐标, 可得 PQ 的长, 根据面积的和差, 可得二次函数, 根据二次函数的性质, 可得答案.

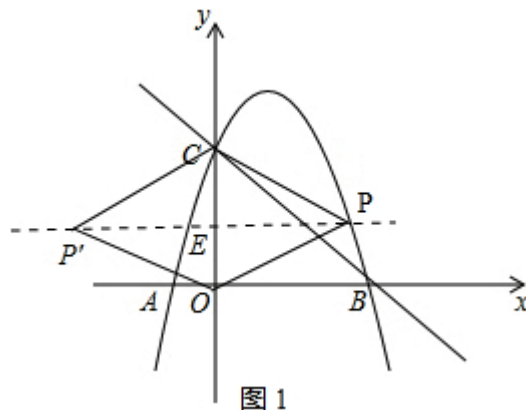
答案: (1) 将点 B 和点 C 的坐标代入函数解析式, 得

$$\begin{cases} 9a + 6 + c = 0 \\ c = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -1 \\ c = 3 \end{cases},$$

二次函数的解析是为 $y=-x^2+2x+3$;

(2) 若四边形 $POP' C$ 为菱形, 则点 P 在线段 CO 的垂直平分线上, 如图 1, 连接 PP' , 则 $PE \perp CO$, 垂足为 E ,



$$\therefore C(0, 3),$$

$$\therefore E(0, \frac{3}{2}),$$

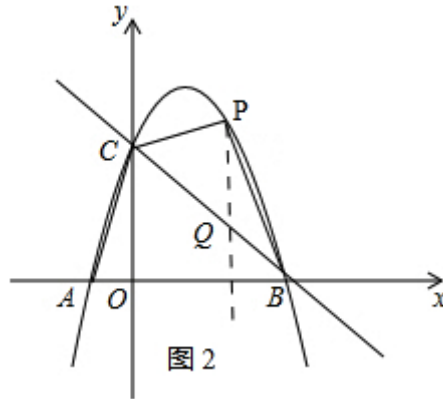
$$\therefore \text{点 } P \text{ 的纵坐标 } \frac{3}{2},$$

$$\text{当 } y = \frac{3}{2} \text{ 时, 即 } -x^2 + 2x + 3 = \frac{3}{2},$$

解得 $x_1 = \frac{2 + \sqrt{10}}{2}$, $x_2 = \frac{2 - \sqrt{10}}{2}$ (不合题意, 舍),

\therefore 点 P 的坐标为 $(\frac{2 + \sqrt{10}}{2}, \frac{3}{2})$;

(3) 如图 2,



P 在抛物线上, 设 $P(m, -m^2 + 2m + 3)$,
 设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$,
 将点 B 和点 C 的坐标代入函数解析式, 得

$$\begin{cases} 3k + 3 = 0 \\ b = 3 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases}$.

直线 BC 的解析为 $y = -x + 3$,
 设点 Q 的坐标为 $(m, -m + 3)$,
 $PQ = -m^2 + 2m + 3 - (-m + 3) = -m^2 + 3m$.
 当 $y = 0$ 时, $-x^2 + 2x + 3 = 0$,
 解得 $x_1 = -1$, $x_2 = 3$,

$OA = 1$,
 $AB = 3 - (-1) = 4$,

$$\begin{aligned} S_{\text{四边形 ABPC}} &= S_{\triangle ABC} + S_{\triangle PCQ} + S_{\triangle PBQ} \\ &= \frac{1}{2} AB \cdot OC + \frac{1}{2} PQ \cdot OQ + \frac{1}{2} PQ \cdot QB \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 + \frac{1}{2} (-m^2 + 3m) \times 3 \\ &= -\frac{3}{2} \left(m - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{75}{8}, \end{aligned}$$

当 $m = \frac{3}{2}$ 时, 四边形 ABPC 的面积最大.

当 $m = \frac{3}{2}$ 时, $-m^2 + 2m + 3 = \frac{15}{4}$, 即 P 点的坐标为 $(\frac{3}{2}, \frac{15}{4})$.

当点 P 的坐标为 $(\frac{3}{2}, \frac{15}{4})$ 时, 四边形 ACPB 的最大面积值为 $\frac{75}{8}$.