

2008年山东省初中生毕业与高中阶段学校招生考试

数学试题

注意事项:

1. 本试题分第 I 卷和第 II 卷两部分. 第 I 卷 2 页为选择题, 36 分; 第 II 卷 8 页为非选择题, 84 分; 全卷共 12 页, 满分 120 分, 考试时间为 120 分钟.
2. 答第 I 卷前, 考生务必将自己的姓名、考号、考试科目涂写在答题卡上, 考试结束, 试题和答题卡一并收回.
3. 第 I 卷每题选出答案后, 必须用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号【ABCD】涂黑. 如需改动, 先用橡皮擦干净, 再改涂其它答案.
4. 考试时, 不允许使用科学计算器.

第 I 卷 (选择题 共 36 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是正确的, 请把正确的选项选出来, 每小题选对得 3 分, 选错、不选或选出的答案超过一个均记零分.

1. $|-2|$ 的相反数是

- A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 只用下列图形不能镶嵌的是

- A. 三角形 B. 四边形 C. 正五边形 D. 正六边形

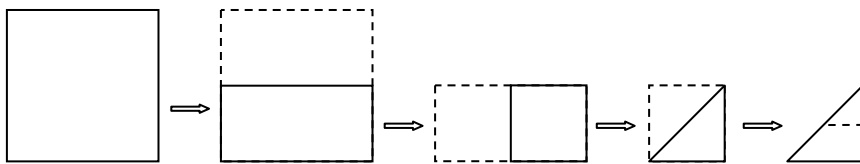
3. 下列计算结果正确的是

- A. $-2x^2y^3 \cdot 2xy = -2x^3y^4$ B. $3x^2y - 5xy^2 = -2x^2y$
C. $28x^4y^2 \div 7x^3y = 4xy$ D. $(-3a-2)(3a-2) = 9a^2 - 4$

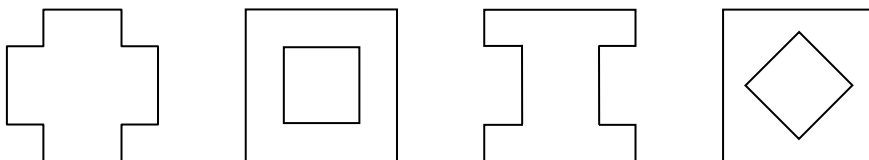
4. 在平面直角坐标系中, 若点 $P(m-3, m+1)$ 在第二象限, 则 m 的取值范围为

- A. $-1 < m < 3$ B. $m > 3$ C. $m < -1$ D. $m > -1$

5. 将一正方形纸片按下列顺序折叠, 然后将最后折叠的纸片沿虚线剪去上方的小三角形.



将纸片展开, 得到的图形是



- A. B. C. D.

6. 若关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 + 5x + m^2 - 3m + 2 = 0$ 的常数项为 0, 则 m 的值等于

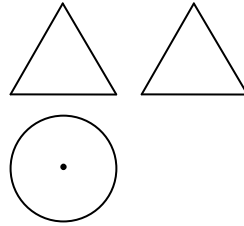
- A. 1 B. 2 C. 1 或 2 D. 0

7. 某书店把一本新书按标价的九折出售, 仍可获利 20%. 若该书的进价为 21 元, 则标价为

- A. 26 元 B. 27 元 C. 28 元 D. 29 元

8. 如图，一个空间几何体的主视图和左视图都是边长为 1 的正三角形，俯视图是一个圆，那么这个几何体的侧面积是

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$
 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ D. $\frac{\pi}{2}$



9. 如图 1，在矩形 $ABCD$ 中，动点 P 从点 B 出发，沿 BC ， CD ， DA 运动至点 A 停止. 设点 P 运动的路程为 x ， $\triangle ABP$ 的面积为 y ，如果 y 关于 x 的函数图象如图 2 所示，则 $\triangle ABC$ 的面积是

- A. 10
 B. 16
 C. 18
 D. 20

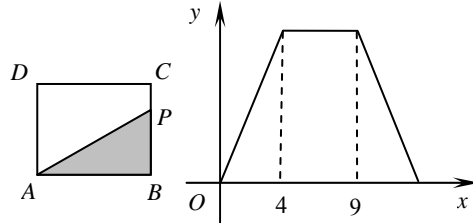


图 1 图 2

10. “上升数”是一个数中右边数字比左边数字大的自然数（如：34，568，2469 等）. 任取一个两位数，是“上升数”的概率是

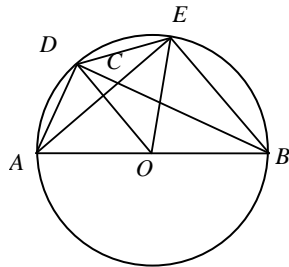
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{7}{18}$

11. 若 $A(-\frac{13}{4}, y_1)$ ， $B(-\frac{5}{4}, y_2)$ ， $C(\frac{1}{4}, y_3)$ 为二次函数 $y = x^2 + 4x - 5$ 的图象上的三点，则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_1 < y_3 < y_2$

12. 如图所示， AB 是 $\odot O$ 的直径， $AD=DE$ ， AE 与 BD 交于点 C ，则图中与 $\angle BCE$ 相等的角有

- A. 2 个
 B. 3 个
 C. 4 个
 D. 5 个



山东省 2008 年初中学毕业生毕业与高中阶段学校招生考试

数学试题

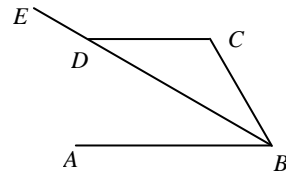
第 II 卷（非选择题 共 84 分）

注意事项：1. 第 II 卷共 8 页，用钢笔或圆珠笔直接写在试卷上. 2. 答卷前将密封线内的项目填写清楚.

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题填对得 4 分，共 20 分. 只要求填写最后结果.

13. 在 2008 年北京奥运会国家体育场的“鸟巢”钢结构工程施工建设中，首次使用了我国科研人员自主研制的强度为 4.581 亿帕的钢材. 4.581 亿帕用科学计数法表示为_____帕（保留两位有效数字）.

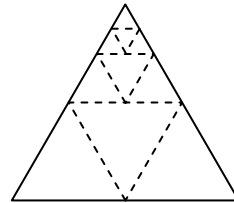
14. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， BE 平分 $\angle ABC$ ， $\angle CDE = 150^\circ$ ，则 $\angle C =$ _____.



15. 分解因式： $(2a-b)^2 + 8ab =$ _____.

16. 将一个正三角形纸片剪成四个全等的小正三角形，再将其中的一个按同样的方法剪成四个更小的正三角形，……如此继续下去，结果如下表：

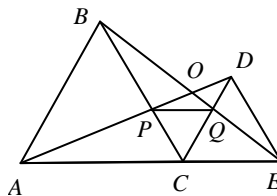
所剪次数	1	2	3	4	...	n
正三角形个数	4	7	10	13	...	a_n



则 $a_n =$ _____（用含 n 的代数式表示）.

17. 如图， C 为线段 AE 上一动点（不与点 A, E 重合），在 AE 同侧分别作正三角形 ABC 和正三角形 CDE ， AD 与 BE 交于点 O ， AD 与 BC 交于点 P ， BE 与 CD 交于点 Q ，连结 PQ . 以下五个结论：

- ① $AD = BE$;
- ② $PQ \parallel AE$;
- ③ $AP = BQ$;
- ④ $DE = DP$;
- ⑤ $\angle AOB = 60^\circ$.



恒成立的结论有_____（把你认为正确的序号都填上）.

三、解答题：本大题共 7 小题，共 64 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

18. (本题满分 6 分) 先化简，再求值：

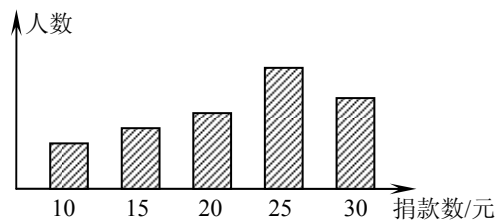
$$\left(\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b} \right) \div \frac{b}{a^2 - 2ab + b^2}, \text{ 其中 } a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}.$$

19. (本题满分 8 分)

振兴中学某班的学生对本校学生会倡导的“抗震救灾，众志成城”自愿捐款活动进行抽样调查，得到了一组学生捐款情况的数据. 下图是根据这组数据绘制的统计图，图中从左到右各长方形的高度之比为 3 : 4 : 5 : 8 : 6，又知此次调查中捐款 25 元和 30 元的学生一共 42 人.

(1) 他们一共调查了多少人？

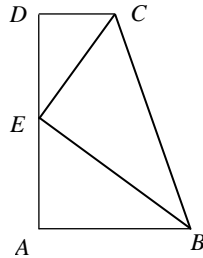
- (2) 这组数据的众数、中位数各是多少？
 (3) 若该校共有 1560 名学生，估计全校学生捐款多少元？



20. (本题满分 8 分)

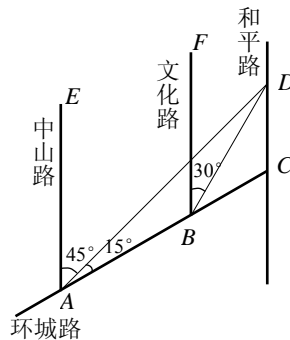
为迎接 2008 年奥运会，某工艺厂准备生产奥运会标志“中国印”和奥运会吉祥物“福娃”。该厂主要用甲、乙两种原料，已知生产一套奥运会标志需要甲原料和乙原料分别为 4 盒和 3 盒，生产一套奥运会吉祥物需要甲原料和乙原料分别为 5 盒和 10 盒。该厂购进甲、乙原料的量分别为 20000 盒和 30000 盒，如果所进原料全部用完，求该厂能生产奥运会标志和奥运会吉祥物各多少套？

- 21. (本题满分 10 分)** 在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = 2$ ， $BC = 3$ ， $CD = 1$ ， E 是 AD 中点。
 求证： $CE \perp BE$ 。



- 22. (本题满分 10 分)** 如图， AC 是某市环城路的一段， AE ， BF ， CD 都是南北方向的街道，其与环城路 AC 的交叉路口分别是 A ， B ， C 。经测量花卉世界 D 位于点 A 的北偏东 45° 方向、点 B 的北偏东 30° 方向上， $AB = 2\text{km}$ ， $\angle DAC = 15^\circ$ 。

- (1) 求 B ， D 之间的距离；
 (2) 求 C ， D 之间的距离。



23. (本题满分 10 分) (1) 探究新知：

如图 1，已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积相等，试判断 AB 与 CD 的位置关系，并说明理由。

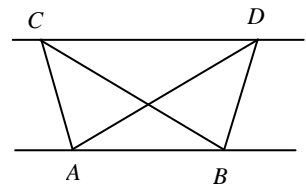
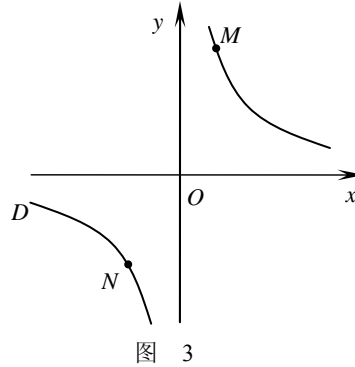
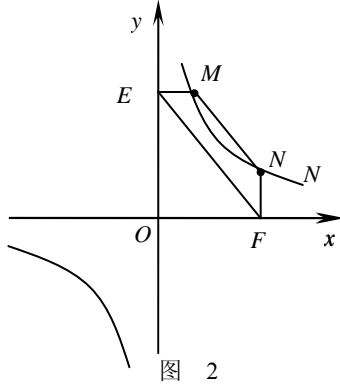


图 1

- (2) 结论应用：

① 如图 2, 点 M, N 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上, 过点 M 作 $ME \perp y$ 轴, 过点 N 作 $NF \perp x$ 轴, 垂足分别为 E, F .
试证明: $MN \parallel EF$.

② 若①中的其他条件不变, 只改变点 M, N 的位置如图 3 所示, 请判断 MN 与 EF 是否平行.

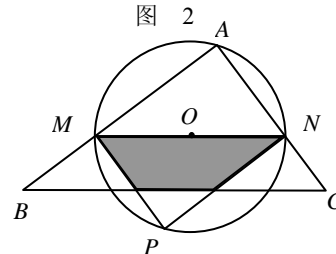
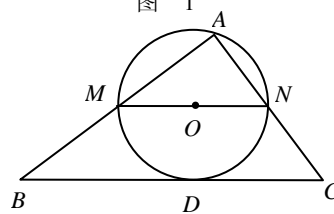
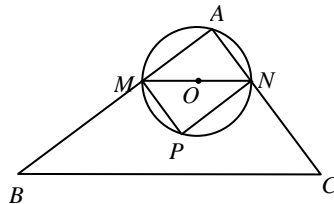


24. (本题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 4$, $AC = 3$, M 是 AB 上的动点 (不与 A, B 重合), 过 M 点作 $MN \parallel BC$ 交 AC 于点 N . 以 MN 为直径作 $\odot O$, 并在 $\odot O$ 内作内接矩形 $AMPN$. 令 $AM = x$.

- (1) 用含 x 的代数式表示 $\triangle MNP$ 的面积 S ;
- (2) 当 x 为何值时, $\odot O$ 与直线 BC 相切?

(3) 在动点 M 的运动过程中, 记 $\triangle MNP$ 与梯形 $BCNM$ 重合的面积为 y , 试求 y 关于 x 的函数表达式, 并求 x 为何值时, y 的值最大, 最大值是多少?



山东省二〇〇八年中等学校招生考试

数学试题参考解答及评分意见

评卷说明:

1. 选择题和填空题中的每小题，只有满分和零分两个评分档，不给中间分.
2. 解答题每小题的解答中所对应的分数，是指考生正确解答到该步骤所应得的累计分数. 本答案对每小题只给出一种解法，对考生的其他解法，请参照评分意见进行评分.
3. 如果考生在解答的中间过程出现计算错误，但并没有改变试题的实质和难度，其后续部分酌情给分，但最多不超过正确解答分数的一半；若出现严重的逻辑错误，后续部分就不再给分.

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	C	A	C	B	A	B	D

二、填空题 (本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

9. 4.6×10^8 ; 10. 120° ; 11. $(2a+b)^2$; 12. $\frac{\pi}{2}$; 13. 28 元; 14. $3n+1$; 15. $\frac{2}{5}$ 16. ①②③⑤.

三、解答题 (本大题共 7 小题，共 64 分):

17. (本题满分 6 分)

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= \frac{(a+b)-(a-b)}{(a-b)(a+b)} \div \frac{b}{a^2-2ab+b^2} \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\ &= \frac{2b}{(a-b)(a+b)} \cdot \frac{(a-b)^2}{b} \dots\dots\dots 3 \text{ 分} \\ &= \frac{2(a-b)}{a+b} \dots\dots\dots 4 \text{ 分} \end{aligned}$$

当 $a=1+\sqrt{2}$, $b=1-\sqrt{2}$ 时,

$$\text{原式} = \frac{2 \times 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

18. (本题满分 8 分)

解: (1) 设捐款 30 元的有 $6x$ 人, 则 $8x+6x=42$.

$$\therefore x = 3 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{捐款人数共有: } 3x+4x+5x+8x+6x=78 \text{ (人)}. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 由图象可知: 众数为 25 (元); 由于本组数据的个数为 78, 按大小顺序排列处于中间位置的两个数都是 25 (元), 故中位数为 25 (元). $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

(3) 全校共捐款:

$$(9 \times 10 + 12 \times 15 + 15 \times 20 + 24 \times 25 + 18 \times 30) \times \frac{1560}{78} = 34200 \text{ (元)}. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

19. (本题满分 8 分)

解: 设生产奥运会标志 x 套, 生产奥运会吉祥物 y 套. 根据题意, 得

$$\begin{cases} 4x+5y=20000, & \text{①} \\ 3x+10y=30000. & \text{②} \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{①} \times 2 - \text{②} \text{ 得: } 5x = 10000.$$

$$\therefore x = 2000 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{把 } x=2000 \text{ 代入①得: } 5y=12000.$$

$$\therefore y=2400.$$

答：该厂能生产奥运会标志 2000 套，生产奥运会吉祥物 2400 套。……8 分

20. (本题满分 10 分)

证明：过点 C 作 $CF \perp AB$ ，垂足为 F 。……1 分

\because 在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle A = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle D = \angle A = \angle CFA = 90^\circ$ 。

\therefore 四边形 $AFCD$ 是矩形。

$AD = CF$ ， $BF = AB - AF = 1$ 。……3 分

在 $Rt\triangle BCF$ 中，

$$CF^2 = BC^2 - BF^2 = 8,$$

$$\therefore CF = 2\sqrt{2}.$$

$$\therefore AD = CF = 2\sqrt{2}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$\because E$ 是 AD 中点，

$$\therefore DE = AE = \frac{1}{2} AD = \sqrt{2}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

在 $Rt\triangle ABE$ 和 $Rt\triangle DEC$ 中，

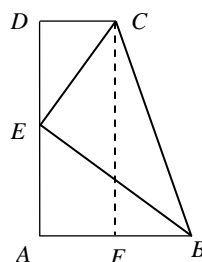
$$EB^2 = AE^2 + AB^2 = 6,$$

$$EC^2 = DE^2 + CD^2 = 3,$$

$$EB^2 + EC^2 = 9 = BC^2.$$

$$\therefore \angle CEB = 90^\circ. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore EB \perp EC. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$



21. (本题满分 10 分)

解：(1) 如图，由题意得， $\angle EAD = 45^\circ$ ， $\angle FBD = 30^\circ$ 。

$$\therefore \angle EAC = \angle EAD + \angle DAC = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ.$$

$\because AE \parallel BF \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle FBC = \angle EAC = 60^\circ.$$

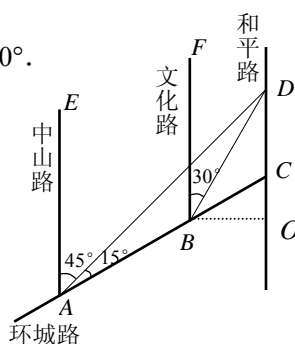
$$\therefore \angle DBC = 30^\circ. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

又 $\because \angle DBC = \angle DAB + \angle ADB$ ，

$$\therefore \angle ADB = 15^\circ.$$

$$\therefore \angle DAB = \angle ADB. \therefore BD = AB = 2.$$

即 B, D 之间的距离为 2km. ……5 分



(2) 过 B 作 $BO \perp DC$ ，交其延长线于点 O ，

在 $Rt\triangle DBO$ 中， $BD = 2$ ， $\angle DBO = 60^\circ$ 。

$$\therefore DO = 2 \times \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}, BO = 2 \times \cos 60^\circ = 1. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

在 $Rt\triangle CBO$ 中， $\angle CBO = 30^\circ$ ， $CO = BO \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

$$\therefore CD = DO - CO = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ (km)}.$$

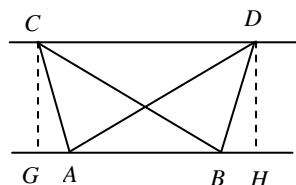
即 C, D 之间的距离为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ km. ……10 分

22. (本题满分 10 分)

(1) 证明：分别过点 C, D ，作 $CG \perp AB$ ， $DH \perp AB$ ，垂足为 G, H ，则 $\angle CGA = \angle DHB = 90^\circ$ 。……1 分

$\therefore CG \parallel DH$ 。

$\because \triangle ABC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积相等，



∴ $CG=DH$2分

∴ 四边形 $CGHD$ 为平行四边形.

∴ $AB//CD$3分

(2) ①证明: 连结 MF, NE4分

设点 M 的坐标为 (x_1, y_1) , 点 N 的坐标为 (x_2, y_2) .

∴ 点 M, N 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上,

∴ $x_1y_1 = k, x_2y_2 = k$.

∴ $ME \perp y$ 轴, $NF \perp x$ 轴,

∴ $OE = y_1, OF = x_2$.

∴ $S_{\triangle EFM} = \frac{1}{2}x_1 \cdot y_1 = \frac{1}{2}k$,5分

$S_{\triangle EFN} = \frac{1}{2}x_2 \cdot y_2 = \frac{1}{2}k$6分

∴ $S_{\triangle EFM} = S_{\triangle EFN}$7分

由(1)中的结论可知: $MN // EF$8分

② $MN // EF$10分

(若学生使用其他方法, 只要解法正确, 皆给分.)

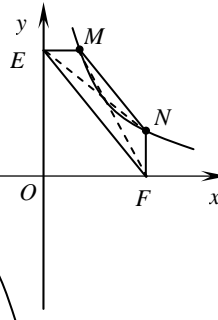


图 2

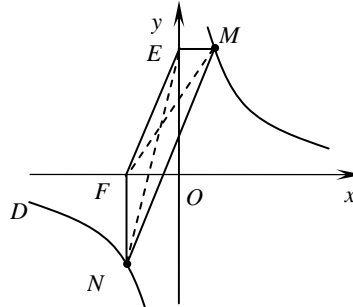


图 3

23. (本题满分 12 分)

解: (1) ∵ $MN // BC$, ∴ $\angle AMN = \angle B, \angle ANM = \angle C$.

∴ $\triangle AMN \sim \triangle ABC$.

∴ $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, 即 $\frac{x}{4} = \frac{AN}{3}$.

∴ $AN = \frac{3}{4}x$2分

∴ $S = S_{\triangle MNP} = S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}x \cdot x = \frac{3}{8}x^2$. ($0 < x < 4$)3分

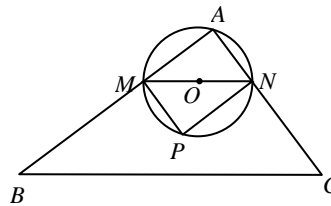


图 1

(2) 如图 2, 设直线 BC 与 $\odot O$ 相切于点 D , 连结 AO, OD , 则 $AO = OD = \frac{1}{2}MN$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 5$.

由(1)知 $\triangle AMN \sim \triangle ABC$.

∴ $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$, 即 $\frac{x}{4} = \frac{MN}{5}$.

∴ $MN = \frac{5}{4}x$,

∴ $OD = \frac{5}{8}x$5分

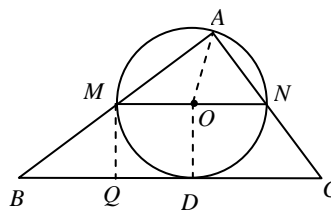


图 2

过 M 点作 $MQ \perp BC$ 于 Q , 则 $MQ = OD = \frac{5}{8}x$.

在 $\text{Rt}\triangle BMQ$ 与 $\text{Rt}\triangle BCA$ 中, $\angle B$ 是公共角,

∴ $\triangle BMQ \sim \triangle BCA$.

∴ $\frac{BM}{BC} = \frac{QM}{AC}$.

$$\therefore BM = \frac{5 \times \frac{5}{8}x}{3} = \frac{25}{24}x, \quad AB = BM + MA = \frac{25}{24}x + x = 4.$$

$$\therefore x = \frac{96}{49}.$$

\therefore 当 $x = \frac{96}{49}$ 时, $\odot O$ 与直线 BC 相切. 7 分

(3) 随点 M 的运动, 当 P 点落在直线 BC 上时, 连结 AP , 则 O 点为 AP 的中点.

$\because MN \parallel BC, \therefore \angle AMN = \angle B, \angle AOM = \angle APC.$

$\therefore \triangle AMO \sim \triangle ABP.$

$$\therefore \frac{AM}{AB} = \frac{AO}{AP} = \frac{1}{2}. \quad AM = MB = 2.$$

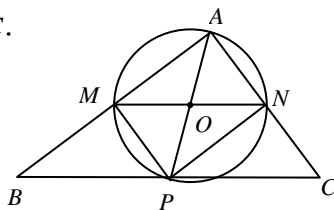


图 3

故以下分两种情况讨论:

① 当 $0 < x \leq 2$ 时, $y = S_{\triangle PMN} = \frac{3}{8}x^2.$

\therefore 当 $x = 2$ 时, $y_{\text{最大}} = \frac{3}{8} \times 2^2 = \frac{3}{2}.$ 8 分

② 当 $2 < x < 4$ 时, 设 PM, PN 分别交 BC 于 $E, F.$

\because 四边形 $AMPN$ 是矩形,

$\therefore PN \parallel AM, PN = AM = x.$

又 $\because MN \parallel BC,$

\therefore 四边形 $MBFN$ 是平行四边形.

$\therefore FN = BM = 4 - x.$

$$\therefore PF = x - (4 - x) = 2x - 4.$$

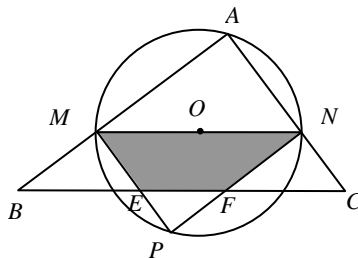


图 4

又 $\triangle PEF \sim \triangle ACB.$

$$\therefore \left(\frac{PF}{AB}\right)^2 = \frac{S_{\triangle PEF}}{S_{\triangle ABC}}.$$

$$\therefore S_{\triangle PEF} = \frac{3}{2}(x-2)^2. \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$y = S_{\triangle MNP} - S_{\triangle PEF} = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{2}(x-2)^2 = -\frac{9}{8}x^2 + 6x - 6. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

当 $2 < x < 4$ 时, $y = -\frac{9}{8}x^2 + 6x - 6 = -\frac{9}{8}\left(x - \frac{8}{3}\right)^2 + 2.$

\therefore 当 $x = \frac{8}{3}$ 时, 满足 $2 < x < 4, y_{\text{最大}} = 2.$ 11 分

综上所述, 当 $x = \frac{8}{3}$ 时, y 值最大, 最大值是 2. 12 分