2018年四川省达州市中考真题数学

一、单项选择题：(每题3分，共30分)

1. 2018的相反数是(　　)

A.2018

B.-2018

C.$\frac{1}{2018}$

D.$-\frac{1}{2018}$

解析：根据相反数的概念：只有符号不同的两个数叫做互为相反数可得答案.

答案：B.

2.二次根式$\sqrt{2x+4}$中的x的取值范围是(　　)

A.x＜-2

B.x≤-2

C.x＞-2

D.x≥-2

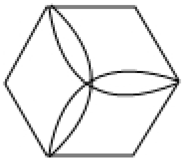
解析：由题意，得

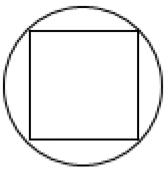
2x+4≥0，

解得x≥-2.

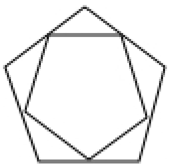
答案：D.

3.下列图形中是中心对称图形的是(　　)

A.

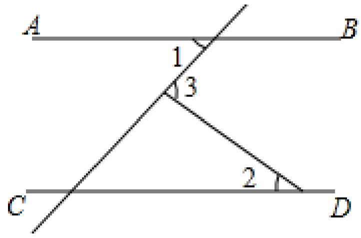
B.

C.

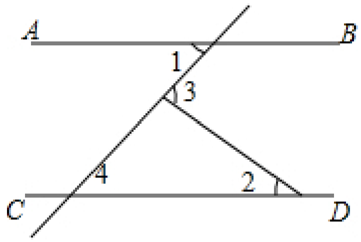
D.

解析：A、不是中心对称图形，故此选项错误；
B、是中心对称图形，故此选项正确；
C、不是中心对称图形，故此选项错误；
D、不是中心对称图形，故此选项错误.
答案：B.

4.如图，AB∥CD，∠1=45°，∠3=80°，则∠2 的度数为(　　)



A.30°
B.35°
C.40°
D.45°
解析：如图：



∵AB∥CD，∠1=45°，
∴∠4=∠1=45°，
∵∠3=80°，
∴∠2=∠3-∠4=80°-45°=35°.
答案：B.

5.下列说法正确的是(　　)
A.“打开电视机，正在播放《达州新闻》”是必然事件
B.天气预报“明天降水概率 50%，是指明天有一半的时间会下雨”
C.甲、乙两人在相同的条件下各射击 10 次，他们成绩的平均数相同，方差分别是 S^2=0.3，S^2=0.4，则甲的成绩更稳定
D.数据 6，6，7，7，8 的中位数与众数均为 7
解析：A、打开电视机，正在播放《达州新闻》”是随机事件，故此选项错误；
B、天气预报“明天降水概率 50%，是指明天有 50%下雨的可能，故此选项错误；
C、甲、乙两人在相同的条件下各射击 10 次，他们成绩的平均数相同，方差分别是 S^2=0.3，S^2=0.4，则甲的成绩更稳定，正确；
D、数据 6，6，7，7，8 的中位数为 7，众数为：6 和 7，故此选项错误.
答案：C.

6.平面直角坐标系中，点 P 的坐标为(m，n)，则向量$\overrightarrow{OP}$ 可以用点 P 的坐标表示为$\overrightarrow{OP}$ =(m， n)；已知$\overrightarrow{OA_1}$=(x_1，y_1)，$\overrightarrow{OA_2}$=(x_2，y_2)，若$x_1x_2+y_1y_2=0$，则$\overrightarrow{OA_1}$与$\overrightarrow{OA_2}$互相垂直.

下面四组向量：①$\overrightarrow{OB_1}$=(3，-9)，$\overrightarrow{OB_2}$=(1，$-\frac{1}{3}$)；

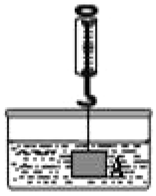
②$\overrightarrow{OC_1}$=(2，π^0)，$\overrightarrow{OC_2}$=(2^{-1}，-1)；

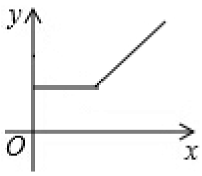
③$\overrightarrow{OD_1}$=(cos30°，tan45°)，$\overrightarrow{OD_2}$=(sin30°，tan45°)；

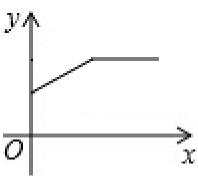
④$\overrightarrow{OE_1}$=($\sqrt{5}$+2，$\sqrt{2}$)，$\overrightarrow{OE_2}$=($\sqrt{5}$-2，$\frac{\sqrt{2}}{2}$).

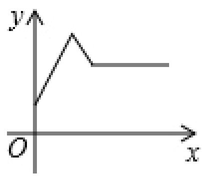
其中互相垂直的组有(　　)
A.1组
B.2组
C.3组
D.4组
解析：根据两个向量垂直的判定方法一一判断即可.
答案：A.

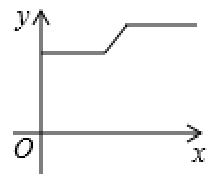
7.如图，在物理课上，老师将挂在弹簧测力计下端的铁块浸没于水中，然后缓慢匀速向上提起，直至铁块完全露出水面一定高度，则下图能反映弹簧测力计的读数 y(单位：N)与铁块被提起的高度 x(单位：cm)之间的函数关系的大致图象是(　　)



A. 

B. 

C. 



D.

解析：由题意可知，

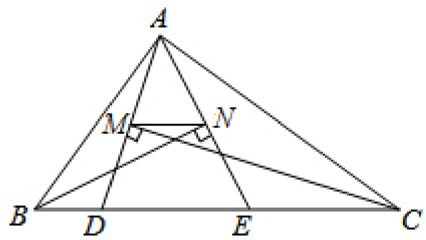
铁块露出水面以前，$F_{拉}+F_{浮}=G$，浮力不变，故此过程中弹簧的度数不变，

当铁块慢慢露出水面开始，浮力减小，则拉力增加，

当铁块完全露出水面后，拉力等于重力.

答案：D.

8.如图，△ABC 的周长为 19，点 D，E 在边 BC 上，∠ABC 的平分线垂直于 AE，垂足为 N，∠ACB 的平分线垂直于 AD，垂足为 M，若 BC=7，则 MN 的长度为(　　)



A. $\frac{3}{2}$

B. 2

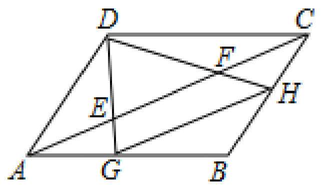
C. $\frac{5}{2}$

D. 3

解析：证明△BNA≌△BNE，得到 BA=BE，即△BAE 是等腰三角形，同理△CAD 是等腰三角形，根据题意求出 DE，根据三角形中位线定理计算即可.

答案：C.

9.如图，E，F 是平行四边形 ABCD 对角线 AC 上两点，AE=CF=$\frac{1}{4}$AC.连接 DE，DF 并延长，分别交 AB，BC 于点 G，H，连接 GH，则 $\frac{S_{\triangle ADG}}{S_{\triangle BGH}}$ 的值为(　　)



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{4}$

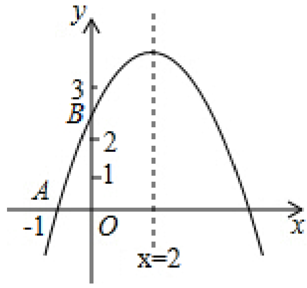
D. 1

解析：首先证明 AG：AB=CH：BC=1：3，推出 GH∥AC，推出△BGH∽△BAC，可得

$\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle BGH}}=\frac{S_{\triangle BAC}}{S_{\triangle BGH}}=\left(\frac{BA}{BG}\right)^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$，$\frac{S_{\triangle ADG}}{S_{\triangle ADC}}=\frac{1}{3}$，由此即可解决问题.

答案：C.

10. 如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴交于点 A(-1，0)，与 y 轴的交点 B 在(0，2)与(0，3)之间(不包括这两点)，对称轴为直线 x=2.



下列结论：①abc＜0；②9a+3b+c＞0；③若点 M($\frac{1}{2}$，y_1)，点 N($\frac{5}{2}$，y_2)是函数图象上的两点，则 y_1＜y_2；④$-\frac{3}{5}$＜a＜$-\frac{2}{5}$.

其中正确结论有(　　)

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

解析：根据二次函数的图象与系数的关系即可求出答案.

答案：D.

二、填空题(每小题 3 分，共 18 分)

11. 受益于电子商务发展和法治环境改善等多重因素，快递业务迅猛发展. 预计达州市 2018 年快递业务量将达到 5.5 亿件，数据 5.5 亿用科学记数法表示为_____.

解析：5.5 亿=5 5000 0000=5.5×10^8.

答案：5.5×10^8.

12. 已知 $a^m=3$，$a^n=2$，则 a^{2m-n} 的值为_____.

解析：首先根据幂的乘方的运算方法，求出 a^{2m} 的值；然后根据同底数幂的除法的运算方法，求出 a^{2m-n} 的值为多少即可.

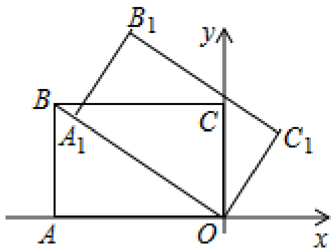
答案：4.5.

13. 若关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-3}+\frac{3a}{3-x}=2a$ 无解，则 a 的值为_____.

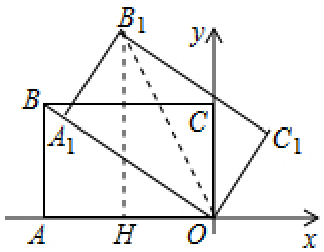
解析：直接解分式方程，再利用当 1-2a=0 时，当 1-2a≠0 时，分别得出答案.

答案：1 或$\frac{1}{2}$.

14.如图，平面直角坐标系中，矩形 OABC 的顶点 A(-6，0)，C(0，$2\sqrt{3}$).将矩形 OABC 绕点 O 顺时针方向旋转，使点 A 恰好落在 OB 上的点 A_1处，则点 B 的对应点 B_1的坐标为_____.



解析：连接 OB_1，作 $B_1H\perp OA$ 于 H，证明△AOB≌△HB_1O，得到 $B_1H=OA=6$，$OH=AB=2\sqrt{3}$，得到答案.



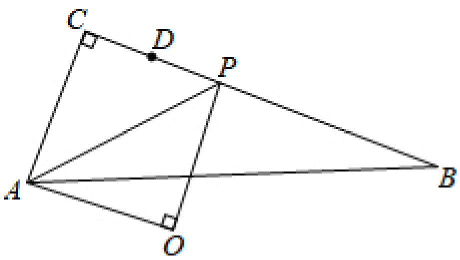
答案：($-2\sqrt{3}$，6).

15.已知：$m^2-2m-1=0$，$n^2+2n-1=0$ 且 $mn\neq1$，则$\frac{mn+n+1}{n}$的值为_____.

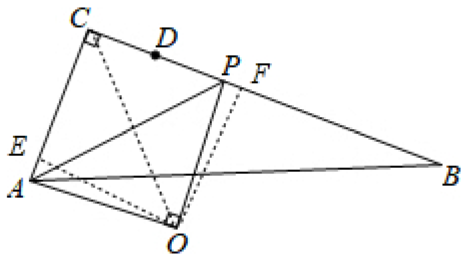
解析：将 $n^2+2n-1=0$ 变形为$\frac{1}{n^2}-\frac{2}{n}-1=0$，据此可得 m，$\frac{1}{n}$是方程 $x^2-2x-1=0$ 的两根，由韦达定理可得 $m+\frac{1}{n}=2$，代入$\frac{mn+n+1}{n}=m+1+\frac{1}{n}$可得.

答案：3.

16.如图，Rt△ABC 中，∠C=90°，AC=2，BC=5，点 D 是 BC 边上一点且 CD=1，点 P 是线段 DB 上一动点，连接 AP，以 AP 为斜边在 AP 的下方作等腰 Rt△AOP.当 P 从点 D 出发运动至点 B 停止时，点 O 的运动路径长为_____.



解析：过 O 点作 OE⊥CA 于 E，OF⊥BC 于 F，连接 CO，如图，易得四边形 OECF 为矩形，由△AOP 为等腰直角三角形得到 OA=OP，∠AOP=90°，则可证明△OAE≌△OPF，所以 AE=PF，OE=OF，根据角平分线的性质定理的逆定理得到 CO 平分∠ACP，从而可判断当 P 从点 D 出发运动至点 B 停止时，点 O 的运动路径为一条线段，接着证明 CE=$\frac{1}{2}$(AC+CP)，然后分别计算 P 点在 D 点和 B 点时 OC 的长，从而计算它们的差即可得到 P 从点 D 出发运动至点 B 停止时，点 O 的运动路径长.



答案：$2\sqrt{2}$.

三、解答题

17. 计算：$(-1)^{2018}+(-\frac{1}{2})^{-2}-|2-\sqrt{12}|+4\sin60°$.

解析：本题涉及乘方、负指数幂、二次根式化简、绝对值和特殊角的三角函数 5 个考点.在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

答案：原式$=1+4-(2\sqrt{3}-2)+4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$=1+4-2\sqrt{3}+2+2\sqrt{3}$，

$=7$.

18. 化简代数式：$\left(\frac{3x}{x-1}-\frac{x}{x+1}\right)\div\frac{x}{x^2-1}$，再从不等式组$\begin{cases}x-2(x-1)\geq1\\6x+10>3x+1\end{cases}$的解集中取一个合适的整数值代入，求出代数式的值.

解析：直接将=去括号利用分式混合运算法则化简，再解不等式组，进而得出 x 的值，即可计算得出答案.

答案：原式$=\frac{3x}{x-1}\times\frac{(x+1)(x-1)}{x}-\frac{x}{x+1}\times\frac{(x+1)(x-1)}{x}$

$=3(x+1)-(x-1)$

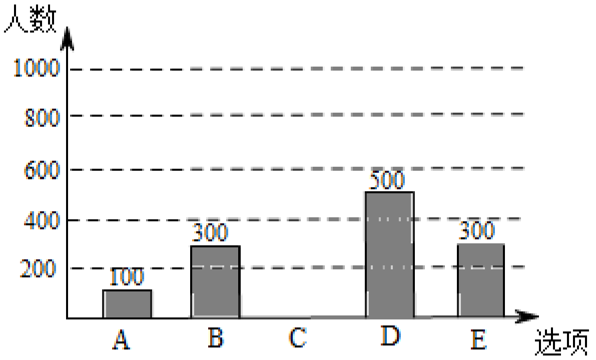
$=2x+4$，

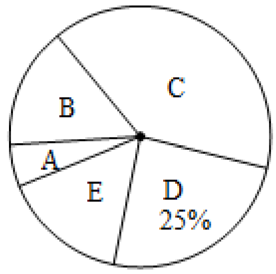
$\begin{cases}x-2(x-1)\geq1 ①\\6x+10>3x+1 ②\end{cases}$，

解①得：$x\leq1$，

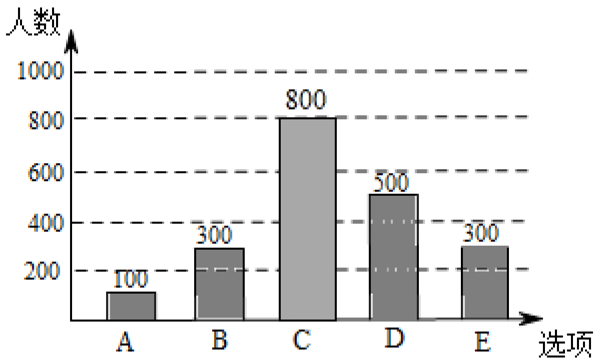
解②得：x＞-3，
故不等式组的解集为：-3＜x≤1，
把 x=-2 代入得：原式=0.

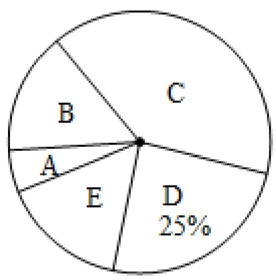
19.为调查达州市民上班时最常用的交通工具的情况，随机抽取了部分市民进行调查，要求被调查者从“A：自行车，B：电动车，C：公交车，D：家庭汽车，E：其他”五个选项中选择最常用的一项.将所有调查结果整理后绘制成如下不完整的条形统计图和扇形统计图，请结合统计图回答下列问题.





(1)本次调查中，一共调查了_____名市民；扇形统计图中，B 项对应的扇形圆心角是_____度；补全条形统计图；
(2)若甲、乙两人上班时从 A，B，C，D 四种交通工具中随机选择一种，请用列表法或画树状图的方法，求出甲、乙两人恰好选择同一种交通工具上班的概率.
解析：(1)根据 D 组的人数以及百分比，即可得到被调查的人数，进而得出 C 组的人数，再根据扇形圆心角的度数=部分占总体的百分比×360°进行计算即可；
(2)根据甲、乙两人上班时从 A、B、C、D 四种交通工具中随机选择一种画树状图或列表，即可运用概率公式得到甲、乙两人恰好选择同一种交通工具上班的概率.
答案：(1)本次调查的总人数为 500÷25%=2000 人，扇形统计图中，B 项对应的扇形圆心角是 $360° \times \frac{300}{2000}=54°$，
C 选项的人数为 2000-(100+300+500+300)=800，
补全条形图如下：





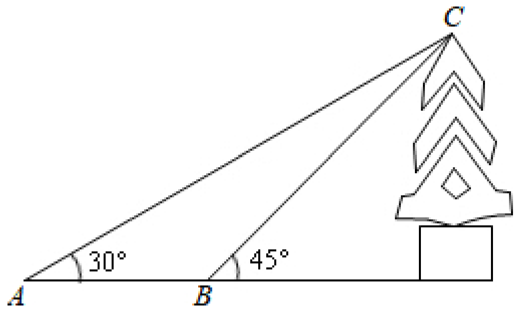
(2)列表如下：

	A	B	C	D
A	(A，A)	(B，A)	(C，A)	(D，A)
B	(A，B)	(B，B)	(C，B)	(D，B)
C	(A，C)	(B，C)	(C，C)	(D，C)
D	(A，D)	(B，D)	(C，D)	(D，D)

由表可知共有 16 种等可能结果，其中甲、乙两人恰好选择同一种交通工具上班的结果有 4 种，

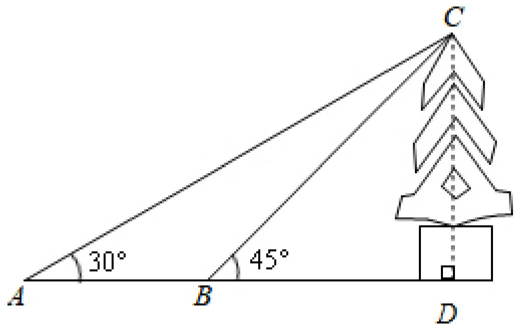
所以甲、乙两人恰好选择同一种交通工具上班的概率为$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$.

20.在数学实践活动课上,老师带领同学们到附近的湿地公园测量园内雕塑的高度.用测角仪在 A 处测得雕塑顶端点 C′ 的仰角为 30°，再往雕塑方向前进 4 米至 B 处,测得仰角为 45°.问：该雕塑有多高?(测角仪高度忽略不计，结果不取近似值.)



解析：过点 C 作 CD⊥AB，设 CD=x，由∠CBD=45°知 BD=CD=x 米，根据 tanA=$\frac{CD}{AD}$列出关于 x 的方程，解之可得.

答案：如图，过点 C 作 CD⊥AB，交 AB 延长线于点 D，



设 CD=x 米，

∵∠CBD=45°，∠BDC=90°，

∴BD=CD=x 米，

∵∠A=30°，AD=AB+BD=4+x，

∴tanA=$\frac{CD}{AD}$，即$\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{x}{4+x}$，

解得：x=2+2$\sqrt{3}$，

答：该雕塑的高度为(2+2$\sqrt{3}$)米.

21.“绿水青山就是金山银山”的理念已融入人们的日常生活中，因此，越来越多的人喜欢骑自行车出行.某自行车店在销售某型号自行车时，以高出进价的50%标价.已知按标价九折销售该型号自行车8辆与将标价直降100元销售7辆获利相同.

(1)求该型号自行车的进价和标价分别是多少元?

(2)若该型号自行车的进价不变，按(1)中的标价出售，该店平均每月可售出51辆；若每辆自行车每降价20元，每月可多售出3辆，求该型号自行车降价多少元时，每月获利最大?最大利润是多少?

解析：(1)设进价为x元，则标价是1.5x元，根据关键语句：按标价九折销售该型号自行车8辆的利润是1.5x×0.9×8-8x，将标价直降100元销售7辆获利是(1.5x-100)×7-7x，根据利润相等可得方程 1.5x×0.9×8-8x=(1.5x-100)×7-7x，再解方程即可得到进价，进而得到标价；

(2)设该型号自行车降价a元，利润为w元，利用销售量×每辆自行车的利润=总利润列出函数关系式，再利用配方法求最值即可.

答案：(1)设进价为x元，则标价是1.5x元，由题意得：

$1.5x\times0.9\times8-8x=(1.5x-100)\times7-7x$，

解得：$x=1000$，

$1.5\times1000=1500$(元)，

答：进价为1000元，标价为1500元；

(2)设该型号自行车降价a元，利润为w元，由题意得：

$w=(51+\frac{a}{20}\times3)(1500-1000-a)$，

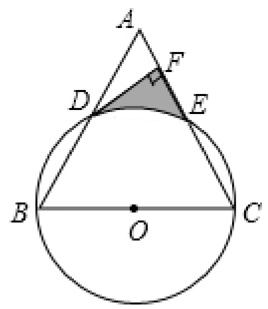
$=-\frac{3}{20}(a-80)^2+26460$，

$\because -\frac{3}{20}<0$，

$\therefore$ 当 $a=80$ 时，$w_{最大}=26460$，

答：该型号自行车降价80元出售每月获利最大，最大利润是26460元.

22.已知：如图，以等边△ABC的边BC为直径作⊙O，分别交AB，AC于点D，E，过点D作DF⊥AC交AC于点F.



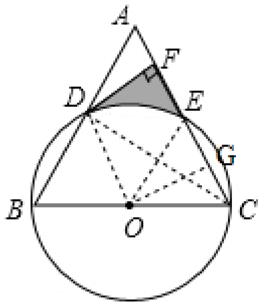
(1)求证：DF是⊙O的切线；

(2)若等边△ABC的边长为8，求由 $\overset{\frown}{DE}$ 、DF、EF围成的阴影部分面积.

解析：(1)连接CD、OD，先利用等腰三角形的性质证AD=BD，再证OD为△ABC的中位线得DO∥AC，根据DF⊥AC可得；

(2)连接 OE、作 OG⊥AC，求出 EF、DF 的长及∠DOE 的度数，根据阴影部分面积=$S_{梯形EFDO}-S_{扇形DOE}$计算可得.

答案：(1)如图，连接 CD、OD，



∵BC 是⊙O 的直径，

∴∠CDB=90°，即 CD⊥AB，

又∵△ABC 是等边三角形，

∴AD=BD，

∵BO=CO，

∴DO 是△ABC 的中位线，

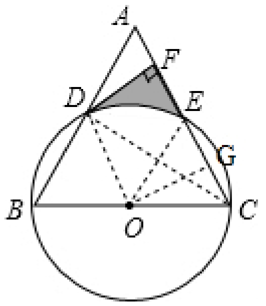
∴OD∥AC，

∵DF⊥AC，

∴DF⊥OD，

∴DF 是⊙O 的切线；

(2)连接 OE、作 OG⊥AC 于点 G，



∴∠OGF=∠DFG=∠ODF=90°，

∴四边形 OGFD 是矩形，

∴FG=OD=4，

∵OC=OE=OD=OB，且∠COE=∠B=60°，

∴△OBD 和△OCE 均为等边三角形，

∴∠BOD=∠COE=60°，CE=OC=4，

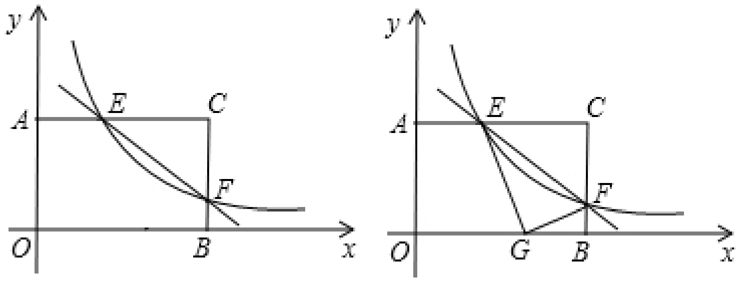
∴EG=$\frac{1}{2}$CE=2、DF=OG=OCsin60°=$2\sqrt{3}$，∠DOE=60°，

∴EF=FG-EG=2，

则阴影部分面积为 $S_{梯形EFDO}-S_{扇形DOE}=\frac{1}{2}\times(2+4)\times2\sqrt{3}-\frac{60?\pi\ 4^2}{360}=6\sqrt{3}-\frac{8\pi}{3}$.

23.矩形 AOBC 中，OB=4，OA=3.分别以 OB，OA 所在直线为 x 轴，y 轴，建立如图 1 所示的平

面直角坐标系.F 是 BC 边上一个动点(不与 B，C 重合)，过点 F 的反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k＞0)的图象与边 AC 交于点 E.



(1)当点 F 运动到边 BC 的中点时，求点 E 的坐标；

(2)连接 EF，求∠EFC 的正切值；

(3)如图 2，将△CEF 沿 EF 折叠，点 C 恰好落在边 OB 上的点 G 处，求此时反比例函数的解析式.

解析：(1)先确定出点 C 坐标，进而得出点 F 坐标，即可得出结论；

(2)先确定出点 F 的横坐标，进而表示出点 F 的坐标，得出 CF，同理表示出 CF，即可得出结论；

(3)先判断出△EHG∽△GBF，即可求出 BG，最后用勾股定理求出 k，即可得出结论.

答案：(1)∵OA=3，OB=4，

∴B(4，0)，C(4，3)，

∵F 是 BC 的中点，

∴F(4，$\frac{3}{2}$)，

∵F 在反比例 $y=\frac{k}{x}$ 函数图象上，

∴$k=4\times\frac{3}{2}=6$，

∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{6}{x}$，

∵E 点的坐标为 3，

∴E(2，3)；

(2)∵F 点的横坐标为 4，

∴F(4，$\frac{k}{4}$)，

∴$CF=BC-BF=3-\frac{k}{4}=\frac{12-k}{4}$

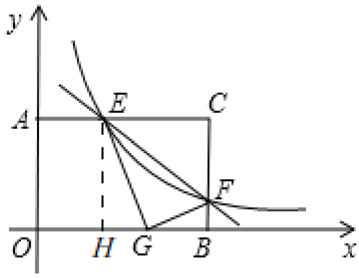
∵E 的纵坐标为 3，

∴E($\frac{k}{3}$，3)，

∴$CE=AC-AE=4-\frac{k}{3}=\frac{12-k}{3}$，

在 Rt△CEF 中，$\tan\angle EFC=\frac{CE}{CF}=\frac{4}{3}$，

(3)如图，



由(2)知，CF=$\frac{12-k}{4}$，CE=$\frac{12-k}{3}$，$\frac{CE}{CF}=\frac{4}{3}$，

过点 E 作 EH⊥OB 于 H，

∴EH=OA=3，∠EHG=∠GBF=90°，

∴∠EGH+∠HEG=90°，

由折叠知，EG=CE，FG=CF，∠EGF=∠C=90°，

∴∠EGH+∠BGF=90°，

∴∠HEG=∠BGF，

∵∠EHG=∠GBF=90°，

∴△EHG∽△GBF，

∴$\frac{EH}{BG}=\frac{EG}{FG}=\frac{CE}{CF}$，

∴$\frac{3}{BG}=\frac{4}{3}$，

∴BG=$\frac{9}{4}$，

在 Rt△FBG 中，$FG^2-BF^2=BG^2$，

∴$(\frac{12-k}{4})^2-(\frac{k}{4})^2=\frac{81}{16}$，

∴k=$\frac{21}{8}$，

∴反比例函数解析式为 y=$\frac{21}{8x}$.

24.阅读下列材料：

已知：如图 1，等边△$A_1A_2A_3$内接于⊙O，点 P 是 $\overset{\frown}{A_1A_2}$ 上的任意一点，连接 PA_1，PA_2，PA_3，

可证：$PA_1+PA_2=PA_3$，从而得到：$\frac{PA_1+PA_2}{PA_1+PA_2+PA_3}=\frac{1}{2}$是定值.

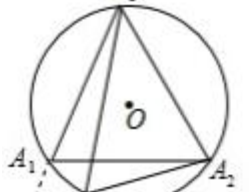


图1

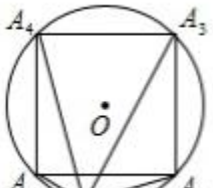


图2

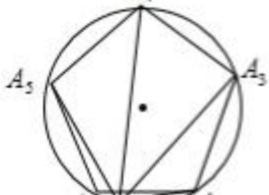
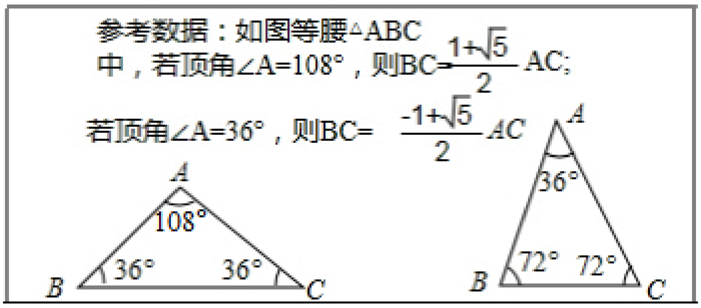


图3



(1)以下是小红的一种证明方法，请在方框内将证明过程补充完整；

证明：如图 1，作$\angle PA_1M=60^\circ$，A_1M 交 A_2P 的延长线于点 M.

∵$\triangle A_1A_2A_3$是等边三角形，

∴$\angle A_3A_1A_2=60^\circ$，

∴$\angle A_3A_1P=\angle A_2A_1M$

又 $A_3A_1=A_2A_1$，$\angle A_1A_3P=\angle A_1A_2P$，

∴$\triangle A_1A_3P\cong\triangle A_1A_2M$

∴$PA_3=MA_2=PA_2+PM=PA_2+PA_1$.

∴$\dfrac{PA_1+PA_2}{PA_1+PA_2+PA_3}=\dfrac{1}{2}$，是定值.

(2)延伸：如图 2，把(1)中条件“等边$\triangle A_1A_2A_3$”改为“正方形 $A_1A_2A_3A_4$”，其余条件不变，请问：$\dfrac{PA_1+PA_2}{PA_1+PA_2+PA_3+PA_4}$还是定值吗？为什么？

(3)拓展：如图 3，把(1)中条件“等边$\triangle A_1A_2A_3$”改为“正五边形 $A_1A_2A_3A_4A_5$”，其余条件不变，则$\dfrac{PA_1+PA_2}{PA_1+PA_2+PA_3+PA_4+PA_5}=$_____(只写出结果).

解析：(2)结论：$\dfrac{PA_1+PA_2}{PA_1+PA_2+PA_3+PA_4}$是定值.在 A_4P 上截取 $AH=A_2P$，连接 HA_1.想办法证明 $PA_4=A_4+PH=PA_2+\sqrt{2}\,PA_1$，同法可证：$PA_3=PA_1+\sqrt{2}\,PA_2$，推出$(\sqrt{2}+1)(PA_1+PA_2)=PA_3+PA_4$，可得 $PA_1+PA_2=(\sqrt{2}-1)(PA_3+PA_4)$，延长即可解决问题；

(3)结论：则$\dfrac{PA_1+PA_2}{PA_1+PA_2+PA_3+PA_4+PA_5}=\dfrac{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}{8}$.如图 3-1 中，延长 PA_1 到 H，使得 $A_1H=PA_2$，连接 A_4H，A_4A_2，A_4A_1.由$\triangle HA_4A_1\cong\triangle PA_4A_2$，可得$\triangle A_4HP$ 是顶角为 36° 的等腰三角形，推出 $PH=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}PA_4$，即 $PA_1+PA_2=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}PA_4$，如图 3-2 中，延长 PA_5 到 H，使得 $A_5H=PA_3$.同法

可证：$\triangle A_4HP$ 是顶角为 108° 的等腰三角形，推出 $PH=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}PA_4$，即 $PA_5+PA_3=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}PA_4$，延长即可解决问题；

答案：(1)如图 1，作$\angle PA_1M=60°$，A_1M 交 A_2P 的延长线于点 M.

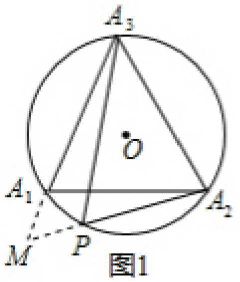


图1

∵$\triangle A_1A_2A_3$是等边三角形，

∴$\angle A_3A_1A_2=60°$，

∴$\angle A_3A_1P=\angle A_2A_1M$

又 $A_3A_1=A_2A_1$，$\angle A_1A_3P=\angle A_1A_2P$，

∴$\triangle A_1A_3P\cong\triangle A_1A_2M$

∴$PA_3=MA_2$，

∵$PM=PA_1$，

∴$PA_3=MA_2=PA_2+PM=PA_2+PA_1$.

∴$\dfrac{PA_1+PA_2}{PA_1+PA_2+PA_3}=\dfrac{1}{2}$，是定值.

(2)结论：$\dfrac{PA_1+PA_2}{PA_1+PA_2+PA_3+PA_4}$是定值.

理由：在 A_4P 上截取 $AH=A_2P$，连接 HA_1.

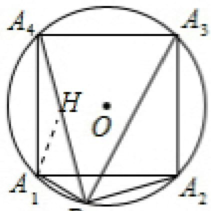


图2

∵四边形 $A_1A_2A_3A_4$ 是正方形，

∴$A_4A_1=A_2A_1$，

∵$\angle A_1A_4H=\angle A_1A_2P$，$A_4H=A_2P$，

∴$\triangle A_1A_4H=\triangle A_1A_2P$，

∴$A_1H=PA_1$，$\angle A_4A_1H=\angle A_2A_1P$，

∴$\angle HA_1P=\angle A_4A_1A_2=90°$

∴$\triangle HA_1P$ 的等腰直角三角形，

∴$PA_4=A_4+PH=PA_2+\sqrt{2}\,PA_1$，

同法可证：$PA_3=PA_1+\sqrt{2}\,PA_2$，

∴$(\sqrt{2}+1)(PA_1+PA_2)=PA_3+PA_4$，

∴$PA_1+PA_2=(\sqrt{2}-1)(PA_3+PA_4)$，

∴$\dfrac{PA_1+PA_2}{PA_1+PA_2+PA_3+PA_4}=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$.

(3)结论：则$\dfrac{PA_1+PA_2}{PA_1+PA_2+PA_3+PA_4+PA_5}=\dfrac{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}{8}$.

理由：如图 3-1 中，延长 PA_1 到 H，使得 $A_1H=PA_2$，连接 A_4H，A_4A_2，A_4A_1.

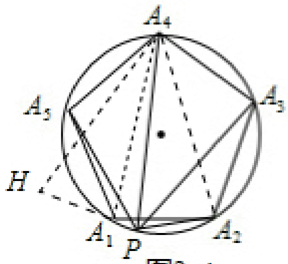


图3-1

由$\triangle HA_4A_1\cong\triangle PA_4A_2$，可得$\triangle A_4HP$ 是顶角为 36° 的等腰三角形，

∴$PH=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}PA_4$，即 $PA_1+PA_2=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}PA_4$，

如图 3-2 中，延长 PA_5 到 H，使得 $A_5H=PA_3$.

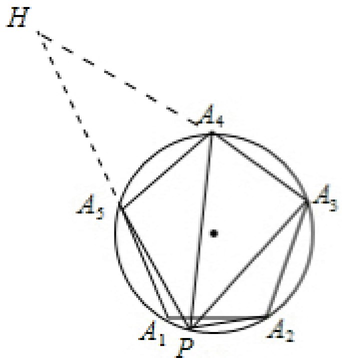


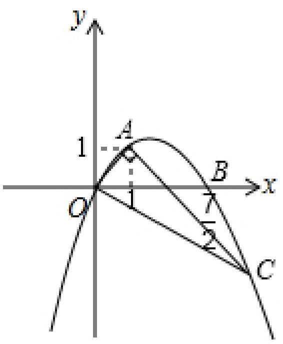
图3-2

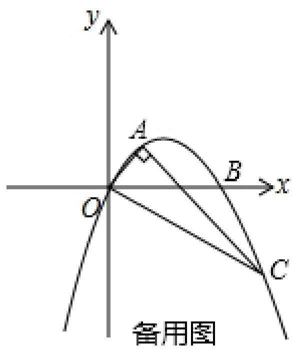
同法可证：$\triangle A_4HP$ 是顶角为 108° 的等腰三角形，

∴$PH=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}PA_4$，即 $PA_5+PA_3=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}PA_4$，

∴$\dfrac{PA_1+PA_2}{PA_1+PA_2+PA_3+PA_4+PA_5}=\dfrac{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}{8}$.

25.如图，抛物线经过原点 O(0，0)，点 A(1，1)，点 B($\dfrac{7}{2}$，0).





备用图

(1)求抛物线解析式；

(2)连接OA，过点A作AC⊥OA交抛物线于C，连接OC，求△AOC的面积；

(3)点M是y轴右侧抛物线上一动点，连接OM，过点M作MN⊥OM交x轴于点N.问：是否存在点M，使以点O，M，N为顶点的三角形与(2)中的△AOC相似，若存在，求出点M的坐标；若不存在，说明理由.

解析：(1)设交点式 $y=ax(x-\frac{7}{2})$，然后把A点坐标代入求出a即可得到抛物线解析式；

(2)延长CA交y轴于D，如图1，易得 $OA=\sqrt{2}$，$\angle DOA=45°$，则可判断△AOD为等腰直角三角形，所以 $OD=\sqrt{2}OA=2$，则D(0，2)，利用待定系数法求出直线AD的解析式为 $y=-x+2$，再解方程组 $\begin{cases} y=-x+2 \\ y=-\frac{2}{5}x^2+\frac{7}{5}x \end{cases}$ 得 C(5，-3)，然后利用三角形面积公式，利用 $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle COD}-S_{\triangle AOD}$ 进行计算；

(3)如图2，作MH⊥x轴于H，$AC=4\sqrt{2}$，$OA=\sqrt{2}$，设 $M(x，-\frac{2}{5}x^2+\frac{7}{5}x)(x>0)$，根据三角形相似的判定，由于∠OHM=∠OAC，则当 $\frac{OH}{OA}=\frac{MH}{AC}$ 时，△OHM∽△OAC，即 $\frac{x}{\sqrt{2}}=\frac{\left|-\frac{2}{5}x^2+\frac{7}{5}x\right|}{4\sqrt{5}}$；当 $\frac{OH}{AC}=\frac{MH}{OA}$ 时，△OHM∽△CAO，即 $\frac{x}{4\sqrt{2}}=\frac{\left|-\frac{2}{5}x^2+\frac{7}{5}x\right|}{\sqrt{2}}$，则分别解关于x的绝对值方程可得到对应M点的坐标，由于△OMH∽△ONM，所以求得的M点能以点O，M，N为顶点的三角形与(2)中的△AOC相似.

答案：(1)设抛物线解析式为 $y=ax(x-\frac{7}{2})$，

把A(1，1)代入得 $a\cdot 1(1-\frac{7}{2})=1$，解得 $a=-\frac{2}{5}$，

∴抛物线解析式为 $y=-\frac{2}{5}x(x-\frac{7}{2})$，

即 $y=-\frac{2}{5}x^2+\frac{7}{5}x$；

(2)延长CA交y轴于D，如图1，

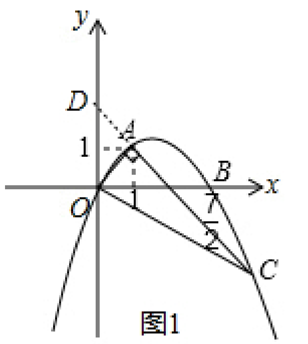


图1

∵A(1，1)，

∴OA=$\sqrt{2}$，∠DOA=45°，

∴△AOD 为等腰直角三角形，

∵OA⊥AC，

∴OD=$\sqrt{2}$ OA=2，

∴D(0，2)，

易得直线 AD 的解析式为 y=-x+2，

解方程组$\begin{cases} y=-x+2 \\ y=-\frac{2}{5}x^2+\frac{7}{5}x \end{cases}$得$\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$或$\begin{cases} x=5 \\ y=-3 \end{cases}$，则 C(5，-3)，

∴$S_{\triangle AOC}=S_{\triangle COD}-S_{\triangle AOD}=\frac{1}{2}\times2\times5-\frac{1}{2}\times2\times1=4$；

(3)存在.

如图 2，作 MH⊥x 轴于 H，AC=$\sqrt{(5-1)^2+(-3-1)^2}=4\sqrt{2}$，OA=$\sqrt{2}$，

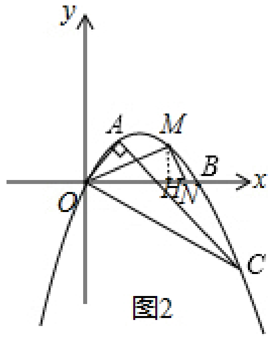


图2

设 M(x，$-\frac{2}{5}x^2+\frac{7}{5}x$)(x>0)，

∵∠OHM=∠OAC，

∴当$\frac{OH}{OA}=\frac{MH}{AC}$时，△OHM∽△OAC，即$\frac{x}{\sqrt{2}}=\frac{\left|-\frac{2}{5}x^2+\frac{7}{5}x\right|}{4\sqrt{5}}$，

解方程$-\frac{2}{5}x^2+\frac{7}{5}x=4x$得$x_1=0$(舍去)，$x_2=-\frac{13}{2}$(舍去)，

解方程$-\frac{2}{5}x^2+\frac{7}{5}x=-4x$得$x_1=0$(舍去)，$x_2=\frac{27}{2}$，此时M点坐标为($\frac{27}{2}$，-54)；

当$\frac{OH}{AC}=\frac{MH}{OA}$时，△OHM∽△CAO，即$\frac{x}{4\sqrt{2}}=\frac{\left|-\frac{2}{5}x^2+\frac{7}{5}x\right|}{\sqrt{2}}$，

解方程$-\frac{2}{5}x^2+\frac{7}{5}x=\frac{1}{4}x$得$x_1=0$(舍去)，$x_2=\frac{23}{8}$，此时M点的坐标为($\frac{23}{8}$，$\frac{23}{32}$)，

解方程$-\frac{2}{5}x^2+\frac{7}{5}x=-\frac{1}{4}x$得$x_1=0$(舍去)，$x_2=-\frac{33}{8}$，此时M点坐标为($\frac{33}{8}$，$-\frac{33}{32}$)；

∵MN⊥OM，

∴∠OMN=90°，

∴∠MON=∠HOM，

∴△OMH∽△ONM，

∴当M点的坐标为($\frac{27}{2}$，-54)或($\frac{23}{8}$，$\frac{23}{32}$)或($\frac{33}{8}$，$-\frac{33}{32}$)时，以点O，M，N为顶点的三角形与(2)中的△AOC相似.