2017年辽宁省抚顺市省重点高中协作校高考一模数学理

一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.若集合A={0，1}，B={y|y=2x，x∈A}，则($\eth_R$A)∩B=(　　)

A.{0}

B.{2}

C.{2，4}

D.{0，1，2}

解析：根据题意，由集合B={y|y=2x，x∈A}，结合A的元素可得集合B，分析可得($\eth_R$A)∩B中的元素为属于B不属于A的元素，即可得答案.

答案：B.

2.在等差数列{a_n}中，$a_3+a_6=11$，$a_5+a_8=39$，则公差d为(　　)

A.-14

B.-7

C.7

D.14

解析：利用等差数列的通项公式及其性质即可得出.

答案：C.

3.若函数$f(x)=3\cos(\omega x-\frac{\pi}{4})$($1<\omega<14$)的图象关于$x=\frac{\pi}{12}$对称，则ω等于(　　)

A.2

B.3

C.6

D.9

解析：由题意可得$\frac{\pi}{12}\omega-\frac{\pi}{4}=k\pi$，k∈Z，由此求得ω的值.

答案：B.

4.函数$f(x)=-|x|-\sqrt{x}+3$的零点所在区间为(　　)

A.(0，1)

B.(1，2)

C.(2，3)

D.(3，4)

解析：判断函数的单调性，利用函数的零点定理判断求解即可.

答案：B.

5.在△ABC中，A、B、C所对的边分别为a、b、c，若$b\cos A+a\cos B=c^2$，a=b=2，则△ABC的周长为(　　)

A.7.5

B.7

C.6

D.5

解析：由已知利用余弦定理可求 c 的值，进而可得周长的值.

答案：D.

6.设向量$\vec{a}$=(2tanα，tanβ)，向量$\vec{b}$=(4，-3)，且$\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$，则 tan(α+β)等于(　　)

A. $\frac{1}{7}$

B. $-\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $-\frac{1}{7}$

解析：利用两个向量坐标形式的运算法则，两角和的正切公式，求得 tan(α+β)的值.

答案：A.

7.当双曲线 M：$\frac{x^2}{m^2}-\frac{y^2}{2m+6}$=1(-2≤m<0)的焦距取得最小值时，双曲线 M 的渐近线方程为(　　)

A. y=±$\sqrt{2}$ x

B. y=±$\frac{\sqrt{2}}{2}$ x

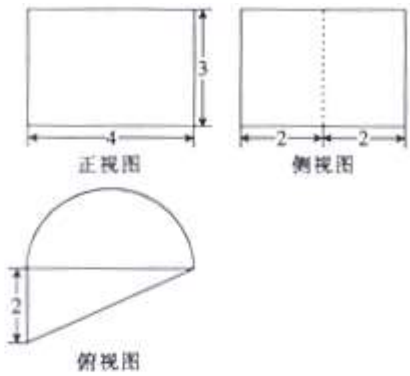
C. y=±2x

D. y=±$\frac{1}{2}$ x

解析：由题意可得 $c^2=m^2+2m+6=(m+1)^2+5$，可得 m=-1 取得最小值，由双曲线的渐近线方程，可得渐近线的斜率.

答案：C.

8.已知一几何体的三视图如图所示，俯视图由一个直角三角形与一个半圆组成，则该几何体的体积为(　　)



A. $6\pi+12$
B. $6\pi+24$
C. $12\pi+12$
D. $24\pi+12$
解析：由三视图可知几何体为半圆柱与直三棱柱的组合体，利用体积公式，即可得出结论.
答案：A.

9.设正数 x，y 满足$-1<x-y<2$，则 $z=x-2y$ 的取值范围为(　　)
A.(0，2)
B.(-∞，2)
C.(-2，2)
D.(2，+∞)
解析：由约束条件作出可行域，$z=x-2y$，化为直线方程的斜截式，求出 z 的范围得答案.
答案：B.

10.将函数 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位，再向上平移 1 个单位，得到 g(x)的图象.若 $g(x_1)g(x_2)=9$，且 x_1，$x_2\in[-2\pi，2\pi]$，则 $2x_1-x_2$的最大值为(　　)
A. $\frac{49\pi}{12}$
B. $\frac{35\pi}{6}$
C. $\frac{25\pi}{6}$
D. $\frac{17\pi}{6}$
解析：由已知可得 $g(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})+1$，若 $g(x_1)g(x_2)=9$，且 x_1，$x_2\in[-2\pi，2\pi]$，则 $g(x_1)=g(x_2)=3$，则 $2x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in Z$，结合 x_1，$x_2\in[-2\pi，2\pi]$，可得答案.
答案：A.

11.在某市记者招待会上，需要接受本市甲、乙两家电视台记者的提问，两家电视台均有记者 5 人，主持人需要从这 10 名记者中选出 4 名记者提问，且这 4 人中，既有甲电台记者，又有乙电视台记者，且甲电视台的记者不可以连续提问，则不同的提问方式的种数为(　　)

A.1200
B.2400
C.3000
D.3600

解析：由题意，甲电台记者选1名，乙电视台记者选3人，不同的提问方式的种数为$C_5^1C_5^3C_4^1A_3^3$=1200；甲电台记者选2名，乙电视台记者选2人，不同的提问方式的种数为$C_5^2C_5^2\left(A_2^2\cdot 2A_2^2+A_2^2A_2^2\right)$=1200，即可得出结论.

答案：B.

12.已知函数f(x)=2^x-5，g(x)=4x-x^2，给下列三个命题：
p_1：若x∈R，则f(x)f(-x)的最大值为16；
p_2：不等式f(x)＜g(x)的解集为集合{x|-1＜x＜3}的真子集；
p_3：当a＞0时，若∀x_1，x_2∈[a，a+2]，f(x_1)≥g(x_2)恒成立，则a≥3，
那么，这三个命题中所有的真命题是(　　)
A.p_1，p_2，p_3
B.p_2，p_3
C.p_1，p_2
D.p_1
解析：给出f(x)f(-x)的表达式，结合基本不等式，可判断p_1，在同一坐标系中作出函数f(x)=2^x-5，g(x)=4x-x^2的图象，数形结合，可判断p_2，p_3.
答案：A.

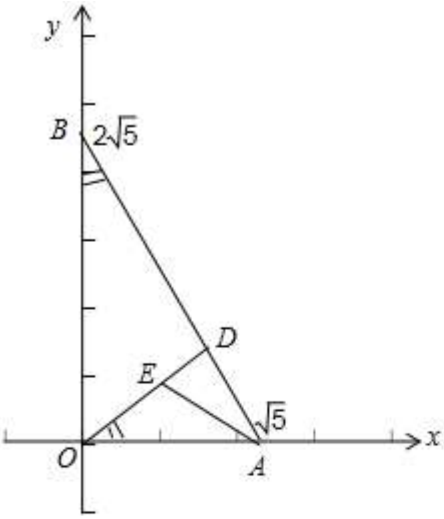
二、填空题(每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上)
13.sin63°cos18°+cos63°cos108°=_____.
解析：利用诱导公式，两角差的正弦函数公式，特殊角的三角函数值即可化简求值得解.
答案：$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

14.设函数f(x)=$\begin{cases}1+\log_6 x, & x\geq 4\\ f\left(x^2\right), & x<4\end{cases}$，则f(3)+f(4)=_____.
解析：先分别求出f(3)=f(9)=1+$\log_6 9$，f(4)=1+$\log_6 4$，由此能求出f(3)+f(4).
答案：4.

15.古代数学著作《九章算术》有如下问题：“今有女子善织，日自倍，五日织五尺，问日织几何？”意思是：“一女子善于织布，每天织的布都是前一天的2倍，已知她5天共织布5尺，问这女子每天分别织布多少？”根据上述的已知条件，可求得该女子前3天所织布的总尺数为_____.
解析：利用等比数列的求和公式即可得出.
答案：$\frac{35}{31}$.

16.在Rt△AOB中，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$=0，|$\overrightarrow{OA}$|=$\sqrt{5}$，|$\overrightarrow{OB}$|=2$\sqrt{5}$，AB边上的高线为OD，点E位于线段OD上，若$\overrightarrow{OE}\cdot\overrightarrow{EA}=\dfrac{3}{4}$，则向量$\overrightarrow{EA}$在向量$\overrightarrow{OD}$上的投影为_____.

解析：由题意可得∠AOB=$\dfrac{\pi}{2}$，建立如图所示的坐标系，利用三角形相似，求出AD的值，可得D、E的坐标，由$\overrightarrow{OE}\cdot\overrightarrow{EA}=\dfrac{3}{4}$，求得λ的值，可得向量$\overrightarrow{EA}$在向量$\overrightarrow{OD}$上的投影为ED=|$\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OE}$|的值.



答案：$\dfrac{1}{2}$或$\dfrac{3}{2}$.

三、解答题(本大题共5小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17.设函数f(x)=x+$\dfrac{1}{x}$+a为定义在(-∞，0)∪(0，+∞)上的奇函数.

(1)求实数a的值；

(2)判断函数f(x)在区间(a+1，+∞)上的单调性，并用定义法证明.

解析：(1)利用 f(x)=x+$\dfrac{1}{x}$+a 为定义在(-∞，0)∪(0，+∞)上的奇函数，f(-x)=-f(x)，即可求实数a的值；

(2)利用函数单调性的定义进行证明.

答案：(1)∵f(x)=x+$\dfrac{1}{x}$+a为定义在(-∞，0)∪(0，+∞)上的奇函数，

∴f(-x)=-f(x)，

∴-x-$\dfrac{1}{x}$+a=-(x+$\dfrac{1}{x}$+a)，∴a=0.

(2)函数f(x)在区间(1，+∞)上是增函数.

证明：设1＜x_1＜x_2，

则 $f(x_1)-f(x_2)=x_1-x_2+\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}=x_1-x_2-\frac{x_1-x_2}{x_1x_2}=(x_1-x_2)\frac{x_1x_2-1}{x_1x_2}$.

∵$1<x_1<x_2$，∴$x_1-x_2<0$，$\frac{x_1x_2-1}{x_1x_2}>0$，

∴$f(x_1)-f(x_2)<0$，即 $f(x_1)<f(x_2)$.
∴函数 $f(x)$在区间$(1，+\infty)$上是增函数.

18.在△ABC 中，a，b，c 分别为内角 A，B，C 的对边，C 为锐角且 asinA=bsinBsinC，$b=\sqrt{2}$a.
(1)求 C 的大小；
(2)求$\frac{c^2}{a^2}$的值.

解析：(1)由已知利用正弦定理可得：$a^2=b^2\sin C=2a^2\sin C$，可求 $\sin C=\frac{1}{2}$，结合 C 为锐角，可求 C 的值.

(2)由余弦定理即可解得$\frac{c^2}{a^2}$的值.

答案：(1)由已知，asinA=bsinBsinC，
利用正弦定理可得：$a^2=b^2\sin C=2a^2\sin C$，
由于：$\sin C=\frac{1}{2}$，C 为锐角，
解得：$C=\frac{\pi}{6}$.

(2)由余弦定理可得：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=3a^2-2a\times\sqrt{2}a\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3a^2-\sqrt{6}a^2$，

故解得：$\frac{c^2}{a^2}=3-\sqrt{6}$.

19.食品安全问题越来越引起人们的重视，农药、化肥的滥用对人民群众的建康带来一定的危害，为了给消费者带来放心的蔬菜，某农村合作社会每年投入 200 万元，搭建了甲、乙两个无公害蔬菜大棚，每个大棚至少要投入 20 万元，其中甲大棚种西红柿，乙大棚种黄瓜，根据以往的种菜经验，发现种西红柿的年收入 P、种黄瓜的年收入 Q 与投入 a(单位：万元)满足 $P=80+4\sqrt{2a}$，$Q=\frac{1}{4}a+120$，设甲大棚的投入为 x(单位：万元)，每年两个大棚的总收益为 f(x)(单位：万元).
(1)求 f(50)的值；
(2)试问如何安排甲、乙两个大棚的投入，才能使总收益 f(x)最大？

解析：(1)由甲大棚投入50万元，则乙大投棚入150万元，把a的值代入即可得出.

(2)$f(x)=80+4\sqrt{2x}+\frac{1}{4}(200-x)+120=-\frac{1}{4}x+4\sqrt{2x}+250$，依题意得$\begin{cases}x\geq 20\\200-x\geq 20\end{cases}\Rightarrow 20\leqslant x\leqslant 180$，通过换元利用二次函数的单调性即可得出.

答案：(1)∵甲大棚投入50万元，则乙大投棚入150万元，

∴$f(50)=80+4\sqrt{2\times 50}+\frac{1}{4}\times 150+120=277.5$万元.

(2)$f(x)=80+4\sqrt{2x}+\frac{1}{4}(200-x)+120=-\frac{1}{4}x+4\sqrt{2x}+250$，依题意得$\begin{cases}x\geq 20\\200-x\geq 20\end{cases}\Rightarrow 20\leqslant x\leqslant 180$，

故$f(x)=-\frac{1}{4}x+4\sqrt{2x}+250(20\leqslant x\leqslant 180)$.

令$t=\sqrt{x}\in[2\sqrt{5},6\sqrt{5}]$，则$f(x)=-\frac{1}{4}t^2+4\sqrt{2}t+250=-\frac{1}{4}(t-8\sqrt{2})^2+282$，

当$t=8\sqrt{2}$，即$x=128$时，$f(x)_{max}=282$万元.

所以投入甲大棚128万元，乙大棚72万元时，总收益最大，且最大收益为282万元.

20.已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=n^2+a_n-1$，且a_1，a_4是等比数列$\{b_n\}$的前两项，记b_n与b_{n+1}之间包含的数列$\{a_n\}$的项数为c_n，如b_1与b_2之间包含$\{a_n\}$中的项为a_2，a_3，则$c_1=2$.

(1)求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式;

(2)求数列$\{a_nc_n\}$的前n项和.

解析:(1)利用$a_n=S_n-S_{n-1}$，求出数列$\{a_n\}$的通项公式，利用且a_1，a_4是等比数列$\{b_n\}$的前两项，求出公比即可求解$\{b_n\}$的通项公式.

(2)化简通项公式，利用错位相减法求解数列的和即可.

答案：(1)由题意知，$S_n=n^2+a_n-1$，$S_{n-1}=(n-1)^2+a_{n-1}-1(n\geqslant 2)$，两式作差得$a_n=2n-1+a_n-a_{n-1}$，即$a_{n-1}=2n-1(n\geqslant 2)$

所以$a_n=2n+1$，则$a_1=3$，$a_4=9$，

所以$b_1=3$，$b_2=9$，$q=\frac{b_2}{b_1}=3$，所以$b_n=b_1\times q^{n-1}=3^n$.

(2)$b_n=3^n$，$b_{n+1}=3^{n+1}$，因为数列$\{a_n\}$是由连续的奇数组成的数列，而b_n和b_{n+1}都是奇数，所以b_n与b_{n+1}之间包含的奇数个数为$\frac{3^{n+1}-3^n}{2}-1=3^n-1$，所以$c_n=3^n-1$

$a_nc_n=(2n+1)(3^n-1)=(2n+1)3^n-(2n+1)$.设$\{(2n+1)3^n\}$的前n项和为$T_n$，

$T_n=3\times 3^1+5\times 3^2+\cdots+(2n+1)3^n$，①$3T_n=3\times 3^2+5\times 3^3+\cdots+(2n+1)3^{n+1}$，②

①---②，得$-2T_n=9+2\frac{9-3^{n+1}}{1-3}-(2n+1)3^{n+1}=-2n\cdot 3^{n+1}$，则$T_n=n\cdot 3^{n+1}$，

所以数列$\{a_nc_n\}$的前n项和为$T_n-S_n=n\cdot 3^{n+1}-n^2-2n$.

21. 已知函数 $f(x)=(kx+a)e^x$ 的极值点为-a-1，其中 k，a∈R，且 a≠0.

(1)若曲线 $y=f(x)$ 在点 A(0，a)处的切线 l 与直线 $y=|2a-2|x$ 平行，求 l 的方程；

(2)若∀a∈[1，2]，函数 f(x)在 $(b-e^a，2)$ 上为增函数，求证：$e^2-3\leq b<e^a+2$.

解析：(1)求出函数的导数，求出 k 的值，从而求出 a 的值，带入 a 的值，求出切线方程即可；

(2)问题转化为 $x\geq -a-1$ 对 $x\in(b-e^a，2)$ 恒成立，根据 $-a-1\leq b-e^a$，即 $b\geq e^a-a-1$ 对 a∈[1，2]恒成立，设 $g(a)=e^a-a-1$，a∈[1，2]，根据函数的单调性证明即可.

答案：(1)当 k=0 时，f(x)无极值，故 k≠0.

由 $f'(x)=(kx+a+k)e^x=0$，

得 $x=-\dfrac{a+k}{k}=-a-1$，

∴a+k=ak+k.

∵a≠0，∴k=1.

∵$f'(0)=a+1=|2a-2|$，∴a=3 或 $a=\dfrac{1}{3}$.

当 a=3 时，$f(x)=(x+3)e^x$，f(0)=3，

∴l 的方程为 y=4x+3.

当 $a=\dfrac{1}{3}$ 时，$f(x)=(x+\dfrac{1}{3})e^x$，$f(0)=\dfrac{1}{3}$，

∴l 的方程为 $y=\dfrac{4}{3}x+\dfrac{1}{3}$.

(2)证明：由题可知 $f'(x)=(x+a+1)e^x\geq 0$ 对 $x\in(b-e^a，2)$ 恒成立，

∵$e^x>0$，∴$x+a+1\geq 0$，即 $x\geq -a-1$ 对 $x\in(b-e^a，2)$ 恒成立，

∴$-a-1\leq b-e^a$，即 $b\geq e^a-a-1$ 对 a∈[1，2]恒成立.

设 $g(a)=e^a-a-1$，a∈[1，2]，则 $g'(a)=e^a-1>0$，

∴g(a)在[1，2]上递增，∴$g(a)_{max}=g(2)=e^2-3$，∴$b\geq e^2-3$.

又$(b-e^a<2$，∴$e^2-3\leq b<e^a+2$.

请考生在 22、23 两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22. 在直角坐标系 xOy 中，以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立坐标系，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=t\\y=at\end{cases}$，(t 为参数)，曲线 C_1 的方程为 $\rho(\rho-4\sin\theta)=12$，定点 A(6，0)，点 P 是曲线 C_1 上的动点，Q 为 AP 的中点.

(1)求点 Q 的轨迹 C_2 的直角坐标方程；

(2)直线 l 与直线 C_2 交于 M，N 两点，若 $|MN|\geq 2\sqrt{3}$，求实数 a 的取值范围.

解析：(1)首先，将曲线 C_1 化为直角坐标方程，然后，根据中点坐标公式，建立关系，从而确定点 Q 的轨迹 C_2 的直角坐标方程；

(2)首先，将直线方程化为普通方程，然后，运用点到直线的距离公式和弦长公式，解不等式即可得到取值范围.

答案：(1)根据题意，由 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，$x^2+y^2=\rho^2$，

曲线 C_1 的极坐标方程 $\rho(\rho-4\sin\theta)=12$，

可得曲线 C_1 的直角坐标方程为：$x^2+y^2-4y=12$，

设点 $P(x', y')$，$Q(x, y)$，

根据中点坐标公式，得 $\begin{cases} x'=2x-6 \\ y'=2y \end{cases}$，代入 $x^2+y^2-4y=12$，

得点 Q 的轨迹 C_2 的直角坐标方程为：$(x-3)^2+(y-1)^2=4$；

(2)直线 l 的普通方程为：$y=ax$，

设圆心到直线的距离为 d，

由弦长公式可得，$|MN|=2\sqrt{2^2-d^2}\geqslant 2\sqrt{3}$，

可得圆心(3，1)到直线的距离为 $d=\dfrac{|3a-1|}{\sqrt{a^2+1}}\le\sqrt{2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}$，

即为 $4a^2-3a\leqslant 0$，

解得实数 a 的取值范围为：$[0, \dfrac{3}{4}]$.

[选修 4-5：不等式选讲]

23.已知函数 $f(x)=|2x-1|+|2x-3|$，$x\in R$.

(1)解不等式 $f(x)\leqslant 5$；

(2)若不等式 $m^2-m<f(x)$，$\forall x\in R$ 都成立，求实数 m 的取值范围.

解析：(1)原不等式等价于 $\begin{cases} x<\dfrac{1}{2} \\ 4-4x\le 5 \end{cases}$ ①，或 $\begin{cases} \dfrac{1}{2}\le x\le\dfrac{3}{2} \\ 2\le 5 \end{cases}$ ②，或 $\begin{cases} x>\dfrac{3}{2} \\ 4x-4\le 5 \end{cases}$ ③.分别求得①、②、③的解集，再取并集，即得所求.

(2)利用绝对值三角不等式求得 f(x)的最小值为 2，可得 $m^2-m<2$，由此解得实数 m 的取值范围.

答案：(1)原不等式等价于 $\begin{cases} x<\dfrac{1}{2} \\ 4-4x\le 5 \end{cases}$ ①，或 $\begin{cases} \dfrac{1}{2}\le x\le\dfrac{3}{2} \\ 2\le 5 \end{cases}$ ②，或 $\begin{cases} x>\dfrac{3}{2} \\ 4x-4\le 5 \end{cases}$ ③.

解①求得 $-\dfrac{1}{4}\leqslant x<\dfrac{1}{2}$，解②求得 $\dfrac{1}{2}\leqslant x\leqslant\dfrac{3}{2}$，解③求得 $\dfrac{3}{2}<x\leqslant\dfrac{9}{4}$，

因此不等式的解集为 $[-\dfrac{1}{4}, \dfrac{9}{4}]$.

(2)∵ $f(x)=|2x-1|+|2x-3|\geqslant|2x-1-(2x-3)|=2$，

∴ $m^2-m<2$，解得 $-1<m<2$，

即实数 m 的取值范围为 $(-1, 2)$.