2018年黑龙江省大庆市中考真题数学

一、选择题(本大题共10小题，每小题3分，共30分)

1. $2\cos60°$=( )

A.1

B.$\sqrt{3}$

C.$\sqrt{2}$

D.$\frac{1}{2}$

解析：直接利用特殊角的三角函数值进而计算得出答案.

$2\cos60°=2\times\frac{1}{2}=1$.

答案：A

2.一种花粉颗粒直径约为0.0000065米，数字0.0000065用科学记数法表示为( )

A.0.65×10^{-5}

B.65×10^{-7}

C.6.5×10^{-6}

D.6.5×10^{-5}

解析：绝对值小于1的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为$a\times10^{-n}$，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定.

数字0.0000065用科学记数法表示为6.5×10^{-6}.

答案：C

3.已知两个有理数a，b，如果ab＜0且a+b＞0，那么( )

A.a＞0，b＞0

B.a＜0，b＞0

C.a、b同号

D.a、b异号，且正数的绝对值较大

解析：先由有理数的乘法法则，判断出a，b异号，再用有理数加法法则即可得出结论.

∵ab＜0，

∴a，b异号，

∵a+b＞0，

∴正数的绝对值较大.

答案：D

4.一个正n边形的每一个外角都是36°，则n=( )

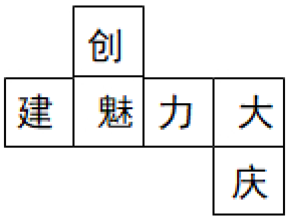
A.7

B.8

C.9
D.10
解析：由多边形的外角和为360° 结合每个外角的度数，即可求出n值，此题得解.
∵一个正n边形的每一个外角都是36°，
∴n=360° ÷36° =10.
答案：D

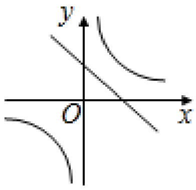
5.某商品打七折后价格为a元，则原价为(　)
A.a元
B.$\frac{10}{7}$a元
C.30%a元
D.$\frac{7}{10}$a元
解析：直接利用打折的意义表示出价格进而得出答案.
设该商品原价为：x元，
∵某商品打七折后价格为a元，
∴原价为：0.7x=a，
则x=$\frac{10}{7}$a(元).
答案：B

6.将正方体的表面沿某些棱剪开，展成如图所示的平面图形，则原正方体中与“创”字所在的面相对的面上标的字是(　)

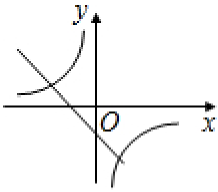


A.庆
B.力
C.大
D.魅
解析：正方体的表面展开图，相对的面之间一定相隔一个正方形，
“建”与“力”是相对面，
“创”与“庆”是相对面，
“魅”与“大”是相对面.
答案：A

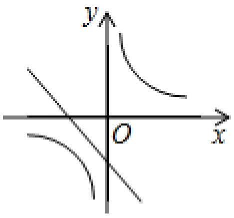
7.在同一直角坐标系中，函数$y=\frac{k}{x}$和y=kx-3的图象大致是(　)



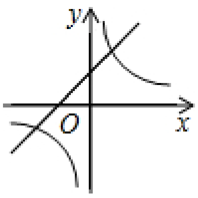
A.



B.



C.



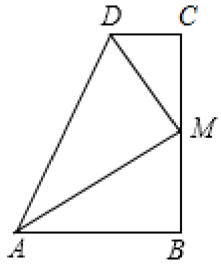
D.

解析：根据一次函数和反比例函数的特点，k≠0，所以分 k＞0 和 k＜0 两种情况讨论.
①当 k＞0 时，y=kx-3 与 y 轴的交点在负半轴，过一、三、四象限，反比例函数的图象在第一、三象限；
②当 k＜0 时，y=kx-3 与 y 轴的交点在负半轴，过二、三、四象限，反比例函数的图象在第二、四象限.
答案：B

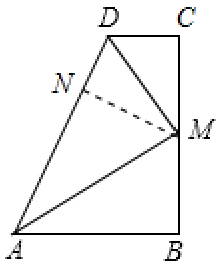
8.已知一组数据：92，94，98，91，95 的中位数为 a，方差为 b，则 a+b=(　)
A.98
B.99
C.100
D.102
解析：数据：92，94，98，91，95 从小到大排列为 91，92，94，95，98，处于中间位置的数是 94，
则该组数据的中位数是 94，即 a=94，
该组数据的平均数为$\frac{1}{5}$[92+94+98+91+95]=94，
其方差为$\frac{1}{5}$[$(92-94)^2+(94-94)^2+(98-94)^2+(91-94)^2+(95-94)^2$]=6，所以 b=6，
所以 a+b=94+6=100.

答案：C

9.如图，$\angle B=\angle C=90°$，M是BC的中点，DM平分$\angle ADC$，且$\angle ADC=110°$，则$\angle MAB=$( )

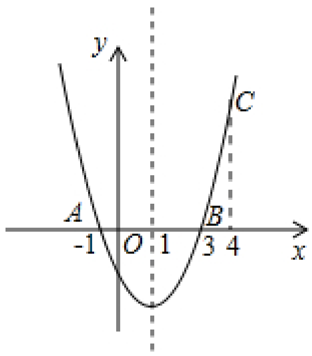


A.30°
B.35°
C.45°
D.60°
解析：作$MN\perp AD$于N，



∵$\angle B=\angle C=90°$，
∴$AB\parallel CD$，
∴$\angle DAB=180°-\angle ADC=70°$，
∵DM平分$\angle ADC$，$MN\perp AD$，$MC\perp CD$，
∴MN=MC，
∵M是BC的中点，
∴MC=MB，
∴MN=MB，又$MN\perp AD$，$MB\perp AB$，
∴$\angle MAB=\frac{1}{2}\angle DAB=35°$.
答案：B

10.如图，二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象经过点A(-1，0)、点B(3，0)、点C(4，y_1)，若点D(x_2，y_2)是抛物线上任意一点，有下列结论：
①二次函数$y=ax^2+bx+c$的最小值为-4a；
②若$-1\leq x_2\leq 4$，则$0\leq y_2\leq 5a$；
③若$y_2>y_1$，则$x_2>4$；
④一元二次方程cx2+bx+a=0的两个根为-1和$\frac{1}{3}$其中正确结论的个数是( )



A.1

B.2

C.3

D.4

解析：抛物线解析式为 $y=a(x+1)(x-3)$，

即 $y=ax^2-2ax-3a$，

∵$y=a(x-1)^2-4a$，

∴当 $x=1$ 时，二次函数有最小值$-4a$，所以①正确；

当 $x=4$ 时，$y=a\cdot5\cdot1=5a$，

∴当$-1\leqslant x2\leqslant4$，则$-4a\leqslant y_2\leqslant5a$，所以②错误；

∵点 C(1，5a)关于直线 $x=1$ 的对称点为(-2，-5a)，

∴当 $y_2>y_1$，则 $x_2>4$ 或 $x_2<-2$，所以③错误；

∵$b=-2a$，$c=-3a$，

∴方程 $cx^2+bx+a=0$ 化为$-3ax^2-2ax+a=0$，

整理得 $3x^2+2x-1=0$，解得 $x_1=-1$，$x_2=\dfrac{1}{3}$，所以④正确.

故正确的有 2 个.

答案：B

二、填空题(本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分)

11.已知圆柱的底面积为 $60cm^2$，高为 4cm，则这个圆柱体积为_____cm^3.

解析：根据圆柱体积=底面积×高，即可求出结论.

$V=Sh=60\times4=240(cm^3)$.

答案：240

12.函数 $y=\sqrt{3-x}$ 的自变量 x 取值范围是_____.

解析：根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0 可知：$3-x\geqslant0$，解得 x 的范围.

根据题意得：$3-x\geqslant0$，

解得：$x\leqslant3$.

答案：$x\leqslant3$

13.在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为(a，3)，点 B 的坐标是(4，b)，若点 A 与点 B 关于原点 O 对称，则 ab=_____.

解析：直接利用关于原点对称点的性质得出 a，b 的值，进而得出答案.

∵点 A 的坐标为(a，3)，点 B 的坐标是(4，b)，点 A 与点 B 关于原点 O 对称，

∴a=-4，b=-3，

则 ab=12.

答案：12

14.在△ABC 中，∠C=90°，AB=10，且 AC=6，则这个三角形的内切圆半径为_____.

解析：∵∠C=90°，AB=10，AC=6，

∴$BC=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

∴这个三角形的内切圆半径$=\dfrac{6+8-10}{2}=2$.

答案：2

15.若 $2^x=5$，$2^y=3$，则 $2^{2x+y}=$_____.

解析：直接利用同底数幂的乘法运算法则以及幂的乘方运算法则将原式变形进而得出答案.

∵2x=5，2y=3，

∴$2^{2x+y}=(2^x)^2\times2^y=5^2\times3=75$.

答案：75

16.已知$\dfrac{3x-4}{(x-1)(x-2)}=\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{x-2}$，则实数 A=_____.

解析：$\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{x-2}=\dfrac{A(x-2)}{(x-1)(x-2)}+\dfrac{B(x-1)}{(x-1)(x-2)}=\dfrac{(A+B)x-(2A+B)}{(x-1)(x-2)}$，

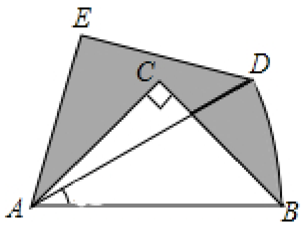
∵$\dfrac{3x-4}{(x-1)(x-2)}=\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{x-2}$，

∴$\begin{cases}A+B=3\\2A+B=4\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}A=1\\B=2\end{cases}$.

答案：1

17.如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，AC=BC=2，将 Rt△ABC 绕点 A 逆时针旋转 30°后得到 Rt△ADE，点 B 经过的路径为弧 BD，则图中阴影部分的面积为_____.



解析：∵∠ACB=90°，AC=BC=2，

∴ $AB=\sqrt{AC^{2}+BC^{2}}=2\sqrt{2}$，

∴ $S_{扇形ABD}=\dfrac{30\pi\times\left(2\sqrt{2}\right)^{2}}{360}=\dfrac{2\pi}{3}$.

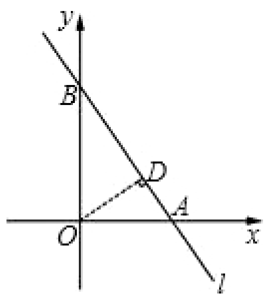
又∵Rt△ABC 绕 A 点逆时针旋转 30° 后得到 Rt△ADE，

∴Rt△ADE≌Rt△ACB，

∴$S_{阴影部分}=S_{\triangle ADE}+S_{扇形ABD}-S_{\triangle ABC}=S_{扇形ABD}=\dfrac{2\pi}{3}$.

答案：$\dfrac{2\pi}{3}$

18.已知直线 y=kx(k≠0)经过点(12，-5)，将直线向上平移 m(m＞0)个单位，若平移后得到的直线与半径为 6 的⊙O 相交(点 O 为坐标原点)，则 m 的取值范围为_____.



解析：把点(12，-5)代入直线 y=kx 得，

-5=12k，

∴$k=-\dfrac{5}{12}$；

由 $y=-\dfrac{5}{12}x$ 平移平移 m(m＞0)个单位后得到的直线 l 所对应的函数关系式为 $y=-\dfrac{5}{12}x+m$(m＞0)，

设直线 l 与 x 轴、y 轴分别交于点 A、B，(如下图所示)

当 x=0 时，y=m；当 y=0 时，$x=\dfrac{12}{5}m$，

∴A($\dfrac{12}{5}m$，0)，B(0，m)，

即 $OA=\dfrac{12}{5}m$，OB=m；

在 Rt△OAB 中，

$AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{\frac{144}{25}m^2+m^2}=\frac{13}{5}m$，

过点 O 作 OD⊥AB 于 D，

∵ $S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}OD\cdot AB=\frac{1}{2}OA\cdot OB$，

∴ $\frac{1}{2}OD\cdot\frac{13}{5}=\frac{1}{2}\times\frac{5}{12}$，

∵m＞0，解得 OD=$\frac{5}{12}$，

由直线与圆的位置关系可知 $\frac{5}{12}$m＜6，解得 m＜$\frac{72}{5}$.

答案：m＜$\frac{72}{5}$

三、解答题(本大题共 10 小题，共 66 分)

19.求值：$(-1)^{2018}+\left|1-\sqrt{2}\right|-\sqrt[3]{8}$.

解析：直接利用立方根的性质以及绝对值的性质分别化简得出答案.

答案：原式$=1+\sqrt{2}-1-2=\sqrt{2}-2$.

20.解方程：$\frac{x}{x+3}-\frac{1}{x}=1$.

解析：方程两边都乘以 x(x+3)得出方程 x-1+2x=2，求出方程的解，再代入 x(x+3)进行检验即可.

答案：两边都乘以 x(x+3)，得：x^2-(x+3)=x(x+3)，

解得：x=$-\frac{3}{4}$，

检验：当 x=$-\frac{3}{4}$时，x(x+3)=$-\frac{27}{16}$≠0，

所以分式方程的解为 x=$-\frac{3}{4}$.

21.已知：$x^2-y^2=12$，x+y=3，求 $2x^2-2xy$ 的值.

解析：先求出 x-y=4，进而求出 2x=7，而 $2x^2-2xy=2x(x-y)$，代入即可得出结论.

答案：∵$x^2-y^2=12$，

∴(x+y)(x-y)=12，

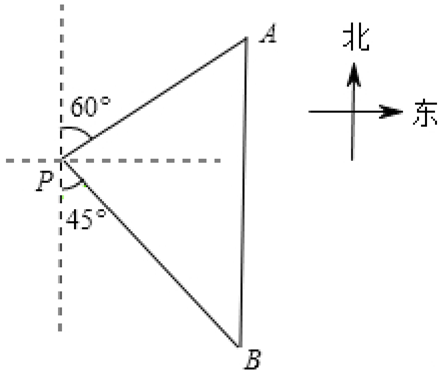
∵x+y=3①，

∴x-y=4②，

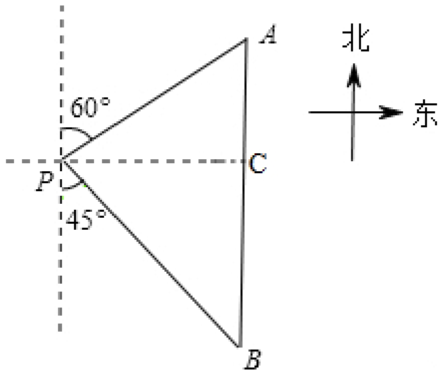
① +②得，2x=7，

∴$2x^2-2xy=2x(x-y)=7\times4=28$.

22.如图，一艘轮船位于灯塔 P 的北偏东 60° 方向，与灯塔 P 的距离为 80 海里的 A 处，它沿正南方向航行一段时间后，到达位于灯塔 P 的南偏东 45° 方向的 B 处，求此时轮船所在的 B 处与灯塔 P 的距离.(参考数据：$\sqrt{6}$ ≈2.449，结果保留整数)



解析：过点 P 作 PC⊥AB，则在 Rt△APC 中易得 PC 的长，再在直角△BPC 中求出 PB.
答案：作 PC⊥AB 于 C 点，



∴∠APC=30°，∠BPC=45° AP=80(海里).

在 Rt△APC 中，cos∠APC=$\frac{PC}{PA}$，

∴PC=PA•cos∠APC=40$\sqrt{3}$(海里).

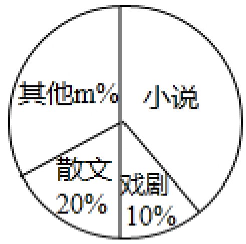
在 Rt△PCB 中，cos∠BPC=$\frac{PC}{PB}$，

$\therefore PB=\frac{PC}{\cos\angle BPC}=\frac{40\sqrt{3}}{\cos 45^\circ}=40\sqrt{6}\approx 98$ (海里).

答：此时轮船所在的 B 处与灯塔 P 的距离是 98 海里.

23.九年级一班开展了“读一本好书”的活动，班委会对学生阅读书籍的情况进行了问卷调查，问卷设置了“小说”“戏剧”“散文”“其他”四个选项，每位同学仅选一项，根据调查结果绘制了如下不定整的频数分布表和扇形统计图.

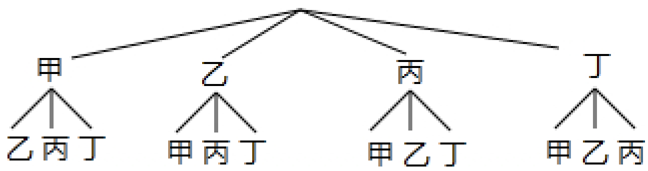
类别	频数（人数）	频率
小说	16	
戏剧	4	
散文	a	
其他	b	
合计		1



根据图表提供的信息，解答下列问题：

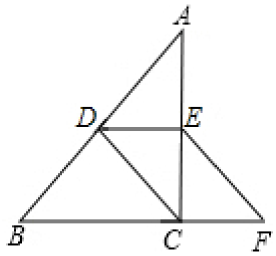
(1)直接写出 a，b，m 的值.
解析：(1)先根据戏剧的人数及其所占百分比可得总人数，再用总人数乘以散文的百分比求得其人数，根据各类别人数之和等于总人数求得其他类别的人数，最后用其他人数除以总人数求得 m 的值.
答案：(1)∵被调查的学生总人数为 4÷10%=40 人，
∴散文的人数 a=40×20%=8，其他的人数 b=40-(16+4+8)=12，
则其他人数所占百分比 m%=$\frac{12}{40}$×100%=30%，即 m=30.

(2)在调查问卷中，甲、乙、丙、丁四位同学选择了“戏剧”类，现从以上四位同学中任意选出 2 名同学参加学校的戏剧兴趣小组，请用列表法或画树状图的方法，求选取的 2 人恰好乙和丙的概率.
解析：(2)画树状图得出所有等可能的情况数，找出恰好是丙与乙的情况，即可确定出所求概率.
答案：(2)画树状图，如图所示：



所有等可能的情况有 12 种，其中恰好是丙与乙的情况有 2 种，
所以选取的 2 人恰好乙和丙的概率为$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

24.如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，D、E 分别是 AB、AC 的中点，连接 CD，过 E 作 EF∥DC 交 BC 的延长线于 F.



(1)证明：四边形CDEF是平行四边形.

解析：(1)由三角形中位线定理推知 ED∥FC，2DE=BC，然后结合已知条件“EF∥DC”，利用两组对边相互平行得到四边形DCFE为平行四边形.

答案：(1)证明：∵D、E分别是AB、AC的中点，F是BC延长线上的一点，

∴ED是Rt△ABC的中位线，

∴ED∥FC，BC=2DE，

又 EF∥DC，

∴四边形CDEF是平行四边形.

(2)若四边形CDEF的周长是25cm，AC的长为5cm，求线段AB的长度.

解析：(2)根据在直角三角形中，斜边上的中线等于斜边的一半得到AB=2DC，即可得出四边形DCFE的周长=AB+BC，故BC=25-AB，然后根据勾股定理即可求得；

答案：(2)∵四边形CDEF是平行四边形；

∴DC=EF，

∵DC是Rt△ABC斜边AB上的中线，

∴AB=2DC，

∴四边形DCFE的周长=AB+BC，

∵四边形DCFE的周长为25cm，AC的长5cm，

∴BC=25-AB，

∵在Rt△ABC中，∠ACB=90°，

∴$AB^2=BC^2+AC^2$，即$AB^2=(25-AB)^2+5^2$，

解得，AB=13cm.

25.某学校计划购买排球、篮球，已知购买1个排球与1个篮球的总费用为180元；3个排球与2个篮球的总费用为420元.

(1)求购买1个排球、1个篮球的费用分别是多少元？

解析：(1)根据购买1个排球与1个篮球的总费用为180元；3个排球与2个篮球的总费用为420元列出方程组，解方程组即可.

答案：(1)设每个排球的价格是x元，每个篮球的价格是y元，

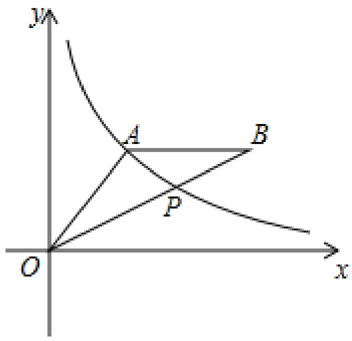
根据题意得：$\begin{cases} x+y=180 \\ 3x+2y=420 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=60 \\ y=120 \end{cases}$，

所以每个排球的价格是 60 元，每个篮球的价格是 120 元.

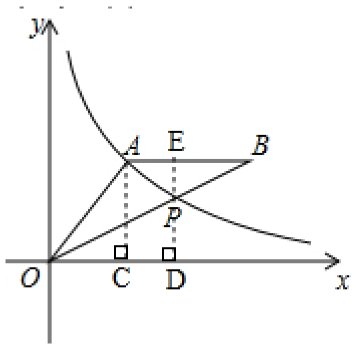
(2)若该学校计划购买此类排球和篮球共 60 个，并且篮球的数量不超过排球数量的 2 倍.求至少需要购买多少个排球？并求出购买排球、篮球总费用的最大值？
解析：(2)根据购买排球和篮球共 60 个，篮球的数量不超过排球数量的 2 倍列出不等式，解不等式即可.
答案：(2)设购买排球 m 个，则购买篮球(60-m)个.
根据题意得：60-m≤2m，
解得 m≥20，
又∵排球的单价小于蓝球的单价，
∴m=20 时，购买排球、篮球总费用的最大
购买排球、篮球总费用的最大值=20×60+40×120=6000 元.

26.如图，A(4，3)是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 在第一象限图象上一点，连接 OA，过 A 作 AB∥x 轴，截取 AB=OA(B 在 A 右侧)，连接 OB，交反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象于点 P.



(1)求反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的表达式.
解析：(1)将点 A 的坐标代入解析式求解可得.
答案：(1)将点 A(4，3)代入 $y=\frac{k}{x}$，得：k=12，
则反比例函数解析式为 $y=\frac{12}{x}$.

(2)求点 B 的坐标.
解析：(2)利用勾股定理求得 AB=OA=5，由 AB∥x 轴即可得点 B 的坐标.
答案：(2)如图，过点 A 作 AC⊥x 轴于点 C，



则 OC=4、AC=3，

$\therefore OA=\sqrt{4^2+3^2}=5$，

∵AB∥x 轴，且 AB=OA=5，
∴点 B 的坐标为(9，3).

(3)求△OAP 的面积.
解析：(3)先根据点 B 坐标得出 OB 所在直线解析式，从而求得直线与双曲线交点 P 的坐标，再利用割补法求解可得.
答案：(3)∵点 B 坐标为(9，3)，

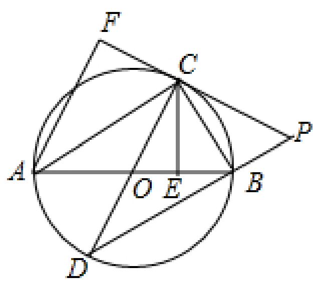
∴OB 所在直线解析式为 $y=\frac{1}{3}x$，

$\begin{cases} y=\frac{1}{3}x \\ y=\frac{12}{x} \end{cases}$，解得 $\begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-6 \\ y=-2 \end{cases}$

∵点 P 在第一象限，所以点 P 坐标为(6，2)，
过点 P 作 PD⊥x 轴，延长 DP 交 AB 于点 E，
则点 E 坐标为(6，3)，
∴AE=2、PE=1、PD=2，

则△OAP 的面积 $S_{\triangle OAP}=\frac{1}{2}\times(2+6)\times 3-\frac{1}{2}\times 6\times 2-\frac{1}{2}\times 2\times 1=5$.

27.如图，AB 是⊙O 的直径，点 E 为线段 OB 上一点(不与 O，B 重合)，作 EC⊥OB，交⊙O 于点 C，作直径 CD，过点 C 的切线交 DB 的延长线于点 P，作 AF⊥PC 于点 F，连接 CB.

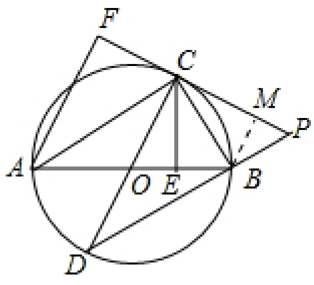


(1)求证：AC 平分∠FAB.

解析：(1)根据等角的余角相等证明即可.
答案：(1)证明：∵AB是直径，
∴∠ACB=90°，
∴∠BCP+∠ACF=90°，∠ACE+∠BCE=90°，
∵∠BCP=∠BCE，
∴∠ACF=∠ACE，即AC平分∠FAB.

(2)求证：BC^2=CE•CP.
解析：(2)只要证明△CBE∽△CPB，可得$\frac{CB}{CP}=\frac{CE}{CB}$解决问题.
答案：(2)证明：∵OC=OB，
∴∠OCB=∠OBC，
∵PF是⊙O的切线，CE⊥AB，
∴∠OCP=∠CEB=90°，
∴∠PCB+∠OCB=90°，∠BCE+∠OBC=90°，
∴∠BCE=∠BCP，
∵CD是直径，
∴∠CBD=∠CBP=90°，
∴△CBE∽△CPB，
∴$\frac{CB}{CP}=\frac{CE}{CB}$，
∴BC^2=CE•CP.

(3)当AB=$4\sqrt{3}$且$\frac{CF}{CP}=\frac{3}{4}$时，求劣弧$\overset{\frown}{BD}$的长度.
解析：(3)作BM⊥PF于M.则CE=CM=CF，设CE=CM=CF=3a，PC=4a，PM=a，利用相似三角形的性质求出BM，求出tan∠BCM的值即可解决问题.
答案：(3)作BM⊥PF于M.



则CE=CM=CF，设CE=CM=CF=3a，PC=4a，PM=a，
∵∠MCB+∠P=90°，∠P+∠PBM=90°，
∴∠MCB=∠PBM，
∵CD是直径，BM⊥PC，
∴∠CMB=∠BMP=90°，
∴△BMC∽△PMB，
∴$\frac{BM}{PM}=\frac{CM}{BM}$，
∴BM^2=CM•PM=$3a^2$，

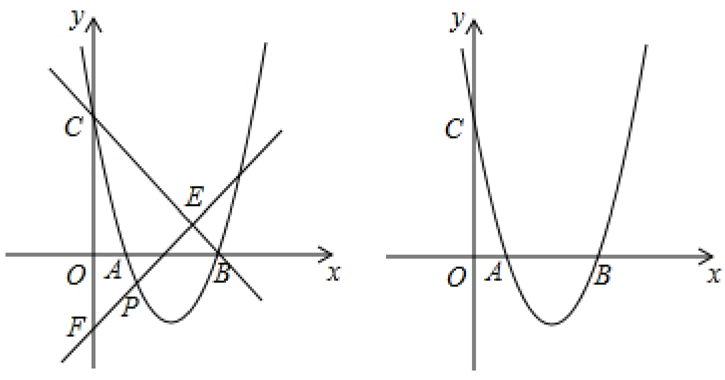
∴BM=$\sqrt{3}$a，

∴$\tan\angle BCM=\frac{BM}{CM}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴∠BCM=30°，
∴∠OCB=∠OBC=∠BOC=60°，∠BOD=120°

∴$\overset{\frown}{BD}$的长为$\frac{120 g\pi g2\sqrt{3}}{180}=\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$.

28.如图，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A、B 两点，B 点坐标为(4，0)，与 y 轴交于点 C(0，4).



备用图

(1)求抛物线的解析式.
解析：(1)利用待定系数法求抛物线的解析式.
答案：(1)把 B(4，0)，C(0，4)代入 $y=x^2+bx+c$，得

$\begin{cases}16+4b+c=0\\c=4\end{cases}$，解得$\begin{cases}b=-5\\c=4\end{cases}$，

∴抛物线的解析式为 $y=x^2-5x+4$.

(2)点 P 在 x 轴下方的抛物线上，过点 P 的直线 y=x+m 与直线 BC 交于点 E，与 y 轴交于点 F，求 PE+EF 的最大值.
解析：(2)易得 BC 的解析式为 y=-x+4，先证明△ECF 为等腰直角三角形，作 PH⊥y 轴于 H，PG∥y 轴交 BC 于 G，如图 1，则△EPG 为等腰直角三角形，PE=$\frac{\sqrt{2}}{2}$PG，设 P(t，t^2-4t+3)(1＜t＜3)，则 G(t，-t+3)，接着利用 t 表示 PF、PE，所以 PE+EF=2PE+PF=$-\sqrt{2t}^2+5\sqrt{2t}$，然后利用二次函数的性质解决问题.
答案：(2)易得 BC 的解析式为 y=-x+4，
∵直线 y=x+m 与直线 y=x 平行，

∴直线 y=-x+4 与直线 y=x+m 垂直，
∴∠CEF=90°，
∴△ECF 为等腰直角三角形，
作 PH⊥y 轴于 H，PG∥y 轴交 BC 于 G，如图 1，

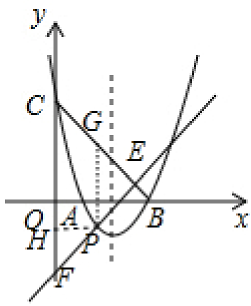


图1

△EPG 为等腰直角三角形，PE=$\frac{\sqrt{2}}{2}$PG，

设 P(t，t^2-5t+4)(1＜t＜4)，则 G(t，-t+4)，

∴ $PF=\sqrt{2}PH=\sqrt{2}t$，PG=-t+4-(t^2-5t+4)=-t^2+4t，

∴ $PE=\frac{\sqrt{2}}{2}PG=-\frac{\sqrt{2}}{2}t^2+2\sqrt{2}t$，

∴ $PE+EF=PE+PE+PF=2PE+PF$

$=-\sqrt{2}t^2+4\sqrt{2}t+\sqrt{2}t=-\sqrt{2}t^2+5\sqrt{2}t=-\sqrt{2}\left(t-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25\sqrt{2}}{4}$，

当 t=$\frac{5}{2}$时，PE+EF 的最大值为$\frac{25\sqrt{2}}{4}$.

(3)点 D 为抛物线对称轴上一点.
①当△BCD 是以 BC 为直角边的直角三角形时，直接写出点 D 的坐标.
②若△BCD 是锐角三角形，直接写出点 D 的纵坐标 n 的取值范围.
解析：(3)①如图 2，抛物线的对称轴为直线 x=-点 D 的纵坐标的取值范围.

②由于△BCD 是以 BC 为斜边的直角三角形有 4+$(y-3)^2$+1+y^2=18，解得 $y_1=\frac{4+\sqrt{31}}{2}$，

$y_2=\frac{4-\sqrt{31}}{2}$，得到此时 D 点坐标为($\frac{5}{2}$，$\frac{4+\sqrt{31}}{2}$)或($\frac{5}{2}$，$\frac{4-\sqrt{31}}{2}$)，然后结合图形可确定△BCD 是锐角三角形时点 D 的纵坐标的取值范围.

答案：(3)①如图 2，抛物线的对称轴为直线 x=$\frac{5}{2}$，

设 D($\frac{5}{2}$，y)，则 $BC^2=4^2+4^2=32$，$DC^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2+(y-4)^2$，$BD^2=\left(4-\frac{5}{2}\right)^2+y^2=\frac{9}{4}+y^2$，

当△BCD 是以 BC 为直角边，BD 为斜边的直角三角形时，$BC^2+DC^2=BD^2$，

即 $32+\left(\frac{5}{2}\right)^2+(y-4)^2=\frac{9}{4}+y^2$，解得 y=5，此时 D 点坐标为($\frac{5}{2}$，$\frac{13}{2}$)；

当△BCD 是以 BC 为直角边，CD 为斜边的直角三角形时，$BC^2+DB^2=DC^2$，

即 $32+\frac{9}{4}+y^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2+(y-4)^2$，解得 y=-1，此时 D 点坐标为($\frac{5}{2}$，$-\frac{3}{2}$)；

综上所述，符合条件的点 D 的坐标是($\frac{5}{2}$，$\frac{13}{2}$)或($\frac{5}{2}$，$-\frac{3}{2}$).

②当△BCD 是以 BC 为斜边的直角三角形时，$DC^2+DB^2=BC^2$，

即 $\left(\frac{5}{2}\right)^2+(y-4)^2+\frac{9}{4}+y^2=32$，解得 $y_1=\frac{4+\sqrt{31}}{2}$，$y_2=\frac{4-\sqrt{31}}{2}$，

此时 D 点坐标为($\frac{5}{2}$，$\frac{4+\sqrt{31}}{2}$)或($\frac{5}{2}$，$\frac{4-\sqrt{31}}{2}$)，

所以△BCD 是锐角三角形，点 D 的纵坐标的取值范围为 $\frac{4+\sqrt{31}}{2}$＜y＜$\frac{13}{2}$ 或 $-\frac{3}{2}$＜y＜$\frac{4-\sqrt{31}}{2}$.