2005 年天津市高级中等学校招生考试数学试卷

本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分. 第Ⅰ卷第 1 页至第二页， 第Ⅱ卷第 3 页至第 10 页试卷满分 120 分，考试时间 100 分钟.

第Ⅰ卷（选择题 共 30 分）

一、 **选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分. 在每小题给出的 4 个选项中，只有 1 项是符合题目要求的.**

(1) tan45° 的值等于

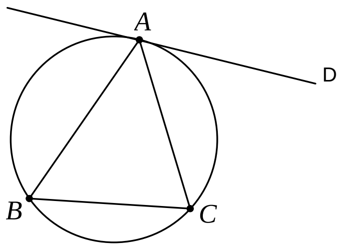
(A) $\frac{1}{2}$ （B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1

(2) 不等式组 $\begin{cases} 2x+7>3x-1 \\ x-2\geq 0 \end{cases}$ 的解集为

（A）2＜x＜8 (B) 2≤x＜8

(C) x＜8 (D) x≥2

(3) 如图，直线 AD 与△ABC 的外接圆相切于点 A，若∠B＝60°，则∠CAD 等于



（A）30°

(B)60°

(C)90°

(D)120°

(4) 下列命题中的真命题是

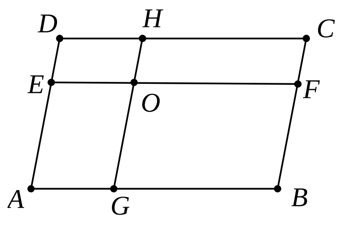
（A）关于中心对称的两个图形全等

(B) 全等的两个图形是中心对称图形

(C) 中心对称图形都是轴对称图形

(D) 轴对称图形都是中心对称图形

(5) 如图，在▱ABCD 中，EF//AB，GH//AD，EF 与 GH 交于点 O，则该图中的平行四边形的个数共有



（A）7 个 （B）8 个

（C）9 个 （D）11 个

(6) 已知甲、乙两组数据的平均数相等，若甲组数据的方差 $s^2_{甲}$＝0.055，乙组数据的方差 $s^2_{乙}$＝0.105，则

（A）甲组数据比乙组数据波动大 （B）乙组数据比甲组数据波动大

（C）甲组数据与乙组数据的波动一样大 （D）甲、乙两组数据的数据波动不能比较

(7) 如果限定用一种正多边形镶嵌，在下面的正多边形中，不能镶嵌成一个平面的是

（A）正三角形　　　　　　　　　　(B)正方形

(C)正五边形　　　　　　　　　　(D) 正六边形

(8) 在四边形 ABCD 中，O 是对角线的交点，能判定这个四边形是正方形的条件是

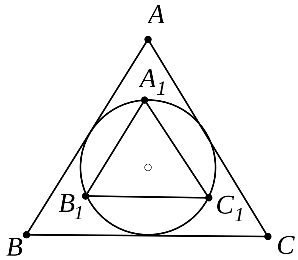
（A）$AC=BD$，$AB \overset{//}{=} CD$

(B) AD//BC，∠A＝∠C

(C) AO＝BO＝CO＝DO，AC⊥BD

(D)AO＝CO，BO＝DO，AB＝BC

(9) 如图，若正△$A_1B_1C_1$ 内接于正△ABC 的内切圆，则 $\dfrac{A_1B_1}{AB}$ 的值为



(A)$\dfrac{1}{2}$　　　　（B）$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(C) $\dfrac{1}{3}$　　　　（D）$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(10) 若关于 x 的一元二次方程 $2x^2-2x+3m-1=0$ 的两个实数根 x_1，x_2，且 $x_1 \cdot x_2 > x_1+x_2-4$，则实数 m 的取值范围是

（A）$m>-\dfrac{5}{3}$　　　　(B) $m \leq \dfrac{1}{2}$

(C) $m<-\dfrac{5}{3}$　　　　(D) $-\dfrac{5}{3}<m \leq \dfrac{1}{2}$

2005 年天津市高级中等学校招生考试数学试卷

第Ⅱ卷 (非选择题 共 90 分)

注意事项:

1．答第Ⅱ卷时，考生务必将密封线内的项目和试卷第三页右上角的“座位号”填写清楚.

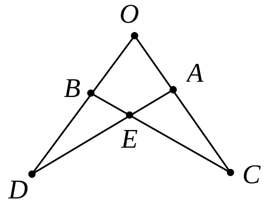
2．第Ⅱ卷共 8 页，用蓝、黑色墨水的钢笔或圆珠笔直接答在试卷上.

题 号	二	三								总 分
		（19）	（20）	（21）	（22）	（23）	（24）	（25）	（26）	
分数										

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分. 请将答案直接填在题中横线上.

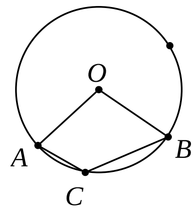
（11）已知|x|＝4，|y|＝$\dfrac{1}{2}$，且 xy＜0，则 $\dfrac{x}{y}$ 的值等于____________.

（12）若 a＝$\frac{2}{3}$，$\frac{a^2-2a-3}{a^2-7a+12}$ 的值等于________.



(13) 如图，OA＝OB，OC＝OD，∠O＝60°，∠C＝25°，则∠BED 等于___________（度）

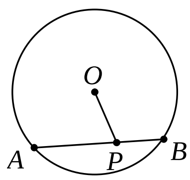
(14) 如图，已知圆心角∠AOB 的度数为 100°，则圆周角∠ACB 等于____________（度）



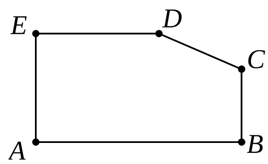
(15) 已知一组数据：－2，－2，3，－2，x，－1，若这组数据的平均数是 0.5，则这组数据的中位数是______________

(16) 若正比例函数 y ＝kx 与 y＝2x 的图象关于 x 轴对称，则 k 的等于___________

(17) 如图，已知 AB 是⊙O 的弦，P 是 AB 上一点，若 AB＝10cm，PB＝4cm，OP＝5cm，则⊙O 的半径等于______________cm



（18）如图，已知五边形 ABCDE 中，AB//ED，∠A＝∠B＝90°，则可以将该五边形 ABCDE 分成面积相等的两部分的直线有__________条，满足条件的直线可以这样趋确定：



____

____

____

____

____

三、解答题：本大题共 8 小题，共 66 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

（19）（**本小题 6 分**）

解方程组 $\begin{cases} x+y=7, \\ xy=12. \end{cases}$

（20）（**本小题 8 分**）

已知关于 x 的一次函数 y＝kx＋1 和反比例函数 y＝$\dfrac{6}{x}$ 的图象都经过点（2，m）。

（Ⅰ）求一次函数的解析式；
（Ⅱ）求这两个函数图象的另一个交点的坐标。

得分	评卷人

（21）（**本小题 8 分**）

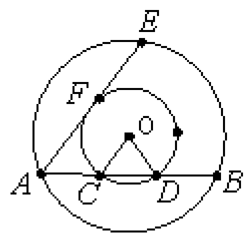
已知抛物线 $y=\dfrac{1}{2}x^2+x-\dfrac{5}{2}$.

（Ⅰ）用配方法求出它的顶点坐标和对称轴；
（Ⅱ）若抛物线与 x 轴的两个交点为 A、B，求线段 AB 的长.

（22）（**.本小题 8 分**）

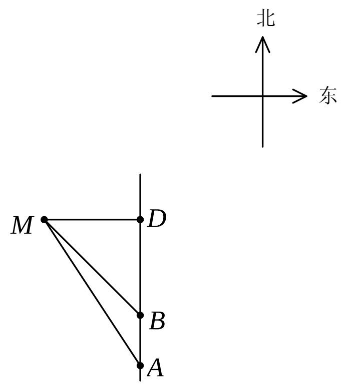
如图，在以 O 为圆心的两个同心圆中，小圆的半径长为 2，大圆的弦 AB 与小圆交于点 C、D，且∠COD＝60°。

（Ⅰ）求大圆半径的长；
（Ⅱ）若大圆的弦 AE 与小圆切于点 F，求 AE 的长.



（23）（本小题 8 分）

如图，一艘货轮向正北方向航行，在点 A 处测得灯塔 M 在北偏西 30°，货轮以每小时 20 海里的速度航行，1 小时后到达 B 处，测得灯塔 M 在北偏西 45°，问该货轮到达灯塔正东方向 D 处时，货轮与灯塔 M 的距离是多少？（精确到 0.1 海里，$\sqrt{3}\approx1.732$）



（24）（本小题 8 分）

注意：为了使同学们更好地解答本题，我们提供了一种解题思路，你可以依照这个思路按下面的要求填空，完成本题的解答；也可以选用其他的解题方案，此时不必填空，，只需按照解答题的一般要求，进行解答。

李明计划在一定日期内读完 200 页的一本书，读了 5 天后改变了计划，每天多读 5 页，结果提前一天读完，求他原计划平均每天读几页书。

解题方案

设李明原计划平均每天读书 x 页，

用含 x 的代数式表示：

（Ⅰ）李明原计划读完这本书需用______________天；

（Ⅱ）改变计划时，已读了______________页，还剩______________页；

（Ⅲ）读了 5 天后，每天多读 5 页，读完剩余部分还需________________天；

（Ⅳ）根据问题中的相等关系，列出相应方程__________________________________;

（Ⅴ）李明原计划平均每天读书___________页（用数字作答）

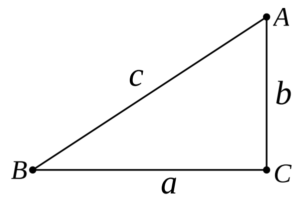
得分	评卷人

（25）（本小题 10 分）

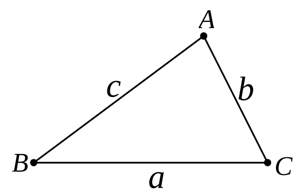
在△ABC 中，∠A、∠B、∠C 所对的边分别用 a、b、c 表示。

（Ⅰ）如图，在△ABC 中，∠A＝2∠B，且∠A＝60°。

求证：a^2＝b（b＋c）



（Ⅱ）如果一个三角形的一个内角等于另一个内角的 2 倍，我们称这样的三角形为“倍角三角形”。本题第一问中的三角形是一个特殊的倍角三角形，那么对于任意的倍角三角形 ABC，其中∠A＝2∠B，关系式 a^2＝b（b＋c）是否仍然成了？并证明你的结论；



（Ⅲ）试求出一个倍角三角形的三条边的长，使这三条边长恰为三个连续的正整数。

(26) (本小题 10 分)

已知二次函数 y＝ax^2＋bx＋c.

（Ⅰ）若 a＝2，c＝－3，且二次函数的图象经过点（－1，－2），求 b 的值

（Ⅱ）若 a＝2，b＋c＝－2，b＞c，且二次函数的图象经过点（p，－2），求证：b ≥0;

（Ⅲ）若 a＋b＋c＝0，a＞b＞c，且二次函数的图象经过点（q，－a），试问自变量 x＝q＋4 时，二次函数 y＝ax^2＋bx＋c 所对应的函数值 y 是否大于 0？并证明你的结论。

2005年天津市高级中等学校招生考试

数学试题参考答案及评分标准

选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.

(1)D	(2)B	(3)B	(4)A	(5)C
(6)B	(7)C	(8)C	(9)A	(10)D

填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.

(11) -8　　　　(12) $-\frac{1}{2}$

(13) 70°　　　　(14) 130°

(15) $-\frac{3}{2}$　　　　(16) -2

(17) 7

(18)无数．例如，过点 C 作与 AB 平行的直线将该五边形分割为一个矩形和一个梯形，经过梯形中位线的中点及矩形对角线的交点的直线可将该五边形的面积均分；设该直线与边 DE、AB 的交点分别为 P、Q，线段 PQ 的中点为 O，则经过点 O 且与边 DE、AB 相交的任意一条直线均可将该五边形的面积均分.

解答题：本大题共 8 小题．共 66 分.

(19)本小题满分 6 分.

解法一 $\begin{cases} x+y=7, & ① \\ xy=12. & ② \end{cases}$

由①，得　$y=7-x$，　③

把③代入②，整理后得　$x^2-7x+12=0$.

解这个方程，得　$x_1=3, x_2=4$.

把 $x_1=3$ 代入③，得　$y_1=4$；

把 $x_2=4$ 代入③，得　$y_2=3$.

∴ 原方程组的解是 $\begin{cases} x_1=3, \\ y_1=4; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=4, \\ y_2=3. \end{cases}$ ………………6 分

解法二 原方程组的 x、y 可以看作一元二次方程 $z^2-7z+12=0$ 的两个根.

解得　$z=3$ 或 $z=4$.

∴ 原方程组的解是 $\begin{cases} x_1=3, \\ y_1=4; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=4, \\ y_2=3. \end{cases}$ ………………6 分

(20)本小题满分 8 分.

解 (Ⅰ)∵ 反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象经过点 $(2,m)$，

$\therefore\quad m=\frac{6}{2}=3.$

又点(2,3)在一次函数 $y=kx+1$ 的图象上，

$\therefore\quad 3=2k+1.$

$\therefore\quad k=1.$

故所求的一次函数的解析式为 $y=x+1$. ………………5 分

(Ⅱ)建立方程组 $\begin{cases}y=x+1,\\ y=\dfrac{6}{x}.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=2,\\ y=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-3,\\ y=-2.\end{cases}$

故这两个函数图象的另一个交点的坐标为(−3,−2). ………………8 分

(21)本小题满分 8 分.

解 (Ⅰ)$y=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{5}{2}$

$=\frac{1}{2}(x^2+2x+1)-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}$

$=\frac{1}{2}(x+1)^2-3.$

∴ 该抛物线的顶点坐标为(−1,−3)，

对称轴是直线 $x=-1$. ………………4 分

(Ⅱ)设方程 $\frac{1}{2}x^2+x-\frac{5}{2}=0$ 的两个根为 x_1、x_2，

则 $x_1+x_2=-2$，$x_1\cdot x_2=-5$.

$\therefore\quad |x_1-x_2|^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2$

$=4+20=24.$

$\therefore\quad |AB|=|x_1-x_2|=2\sqrt{6}.$ ………………8 分

(22)本小题满分 8 分.

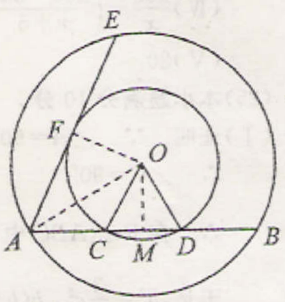
解 (Ⅰ)如图，在小圆中，∵ $CO=DO$，$\angle COD=60°$，

∴ $\triangle COD$ 为等边三角形.

取 CD 的中点 M，连结 OM，则 $OM\perp CD$.

∵ $CO=2$，

$\therefore\quad OM=\frac{\sqrt{3}}{2}CO=\sqrt{3}.$



连结 AO. 在 Rt$\triangle AOM$ 中，$AM=\frac{3}{2}CD=3$.

$\therefore\quad AO=\sqrt{OM^2+AM^2}=\sqrt{3+9}=2\sqrt{3}.$

即大圆半径的长为 $2\sqrt{3}$. ………………4 分

（Ⅱ）连结 OF. ∵ AE 为小圆的切线，且切点为 F，

∴ $OF \perp AE$.

又∵ AE 为大圆的弦，

∴ $AE=2AF$.

由切割线定理，有 $AF^2=AC\cdot AD$，

∵ $AC=CD=2, AD=2CD$，

∴ $AF=2\sqrt{2}$.

∴ $AE=2AF=4\sqrt{2}$. ………………8 分

(23)本小题满分 8 分.

解 由已知，得

$AB=20$ 海里，$\angle A=30°$，$\angle DBM=45°$，$MD\perp AD$， ………………4 分

于是，在 $Rt\triangle BDM$ 中，得 $BD=MD$.

在 $Rt\triangle ADM$ 中，得 $MD=AD\cdot \tan A$.

而 $AD=AB+BD=20+BD=20+MD$，

∴ $MD=(20+MD)\cdot\tan 30°$，即 $MD=(20+MD)\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴ $MD=\frac{20}{\sqrt{3}-1}=10(\sqrt{3}+1)$

≈ 27.3（海里）

答：货轮到达灯塔正东方向的 D 处时，货轮与灯塔的距离约为 27.3 海里. ………………8 分

(24)本小题满分 8 分.

解 （Ⅰ）$\frac{200}{x}$；

（Ⅱ）$5x$，$200-5x$；

（Ⅲ）$\frac{200-5x}{x+5}$；

（Ⅳ）$\frac{200}{x}-\left(\frac{200-5x}{x+5}+5\right)=1$；

（Ⅴ）20. ………………8 分

(25)本小题满分 10 分.

（Ⅰ）证明 ∵ $\angle A=60°$，$\angle A=2\angle B$，

∴ $\angle C=90°$.

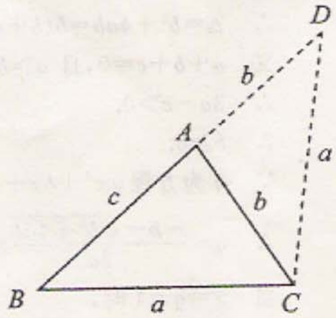
∴ 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$b=\frac{1}{2}c$，$a=\frac{\sqrt{3}}{2}c$，

于是，$a^2=\frac{3}{4}c^2$，$b(b+c)=\frac{1}{2}c\left(\frac{1}{2}c+c\right)=\frac{3}{4}c^2$. ………………4 分

∴ $a^2=b(b+c)$.

Ⅱ)关系式 $a^2=b(b+c)$ 仍然成立．

证明　如图，延长 BA 至点 D，使 $AD=AC=b$.



连结 CD，

则△ACD 为等腰三角形．

∵　$\angle BAC$ 为△ACD 的一个外角，

∴　$\angle BAC=2\angle D$.

由已知，$\angle BAC=2\angle B$，

∴　$\angle B=\angle D$.

∴　△CBD 为等腰三角形．

又　$\angle D$ 为△ACD 与△CBD 的一个公共角，

于是　$\triangle ACD\backsim\triangle CBD$.

∴　$\dfrac{AD}{CD}=\dfrac{CD}{BD}$. 即 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{a}{b+c}$.

∴　$a^2=b(b+c)$.　　　　………………8分

(Ⅲ)若△ABC 是倍角三角形，由 $\angle A=2\angle B$，应有 $a^2=b(b+c)$，且 $a>b$.

当　$a>c>b$ 时，设 $a=n+1, c=n, b=n-1$，(n 为大于 1 的正整数)

代入 $a^2=b(b+c)$，得 $(n+1)^2=(n-1)\cdot(2n-1)$，解得 $n=5$，

有　$a=6, b=4, c=5$，可以证明这个三角形中，$\angle A=2\angle B$.

当　$c>a>b$ 及 $a>b>c$ 时，

均不存在三条边长恰为三个连续正整数的倍角三角形．

∴　边长为 4，5，6 的三角形为所求．　　　　………………10分

(26)本小题满分 10 分．

(Ⅰ)当 $a=2, c=-3$ 时，二次函数为 $y=2x^2+bx-3$，

∵　该函数的图象经过点 $(-1,-2)$，

∴　$-2=2\times(-1)^2+b\times(-1)-3$.

解得　$b=1$.　　　　………………2分

(Ⅱ)当 $a=2, b+c=-2$ 时，二次函数为 $y=2x^2+bx-b-2$.

∵　该函数的图象经过点 $(p,-2)$，

∴　$-2=2p^2+bp-b-2$，即 $2p^2+bp-b=0$.

于是，p 为方程 $2x^2+bx-b=0$ 的根，

∴　判别式 $\Delta=b^2+8b=b(b+8)\geqslant0$.

又∵　$b+c=-2, b>c$，

∴　$b>-b-2$，即 $b>-1$，有 $b+8>0$.

∴　$b\geqslant0$.　　　　………………5分

(Ⅲ)∵　二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 $(q,-a)$，

∴　$aq^2+bq+c+a=0$.

∴　q 为方程 $ax^2+bx+c+a=0$ 的根，

于是，判别式 $\Delta=b^2-4a(a+c)\geqslant0$，

又∵ $a+b+c=0$，

∴ $\Delta=b^2+4ab=b(b+4a)=b(3a-c)\geqslant 0$.

又 $a+b+c=0$，且 $a>b>c$，知 $a>0$，$c<0$，

∴ $3a-c>0$.

∴ $b\geqslant 0$.

∵ q 为方程 $ax^2+bx+c+a=0$ 的根，

∴ $q=\dfrac{-b-\sqrt{b^2+4ab}}{2a}$ 或 $q=\dfrac{-b+\sqrt{b^2+4ab}}{2a}$.

当 $x=q+4$ 时，

$y=a(q+4)^2+b(q+4)+c$

$=aq^2+8aq+16a+bq+4b+c$

$=(aq^2+bq+c+a)+8aq+15a+4b$

$=8aq+15a+4b$.

若 $q=\dfrac{-b-\sqrt{b^2+4ab}}{2a}$，则

$y=8a\cdot\dfrac{-b-\sqrt{b^2+4ab}}{2a}+15a+4b=15a-4\sqrt{b^2+4ab}$.

∵ $a>b\geqslant 0$，

∴ $b^2+4ab<a^2+4a\cdot a=5a^2$，

$\sqrt{b^2+4ab}<\sqrt{5}a$.

$-4\sqrt{b^2+4ab}>-4\sqrt{5}a$.

∴ $y>15a-4\sqrt{5}a=(15-4\sqrt{5})a>0$.

若 $q=\dfrac{-b+\sqrt{b^2+4ab}}{2a}$，则

$y=8a\cdot\dfrac{-b+\sqrt{b^2+4ab}}{2a}+15a+4b=15a+4\sqrt{b^2+4ab}>0$.

∴ 当 $x=q+4$ 时，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 所对应的函数值 y 大于 0.

………………10 分