

2005 年普通高考全国数学卷（一）考区（河北理科卷）

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。第 I 卷 1 至 2 页。第 II 卷 3 到 10 页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

注意事项：

1. 答第 I 卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上。

2. 每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。不能答在试题卷上。

3. 本卷共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

参考公式：

如果事件 A、B 互斥，那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

如果事件 A、B 相互独立，那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P，那么

n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S = 4\pi R^2$$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

一. 选择题

(1) 设 I 为全集， S_1 、 S_2 、 S_3 是 I 的三个非空子集，且 $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$ ，则下面论断正确的是 ()

(A) $C_I S_1 \cap (S_2 \cup S_3) = \Phi$

(B) $S_1 \subseteq (C_I S_2 \cap C_I S_3)$

(C) $C_I S_1 \cap C_I S_2 \cap C_I S_3 = \Phi$

(D) $S_1 \subseteq (C_I S_2 \cup C_I S_3)$

(2) 一个与球心距离为 1 的平面截球所得的圆面面积为 π ，则球的表面积为 ()

(A) $8\sqrt{2}\pi$

(B) 8π

(C) $4\sqrt{2}\pi$

(D) 4π

(3) 已知直线 l 过点 $(-2,0)$ ，当直线 l 与圆 $x^2 + y^2 = 2x$ 有两个交点时，其斜率 k 的取值范围是 ()

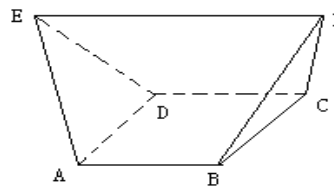
(A) $(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$

(B) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

(C) $(-\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$

(D) $(-\frac{1}{8}, \frac{1}{8})$

(4) 如图，在多面体 ABCDEF 中，已知 ABCD 是边长为 1 的正方形，且 $\triangle ADE$ 、 $\triangle BCF$ 均为正三角形， $EF \parallel AB$ ， $EF=2$ ，则该多面体的体积为 ()



- (A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$

(5) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$ ($a > 0$) 的一条准线与抛物线 $y^2 = -6x$ 的准线重合，则该双曲线的离心率为 ()

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

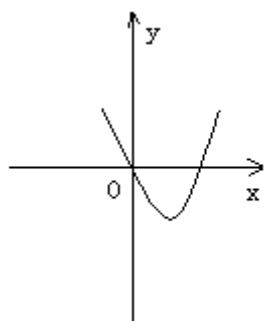
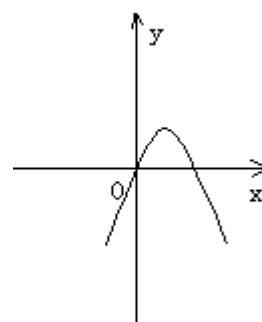
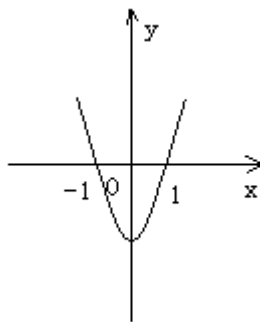
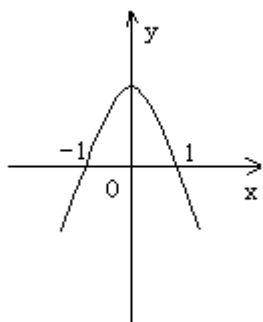
$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(6) 当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时，函数 $f(x) = \frac{1 + \cos 2x + 8 \sin^2 x}{\sin 2x}$ 的最小值为 ()

- (A) 2 (B) $2\sqrt{3}$ (C) 4 (D) $4\sqrt{3}$

$4\sqrt{3}$

(7) 设 $b > 0$ ，二次函数 $y = ax^2 + bx + a^2 - 1$ 的图像为下列之一



则 a 的值为

- (A) 1 (B) -1 (C) $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ (D) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

(8) 设 $0 < a < 1$, 函数 $f(x) = \log_a(a^{2x} - 2a^x - 2)$, 则使 $f(x) < 0$ 的 x 的取值范围是 ()

- (A) $(-\infty, 0)$ (B) $(0, +\infty)$ (C) $(-\infty, \log_a 3)$ (D) $(\log_a 3, +\infty)$

(9) 在坐标平面上, 不等式组 $\begin{cases} y \geq x-1 \\ y \leq -3|x|+1 \end{cases}$ 所表示的平面区域的面积为 ()

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (D) 2

(10) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\tan \frac{A+B}{2} = \sin C$, 给出以下四个论断:

- ① $\tan A \cdot \cot B = 1$ ② $0 < \sin A + \sin B \leq \sqrt{2}$
③ $\sin^2 A + \cos^2 B = 1$ ④ $\cos^2 A + \cos^2 B = \sin^2 C$

其中正确的是

- (A) ①③ (B) ②④ (C) ①④ (D) ②③

(11) 过三棱柱任意两个顶点的直线共 15 条, 其中异面直线有 ()

- (A) 18 对 (B) 24 对 (C) 30 对 (D) 36 对

对

(12) 复数 $\frac{\sqrt{2}-i^3}{1-\sqrt{2}i} = ()$

- (A) i (B) $-i$ (C) $2\sqrt{2}-i$ (D) $-2\sqrt{2}+i$

第 II 卷

注意事项:

1. 用钢笔或圆珠笔直接答在试题卷上。
2. 答卷前将密封线内的项目填写清楚。
3. 本卷共 10 小题, 共 90 分。

题号	二		总分
----	---	--	----

		17	18	19	20	21	22	
分数								

得分	评卷人

二. 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分, 把答案填在题中横线上。

(13) 若正整数 m 满足 $10^{m-1} < 2^{512} < 10^m$, 则 $m =$ _____。(lg 2 \approx 0.3010)

(14) $(2x - \frac{1}{\sqrt{x}})^9$ 的展开式中, 常数项为 _____。(用数字作答)

(15) $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心为 O , 两条边上的高的交点为 H , $\overrightarrow{OH} = m(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$, 则实数 $m =$ _____

(16) 在正方形 $ABCD - A'B'C'D'$ 中, 过对角线 BD' 的一个平面交 AA' 于 E , 交 CC' 于 F , 则

- ① 四边形 $BFD'E$ 一定是平行四边形
- ② 四边形 $BFD'E$ 有可能是正方形
- ③ 四边形 $BFD'E$ 在底面 $ABCD$ 内的投影一定是正方形
- ④ 四边形 $BFD'E$ 有可能垂直于平面 $BB'D$

以上结论正确的为 _____。(写出所有正确结论的编号)

三. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

得分	评卷人

(17) (本大题满分 12 分)

设函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ ($-\pi < \varphi < 0$), $y = f(x)$ 图像的一条对称轴是直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 。

(I) 求 φ ;

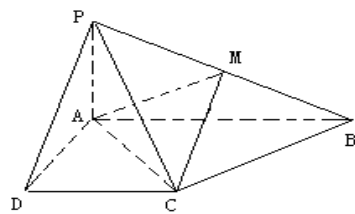
(II) 求函数 $y = f(x)$ 的单调增区间;

(III) 证明直线 $5x - 2y + c = 0$ 于函数 $y = f(x)$ 的图像不相切。

得分	评卷人

(18) (本大题满分 12 分)

已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为直角梯形, $AB \parallel DC$, $\angle DAB = 90^\circ$, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 且



PA=AD=DC= $\frac{1}{2}$ AB=1, M 是 PB 的中点。

- (I) 证明: 面 PAD \perp 面 PCD;
 (II) 求 AC 与 PB 所成的角;
 (III) 求面 AMC 与面 BMC 所成二面角的大小。

得分	评卷人

(19) (本大题满分 12 分)

设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 前 n 项和 $S_n > 0$ ($n = 1, 2, \dots$)。

- (I) 求 q 的取值范围;
 (II) 设 $b_n = a_{n+2} - \frac{3}{2}a_{n+1}$, 记 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 试比较 S_n 与 T_n 的大小。

得分	评卷人

(20) (本大题满分 12 分)

9 粒种子分种在 3 个坑内, 每坑 3 粒, 每粒种子发芽的概率为 0.5, 若一个坑内至少有 1 粒种子发芽, 则这个坑不需要补种, 若一个坑内的种子都没发芽, 则这个坑需要补种。假定每个坑至多补种一次, 每补种 1 个坑需 10 元, 用 ξ 表示补种费用, 写出 ξ 的分布列并求 ξ 的数学期望。(精确到 0.01)

得分	评卷人

(21) (本大题满分 14 分)

已知椭圆的中心为坐标原点 O, 焦点在 x 轴上, 斜率为 1 且过椭圆右焦点 F 的直线交椭圆于 A、B 两点, $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ 与 $\vec{a} = (3, -1)$ 共线。

- (I) 求椭圆的离心率;
 (II) 设 M 为椭圆上任意一点, 且 $\overrightarrow{OM} = \lambda\overrightarrow{OA} + \mu\overrightarrow{OB}$ ($\lambda, \mu \in R$), 证明 $\lambda^2 + \mu^2$ 为定值。

得分	评卷人

(22) (本大题满分 12 分)

- (I) 设函数 $f(x) = x \log_2 x + (1-x) \log_2 (1-x)$ ($0 < x < 1$), 求 $f(x)$ 的最小值;
 (II) 设正数 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_{2^n}$ 满足 $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_{2^n} = 1$, 证明

$$p_1 \log_2 p_1 + p_2 \log_2 p_2 + p_3 \log_2 p_3 + \dots + p_{2^n} \log_2 p_{2^n} \geq -n$$