2015年广东省梅州市中考真题数学

一、选择题：每小题3分，共21分，每小题给出四个答案，其中只有一个是正确的.

1. $\frac{1}{2}$的相反数是(　　)

A. 2

B. -2

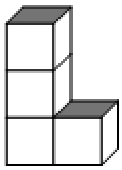
C. $\frac{1}{2}$

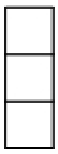
D. $-\frac{1}{2}$

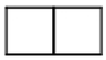
解析：$\frac{1}{2}$的相反数是$-\frac{1}{2}$.

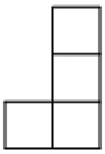
答案：D

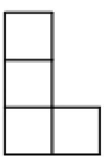
2. 如图所示几何体的左视图为(　　)



A. 

B. 

C. 

D. 

解析：从左边看第一层一个小正方形，第二层一个小正方形，第三层一个小正方形，

答案：A

3. 下列计算正确的是(　　)

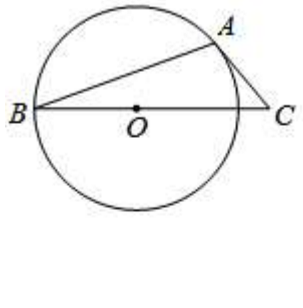
A. $x+x^2=x^3$

B. $x^2 \cdot x^3=x^6$
C. $(x^3)^2=x^6$
D. $x^9 \div x^3=x^3$
解析：A、原式不能合并，错误；
B、原式$=x^5$，错误；
C、原式$=x^6$，正确；
D、原式$=x^6$，错误.
答案：C

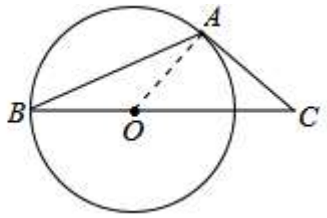
4.下列说法正确的是(　　)
A.掷一枚均匀的骰子，骰子停止转动后，6点朝上是必然事件
B.甲、乙两人在相同条件下各射击10次，他们的成绩平均数相同，方差分别是$S_{甲}^2=0.4$，$S_{乙}^2=0.6$，则甲的射击成绩较稳定
C.“明天降雨的概率为$\frac{1}{2}$”，表示明天有半天都在降雨
D.了解一批电视机的使用寿命，适合用普查的方式
解析：A、掷一枚均匀的骰子，骰子停止转动后，6点朝上是可能事件，此选项错误；
B、甲、乙两人在相同条件下各射击10次，他们的成绩平均数相同，方差分别是$S_{甲}^2=0.4$，$S_{乙}^2=0.6$，则甲的射击成绩较稳定，此选项正确；
C、“明天降雨的概率为$\frac{1}{2}$”，表示明天有可能降雨，此选项错误；
D、解一批电视机的使用寿命，适合用抽查的方式，此选项错误.
答案：B

5.下列命题正确的是(　　)
A.对角线互相垂直的四边形是菱形
B.一组对边相等，另一组对边平行的四边形是平行四边形
C.对角线相等的四边形是矩形
D.对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形
解析：A、对角线互相垂直的四边形不一定是菱形，故本选项错误；
B、一组对边相等，另一组对边平行的四边形不一定是平行四边形，也可能是等腰梯形，故本选项错误；
C、对角线相等的四边形不一定是矩形，例如等腰梯形，故本选项错误；
D、对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形，故本选项正确.
答案：D

6.如图，AB是⊙O的弦，AC是⊙O切线，A为切点，BC经过圆心.若∠B=20°，则∠C的大小等于(　　)



A.20°
B.25°
C.40°
D.50°
解析：如图，连接OA，



∵AC是⊙O的切线，∴∠OAC=90°，∵OA=OB，∴∠B=∠OAB=20°，∴∠AOC=40°，∴∠C=50°.
答案：D

7.对于二次函数 $y=-x^2+2x$.有下列四个结论：①它的对称轴是直线 $x=1$；②设 $y_1=-x_1^2+2x_1$，$y_2=-x_2^2+2x_2$，则当 $x_2>x_1$ 时，有 $y_2>y_1$；③它的图象与x轴的两个交点是(0，0)和(2，0)；④当 $0<x<2$ 时，$y>0$.其中正确的结论的个数为(　　)
A.1
B.2
C.3
D.4
解析：$y=-x^2+2x=-(x-1)^2+1$，故①它的对称轴是直线 $x=1$，正确；
②∵直线 $x=1$ 两旁部分增减性不一样，∴设 $y_1=-x_1^2+2x_1$，$y_2=-x_2^2+2x_2$，则当 $x_2>x_1$ 时，有 $y_2>y_1$ 或 $y_2<y_1$，错误；
③当 $y=0$，则 $x(-x+2)=0$，解得：$x_1=0$，$x_2=2$，故它的图象与x轴的两个交点是(0，0)和(2，0)，正确；
④∵$a=-1<0$，∴抛物线开口向下，
∵它的图象与x轴的两个交点是(0，0)和(2，0)，∴当 $0<x<2$ 时，$y>0$，正确.
答案：C

二、填空题：每小题3分，共24分.

8.函数 $y=\sqrt{x}-1$ 中，自变量x的取值范围是_________.
解析：根据二次根式的意义，被开方数不能为负数，根据题意，得 $x\geq0$.
答案：$x\geq0$.

9.分解因式：$m^3-m=$_________.
解析：先提取公因式m，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解，
$m^3-m=m(m^2-1)=m(m+1)(m-1)$.

10.据统计，2014年我市常住人口约为4320000人，这个数用科学记数法表示为_________.
解析：$4320000=4.32\times10^6$.
答案：4.32×10^6.

11. 一个学习兴趣小组有 4 名女生，6 名男生，现要从这 10 名学生中选出一人担任组长，则女生当选组长的概率是__________.

解析：女生当选组长的概率是：$4\div10=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

答案：$\frac{2}{5}$

12. 已知：△ABC 中，点 E 是 AB 边的中点，点 F 在 AC 边上，若以 A，E，F 为顶点的三角形与△ABC 相似，则需要增加的一个条件是____________________.（写出一个即可）

解析：分两种情况：

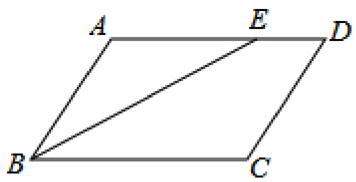
①∵△AEF∽△ABC，∴AE：AB=AF：AC，即 1：2=AF：AC，∴$AF=\frac{1}{2}AC$；

②∵△AFE∽△ACB，∴∠AFE=∠ABC.

∴要使以 A、E、F 为顶点的三角形与△ABC 相似，则 $AF=\frac{1}{2}AC$ 或∠AFE=∠ABC.

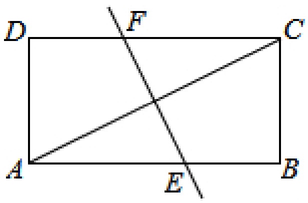
答案：$AF=\frac{1}{2}AC$ 或∠AFE=∠ABC

13. 如图，在▱ABCD中，BE平分∠ABC，BC=6，DE=2，则▱ABCD的周长等于__________________.

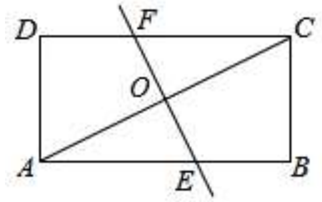


解析：∵四边形 ABCD 为平行四边形，∴AE∥BC，AD=BC，AD=BC，∴∠AEB=∠EBC，
∵BE 平分∠ABC，∴∠ABE=∠EBC，∴∠ABE=∠AEB，∴AB=AE，
∴AE+DE=AD=BC=6，∴AE+2=6，∴AE=4，∴AB=CD=4，∴▱ABCD 的周长=4+4+6+6=20.
答案：20

14. 如图，将矩形纸片 ABCD 折叠，使点 A 与点 C 重合，折痕为 EF，若 AB=4，BC=2，那么线段 EF 的长为_________________.



解析：如图所示，AC 交 EF 于点 O，



由勾股定理知 AC=2$\sqrt{5}$，

又∵折叠矩形使 C 与 A 重合时有 EF⊥AC，

则 Rt△AOE∽Rt△ABC，∴$\frac{OE}{BC}=\frac{AO}{AB}$，∴OE=$\frac{\sqrt{5}}{2}$，故 EF=2OE=$\sqrt{5}$.

答案：$\sqrt{5}$

15. 若$\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{a}{2n-1}+\frac{b}{2n+1}$，对任意自然数 n 都成立，则 a=______，b=_______；

计算：m=$\frac{1}{1\times 3}+\frac{1}{3\times 5}+\frac{1}{5\times 7}+\cdots+\frac{1}{19\times 21}$=______.

解析：$\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{a}{2n-1}+\frac{b}{2n+1}=\frac{a(2n+1)+b(2n-1)}{(2n-1)(2n+1)}$，

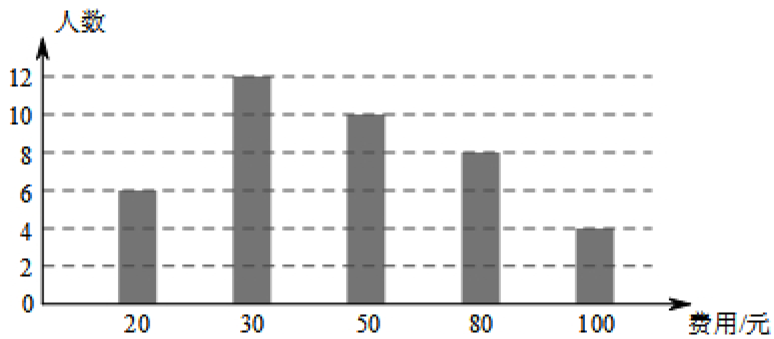
可得 2n(a+b)+a-b=1，即$\begin{cases}a+b=0,\\a-b=1,\end{cases}$解得：a=$\frac{1}{2}$，b=-$\frac{1}{2}$；

m=$\frac{1}{2}$(1-$\frac{1}{3}$+$\frac{1}{3}$-$\frac{1}{5}$+…+$\frac{1}{19}$-$\frac{1}{21}$)=$\frac{1}{2}$(1-$\frac{1}{21}$)=$\frac{10}{21}$.

答案：$\frac{1}{2}$；$-\frac{1}{2}$；$\frac{10}{21}$.

三、解答下列各题：本大题有 9 小题，共 75 分，解答应写文字说明、推理过程或演算步骤.

16. 在“全民读书月”活动中，小明调查了班级里 40 名同学本学期计划购买课外书的花费情况，并将结果绘制成如图所示的统计图，请根据相关信息，解答下列问题：(直接填写结果)



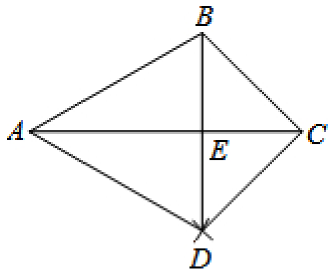
(1)本次调查获取的样本数据的众数是______元；
(2)这次调查获取的样本数据的中位数是______元；
(3)若该校共有学生1000人，根据样本数据，估计本学期计划购买课外书花费50元的学生有______人.
解析：(1)众数就是出现次数最多的数，众数是：30元；
(2)中位数就是大小处于中间位置的数，中位数是：50元；
(3)调查的总人数是：6+12+10+8+4=40(人)，
则估计本学期计划购买课外书花费50元的学生有：$1000\times\frac{10}{40}$=250(人).
答案：(1)30；(2)50；(3)250.

17.计算：$\sqrt{8}+|2\sqrt{2}-3|-(\frac{1}{3})^{-1}-(2015+\sqrt{2})^{0}$.
解析：原式第一项化为最简二次根式，第二项利用绝对值的代数意义化简，第三项利用负整数指数幂法则计算，最后一项利用零指数幂法则计算即可得到结果.
答案：原式=$2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}-3-1=-1$.

18.已知a+b=$-\sqrt{2}$，求代数式$(a-1)^2+b(2a+b)+2a$的值.
解析：原式利用完全平方公式及单项式乘以多项式法则计算，将已知等式代入计算即可求出值.
答案：原式=$a^2-2a+1+2ab+b^2+2a=(a+b)^2+1$，
把a+b=$-\sqrt{2}$代入得：原式=2+1=3.

19.已知关于x的方程$x^2+2x+a-2=0$.
(1)若该方程有两个不相等的实数根，求实数a的取值范围；
(2)当该方程的一个根为1时，求a的值及方程的另一根.
解析：(1)关于x的方程$x^2-2x+a-2=0$有两个不相等的实数根，即判别式△=b^2-4ac＞0.即可得到关于a的不等式，从而求得a的范围.
(2)设方程的另一根为x_1，根据根与系数的关系列出方程组，求出a的值和方程的另一根.
答案：(1)∵$b^2-4ac=(2)^2-4\times1\times(a-2)=12-4a>0$，解得：a＜3，∴a的取值范围是a＜3.
(2)设方程的另一根为x_1，由根与系数的关系得：$\begin{cases}1+x_1=-2,\\1\cdot x_1=a-2,\end{cases}$解得：$\begin{cases}a=-1,\\x_1=-3,\end{cases}$
则a的值是-1，该方程的另一根为-3.

20.如图，如图，已知△ABC，按如下步骤作图：



①以 A 为圆心，AB 长为半径画弧；
②以 C 为圆心，CB 长为半径画弧，两弧相交于点 D；
③连接 BD，与 AC 交于点 E，连接 AD，CD.
(1)求证：△ABC≌△ADC；
(2)若∠BAC=30°，∠BCA=45°，AC=4，求 BE 的长.
解析：(1)利用 SSS 定理证得结论；
(2)设 BE=x，利用特殊角的三角函数易得 AE 的长，由∠BCA=45°易得 CE=BE=x，解得 x，得 CE 的长.

答案：(1)在△ABC 与△ADC 中，$\begin{cases} AB=AD, \\ BC=CD, \\ AC=AC, \end{cases}$ ∴△ABC≌△ADC(SSS).

(2)设 BE=x，

∵∠BAC=30°，∴∠ABE=60°，∴AE=tan60°·x=$\sqrt{3}$x，

∵△ABC≌△ADC，∴CB=CD，∠BCA=∠DCA，
∵∠BCA=45°，∴∠BCA=∠DCA=45°，∴∠CBD=∠CDB=45°，

∴CE=BE=x，∴$\sqrt{3}$x+x=4，∴x=2$\sqrt{3}$-2，∴BE=2$\sqrt{3}$-2.

21.九年级数学兴趣小组经过市场调查，得到某种运动服每月的销量与售价的相关信息如下表：

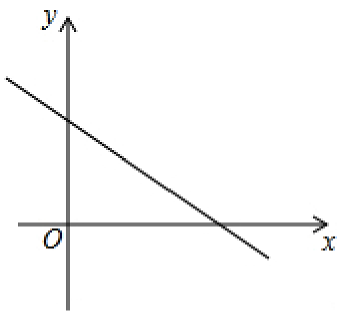
售价（元/件）	100	110	120	130	…
月销量（件）	200	180	160	140	…

已知该运动服的进价为每件 60 元，设售价为 x 元.
(1)请用含 x 的式子表示：
①销售该运动服每件的利润是________元；
②月销量是________件；(直接写出结果)
(2)设销售该运动服的月利润为 y 元，那么售价为多少时，当月的利润最大，最大利润是多少？
解析：(1)根据利润=售价-进价求出利润，运用待定系数法求出月销量；
(2)根据月利润=每件的利润×月销量列出函数关系式，根据二次函数的性质求出最大利润.
答案：(1)①销售该运动服每件的利润是(x-60)元；
②设月销量 W 与 x 的关系式为 w=kx+b，

由题意得，$\begin{cases} 100k+b=200, \\ 110k+b=180, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=-2, \\ b=400, \end{cases}$ ∴W=-2x+400.

(2)由题意得，$y=(x-60)(-2x+400)=-2x^2+520x-24000=-2(x-130)^2+9800$，
∴售价为 130 元时，当月的利润最大，最大利润是 9800 元.

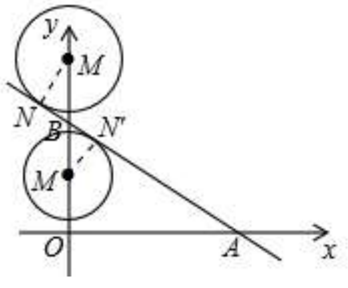
22.如图，直线 l 经过点 A(4，0)，B(0，3).



(1)求直线 l 的函数表达式；
(2)若圆 M 的半径为 2，圆心 M 在 y 轴上，当圆 M 与直线 l 相切时，求点 M 的坐标.
解析：(1)把点 A(4，0)，B(0，3)代入直线 l 的解析式 y=kx+b，即可求出结果.
(2)先画出示意图，在 Rt△ABM 中求出 sin∠BAM，然后在 Rt△AMC 中，利用锐角三角函数的定义求出 AM，继而可得点 M 的坐标.
答案：(1)∵直线 l 经过点 A(4，0)，B(0，3)，
∴设直线 l 的解析式为：y=kx+b，

∴$\begin{cases}0=4k+b,\\3=b,\end{cases}$ ∴$\begin{cases}k=-\dfrac{3}{4},\\b=3\end{cases}$. ∴直线 l 的解析式为：$y=-\dfrac{3}{4}x+3$.

(2)设 M 坐标为(0，m)(m＞0)，即 OM=m，若 M 在 B 点下边时，BM=3-m，



∵∠MBN′=∠ABO，∠MN′B=∠BOA=90°，
∴△MBN′∽△ABO，∴$\dfrac{MN'}{OA}=\dfrac{BM}{AB}$，即$\dfrac{2}{4}=\dfrac{3-m}{5}$，解得：$m=\dfrac{1}{2}$，此时 M(0，$\dfrac{1}{2}$)；
若 M 在 B 点上边时，BM=m-3，
同理△BMN∽△BAO，则有$\dfrac{MN}{OA}=\dfrac{BM}{AB}$，即$\dfrac{2}{4}=\dfrac{m-3}{5}$，
解得：$m=\dfrac{11}{2}$.此时 M(0，$\dfrac{11}{2}$).

23.在 Rt△ABC 中，∠A=90°，AC=AB=4，D，E 分别是 AB，AC 的中点.若等腰 Rt△ADE 绕点 A 逆时针旋转，得到等腰 Rt△AD_1E_1，设旋转角为α(0＜α≤180°)，记直线 BD_1 与 CE_1 的交点为 P.

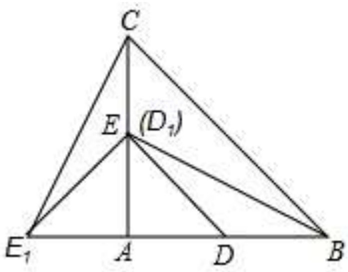


图1

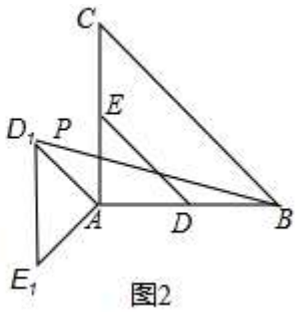


图2

(1)如图 1，当α=90°时，线段 BD_1 的长等于__________，线段 CE_1 的长等于__________；(直接填写结果)

(2)如图 2，当α=135°时，求证：$BD_1=CE_1$，且 $BD_1\perp CE_1$；

(3)①设 BC 的中点为 M，则线段 PM 的长为__________；

②点 P 到 AB 所在直线的距离的最大值为__________.(直接填写结果)

解析：(1)利用等腰直角三角形的性质结合勾股定理分别得出 BD_1 的长和 CE_1 的长；

(2)根据旋转的性质得出，$\angle D_1AB=\angle E_1AC=135°$，进而求出△D1AB≌$\triangle E_1AC$(SAS)，即可得出答案；

(3)①直接利用直角三角形的性质得出 $PM=\dfrac{1}{2}BC$ 得出答案即可；

②首先作 $PG\perp AB$，交 AB 所在直线于点 G，则 D_1，E_1 在以 A 为圆心，AD 为半径的圆上，当 BD_1 所在直线与⊙A 相切时，直线 BD_1 与 CE_1 的交点 P 到直线 AB 的距离最大，

此时四边形 AD_1PE_1 是正方形，进而求出 PG 的长.

答案：(1)∵∠A=90°，AC=AB=4，D，E 分别是边 AB，AC 的中点，∴AE=AD=2，

∵等腰 Rt△ADE 绕点 A 逆时针旋转，得到等腰 Rt$\triangle AD_1E_1$，设旋转角为α(0＜α≤180°)，

∴当α=90°时，$AE_1=2$，$\angle E_1AE=90°$，

∴$BD_1=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，$E_1C=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$；

故答案为：$2\sqrt{5}$，$2\sqrt{5}$；

(2)当α=135°时，如图 2，

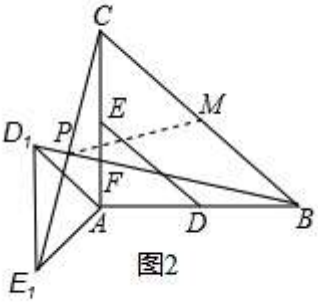


图2

∵Rt$\triangle AD_1E$ 是由 Rt△ADE 绕点 A 逆时针旋转 135°得到，

∴$AD_1=AE_1$，$\angle D_1AB=\angle E_1AC=135°$，

在$\triangle D_1AB$ 和$\triangle E_1AC$ 中，

∵$\begin{cases} AD_1=AE_1, \\ \angle D_1AB=\angle E_1AC, \\ AB=AC, \end{cases}$ ∴$\triangle D_1AB\cong\triangle E_1AC$(SAS)，∴$BD_1=CE_1$，且$\angle D_1BA=\angle E_1CA$，

记直线 BD_1 与 AC 交于点 F，∴∠BFA=∠CFP，∴∠CPF=∠FAB=90°，∴$BD_1 \perp CE_1$.

(3)①如图 2，∵∠CPB=∠CAB=90°，BC 的中点为 M，

∴$PM=\frac{1}{2}BC$，∴$PM=\frac{1}{2}\sqrt{4^2+4^2}=2\sqrt{2}$，

故答案为：$2\sqrt{2}$；

②如图 3，作 PG⊥AB，交 AB 所在直线于点 G，

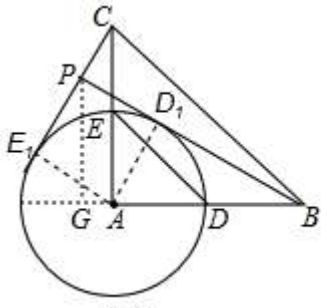


图3

∵D_1，E_1 在以 A 为圆心，AD 为半径的圆上，

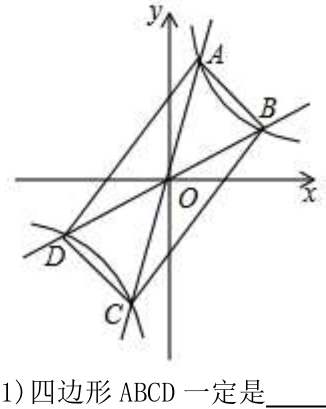
当 BD_1 所在直线与⊙A 相切时，直线 BD_1 与 CE_1 的交点 P 到直线 AB 的距离最大，

此时四边形 AD_1PE_1 是正方形，$PD_1=2$，则 $BD_1=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

故∠ABP=30°，则 $PB=2+2\sqrt{3}$，故点 P 到 AB 所在直线的距离的最大值为：$PG=1+\sqrt{3}$.

故答案为：$1+\sqrt{3}$.

24.如图，过原点的直线 $y=k_1x$ 和 $y=k_2x$ 与反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象分别交于两点 A，C 和 B，D，连接 AB，BC，CD，DA.



(1)四边形 ABCD 一定是________四边形；(直接填写结果)

(2)四边形 ABCD 可能是矩形吗？若可能，试求此时 k_1，k_2 之间的关系式；若不能，说明理由；

(3)设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$ $(x_2>x_1>0)$ 是函数 $y=\frac{1}{x}$ 图象上的任意两点，$a=\frac{y_1+y_2}{2}$，$b=\frac{2}{x_1+x_2}$，

试判断 a，b 的大小关系，并说明理由.

解析：(1)由直线 y=k1x 和 y=k2x 与反比例函数 y=$\frac{1}{x}$的图象关于原点对称，即可得到结论.

(2)联立方程求得 A、B 点的坐标,然后根据 OA=OB,依据勾股定理得出 $\sqrt{\frac{1}{k_1}+k_1}=\sqrt{\frac{1}{k_2}+k_2}$，

两边平分得$\frac{1}{k_1}$+k_1=$\frac{1}{k_2}$+k_2,整理后得$(k_1-k_2)(k_1k_2-1)=0$,根据$k_1\neq k_2$,则$k_1k_2-1=0$,即可求得;

(3)由 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$$(x_2>x_1>0)$是函数 y=$\frac{1}{x}$图象上的任意两点，得到 $y_1=\frac{1}{x_1}$，$y_2=\frac{1}{x_2}$，

求出 a=$\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}}{2}=\frac{x_1+x_2}{2x_1x_2}$，

得到 a−b=$\frac{x_1+x_2}{2x_1x_2}-\frac{2}{x_1+x_2}=\frac{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}{2x_1x_2(x_1+x_2)}=\frac{(x_1-x_2)^2}{2x_1x_2(x_1+x_2)}>0$，即可得到结果.

答案：(1)∵直线 $y=k_1x$ 和 $y=k_2x$ 与反比例函数 y=$\frac{1}{x}$的图象关于原点对称，

∴OA=OC，OB=OD，∴四边形 ABCD 是平行四边形;

故答案为：平行;

(2)∵正比例函数 $y=k_1x$$(k_1>0)$与反比例函数 y=$\frac{1}{x}$的图象在第一象限相交于 A，

∴$k_1x=\frac{1}{x}$，解得 x=$\sqrt{\frac{1}{k_1}}$(因为交于第一象限，所以负根舍去，只保留正根)

将 x=$\sqrt{\frac{1}{k_1}}$带入 $y=k_1x$ 得 y=$\sqrt{k_1}$，

故 A 点的坐标为($\sqrt{\frac{1}{k_1}}$，$\sqrt{k_1}$)同理则 B 点坐标为($\sqrt{\frac{1}{k_2}}$，$\sqrt{k_2}$)，

又∵OA=OB，

∴$\sqrt{\frac{1}{k_1}+k_1}=\sqrt{\frac{1}{k_2}+k_2}$，两边平分得得$\frac{1}{k_1}$+$k_1$=$\frac{1}{k_2}$+$k_2$，整理后得$(k_1-k_2)(k_1k_2-1)=0$，

∵$k_1\neq k_2$，所以 $k_1k_2-1=0$，即 $k_1k_2=1$.

(3)∵$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$$(x_2>x_1>0)$是函数 y=$\frac{1}{x}$图象上的任意两点，

∴$y_1=\frac{1}{x_1}$，$y_2=\frac{1}{x_2}$，∴a=$\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}}{2}=\frac{x_1+x_2}{2x_1x_2}$，

∴$a-b=\dfrac{x_1+x_2}{2x_1x_2}-\dfrac{2}{x_1+x_2}=\dfrac{\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2}{2x_1x_2\left(x_1+x_2\right)}=\dfrac{\left(x_1-x_2\right)^2}{2x_1x_2\left(x_1+x_2\right)}$，

∵$x_2>x_1>0$，

∴$(x_1-x_2)^2>0$，$x_1x_2>0$，$(x_1+x_2)>0$，∴$\dfrac{\left(x_1-x_2\right)^2}{2x_1x_2\left(x_1+x_2\right)}>0$，∴$a-b>0$，∴$a>b$.