2018年河南省商丘市柘城县中考二模试卷数学

一、选择题(共10小题，每小题3分，满分30分)

1.下列各数中，最小的数是(　　)

A.-1

B.$-\frac{1}{2}$

C.0

D.1

解析：∵$-1<-\frac{1}{2}<0<1$，∴最小的数为-1.

答案：A

2.PM2.5是指大气中直径小于或等于0.0000025m的颗粒物，也称为可入肺颗粒物，它们含有大量的有毒、有害物质，对人体健康和大气环境质量有很大危害.0.0000025用科学记数法可表示为(　　)

A.2.5×10^{-5}

B.0.25×10^{-7}

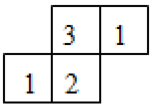
C.2.5×10^{-6}

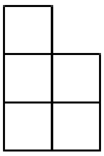
D.25×10^{-5}

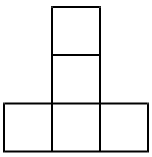
解析：绝对值小于1的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为$a\times10^{-n}$，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定.$0.0000025=2.5\times10^{-6}$.

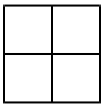
答案：C

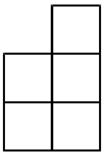
3.如图是由几个小立方块所搭成的几何体的俯视图，小正方形中的数字表示在该位置小立方块的个数，则这个几何体的左视图为(　　)



A.


B.


C. 

D. 

解析：从左面看可得到从左到右分别是 3，2 个正方形.

答案：A

4.分式方程 $\frac{2}{x-3}-\frac{2x}{3-x}=10$ 的解是(　　)

A.x=3

B.x=2

C.x=0

D.x=4

解析：两边都乘以 x-3，得：2+2x=10(x-3)，解得：x=4，

检验：当 x=4 时，x-3=1≠0，所以原分式方程的解为 x=4.

答案：D

5.下列计算错误的是(　　)

A. $\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\sqrt{3}\times\sqrt{6}=3\sqrt{2}$

C. $\sqrt{27}-\sqrt{12}=\sqrt{3}$

D. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$

解析：A、$\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 是正确的，不符合题意；

B、$\sqrt{3}\times\sqrt{6}=3\sqrt{2}$ 是正确的，不符合题意；

C、$\sqrt{27}-\sqrt{12}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{3}$ 是正确的，不符合题意；

D、$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$ 不是同类项，不能合并，原来的计算是错误的，符合题意.

答案：D

6.下列说法正确的是(　　)

A.“掷一枚硬币正面朝上的概率是 $\frac{1}{2}$”表示每抛硬币 2 次就有 1 次正面朝上

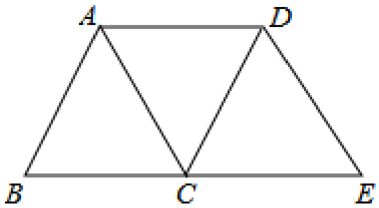
B.一组数据2，2，3，6的众数和中位数都是2
C.要了解全市人民的低碳生活状况，适宜采用抽样调查的方法
D.随机抽取甲、乙两名同学的5次数学成绩，计算得平均分都是90分，方差分别是$S_{甲}^{2}=5$，$S_{乙}^{2}=12$，说明乙的成绩较为稳定

解析：A、“掷一枚硬币正面朝上的概率是$\frac{1}{2}$”表示每抛硬币2次就有1次正面朝上的可能性很大，但不是一定就有1次正面朝上，故本选项错误；

B、一组数据2，2，3，6的众数是2，中位数是$\frac{2+3}{2}$=2.5，故本选项错误；

C、要了解全市人民的低碳生活状况，适宜采用抽样调查的方法，故本选项正确；
D、乙两名同学的5次数学成绩，计算得平均分都是90分，方差分别是$S_{甲}^{2}=5$，$S_{乙}^{2}=12$，说明甲的成绩较为稳定，故本选项错误.
答案：C

7.如图，将△ABC沿BC方向平移得到△DCE，连接AD，下列条件能够判定四边形ABCD为菱形的是(　　)



A.AB=BC
B.AC=BC
C.∠B=60°
D.∠ACB=60°
解析：∵将△ABC沿BC方向平移得到△DCE，∴AB平行且等于CD，∴四边形ABCD为平行四边形，当AB=BC时，平行四边形ACED是菱形.
答案：A

8.随着“国家宝藏”的热播，小颖和小梅计划利用假期时间到河南博物院担任“贾湖骨笛”，“妇好鸮尊”，“云纹铜禁”的讲解员，由于能力水平的限制，她们一人只能讲解其中一个文物，小颖和小梅制作了三张质地大小完全相同的卡片，背面朝上洗匀后各自抽取一张(第一人抽取后不放回)，则“贾湖骨笛”未被抽到的概率为(　　)

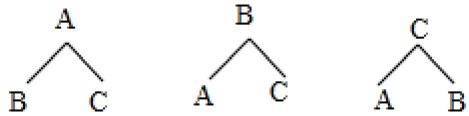
A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{6}$

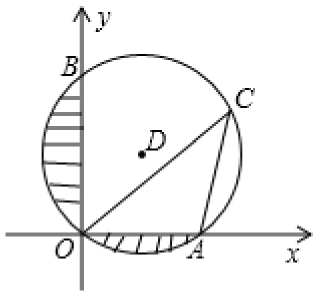
解析：画树状图为：(用A、B、C分别表示担任“贾湖骨笛”，“妇好鸮尊”，“云纹铜禁”的讲解员)



共有6种等可能的结果数，其中”贾湖骨笛”未被抽到的结果数为2，所以贾湖骨笛”未被抽到的概率=$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

答案：B

9.如图，在平面直角坐标系中，已知⊙D经过原点O，与x轴、y轴分别交于A、B两点，B点坐标为(0，$2\sqrt{3}$)，OC与⊙D相交于点C，∠OCA=30°，则图中阴影部分的面积为(　　　)



A. $2\pi-2\sqrt{3}$

B. $4\pi-\sqrt{3}$

C. $4\pi-2\sqrt{3}$

D. $2\pi-\sqrt{3}$

解析：∵∠AOB=90°，∴AB是直径，连接AB，
根据同弧对的圆周角相等得∠OBA=∠C=30°，

由题意知，OB=$2\sqrt{3}$，∴OA=OBtan∠ABO=OBtan30°=$2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}$=2，AB=AO÷sin30°=4

即圆的半径为2，∴阴影部分的面积等于半圆的面积减去△ABO的面积，

$S_{阴}=S_{半}-S_{\triangle}=\frac{\pi 2^2}{2}-\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}=2\pi-2\sqrt{3}$.

答案：A

10.如图(1)所示，E为矩形ABCD的边AD上一点，动点P、Q同时从点B出发，点P以1cm/秒的速度沿折线BE-ED-DC运动到点C时停止，点Q以2cm/秒的速度沿BC运动到点C时停止.设P、Q同时出发t秒时，△BPQ的面积为ycm2.已知y与t的函数关系图象如图(2)(其中曲线OG为抛物线的一部分，其余各部分均为线段)，则下列结论：

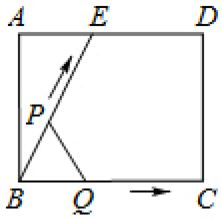


图1

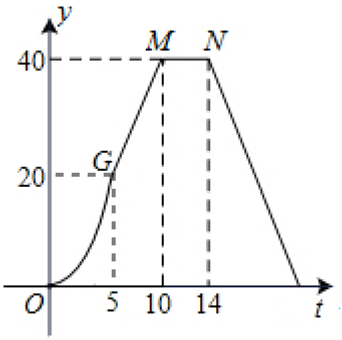


图2

①当 0<t≤5 时，y=$\frac{4}{5}$ t^2；

②当 t=6 秒时，△ABE≌△PQB；

③cos∠CBE=$\frac{1}{2}$；

④当 t=$\frac{29}{2}$ 秒时，△ABE∽△QBP；

其中正确的是(　　)

A. ①②

B. ①③④

C. ③④

D. ①②④

解析：根据图(2)可得，点 Q 到达点 C 时时间为 5 秒，点 P 到达点 E 时间为 10 秒，

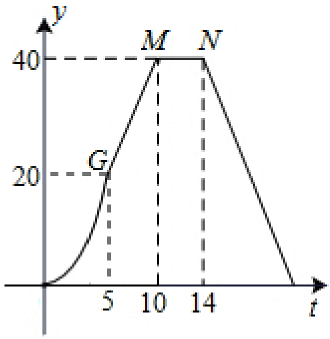


图2

∵点 P、Q 的运动的速度分别是 1cm/秒、2cm/秒，∴BC=BE=10，∴AD=BC=10.

又∵从 M 到 N 的变化是 4，∴ED=4，∴AE=AD-ED=10-4=6.

∵AD∥BC，∴∠1=∠2，∴cos∠1=cos∠2=$\frac{AE}{BE}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$. 故③错误；

如图 1，过点 P 作 PF⊥BC 于点 F，

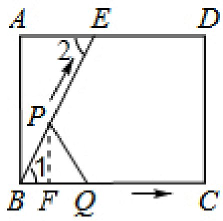


图1

∵AD∥BC，∴∠1=∠2，∴sin∠1=sin∠2=$\frac{AB}{BE}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$，∴PF=PB•sin∠1=$\frac{4}{5}$t，

∴当 0＜t≤5 时，y=$\frac{1}{2}BQ\cdot PF=\frac{1}{2}\times 2t\times\frac{4}{5}t=\frac{4}{5}t^2$，故①正确；

如图 3，

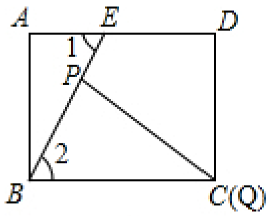


图3

当 t=6 秒时，点 P 在 BE 上，点 Q 静止于点 C 处.

在△ABE 与△PQB 中，$\begin{cases}AE=BP=6,\\ \angle 1=\angle 2,\\ BE=BC,\end{cases}$ ∴△ABE≌△PQB(SAS).故②正确；

如图 4，

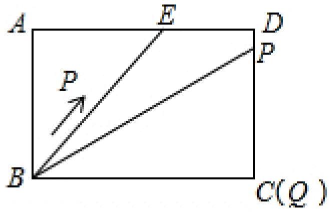


图4

当 t=$\frac{29}{2}$秒时，点 P 在 CD 上，

此时，$PD=\frac{29}{2}-BE-ED=\frac{29}{2}-10-4=\frac{1}{2}$，$PQ=CD-PD=8-\frac{1}{2}=\frac{15}{2}$，

∴$\frac{AB}{AE}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3},\frac{BQ}{PQ}=\frac{10}{\frac{15}{2}}=\frac{4}{3},\therefore\frac{AB}{AE}=\frac{BQ}{PQ}$，

又∵∠A=∠Q=90°，∴△ABE∽△QBP，故④正确.

综上所述，正确的结论是①②④.

答案：D

二、填空题(共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分)

11.计算：$(-\frac{1}{2})^2$−cos60°=______.

解析：原式=$\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$.

答案：$-\frac{1}{4}$

12.已知点 A(x_1，y_1)，B(x_2，y_2)，C(x_3，y_3)是反比例函数 $y=-\frac{5}{x}$ 图象上的三点，且 $x_1>x_2>0>x_3$，则 y_1，y_2，y_3 的大小关系为_________.

解析：∵反比例函数 $y=-\frac{5}{x}$ 中，k=-5<0，∴此函数图象在二、四象限，

∵点 A(x_1，y_1)，B(x_2，y_2)，C(x_3，y_3)是反比例函数 $y=-\frac{5}{x}$ 图象上的三点，且 $x_1>x_2>0>x_3$，

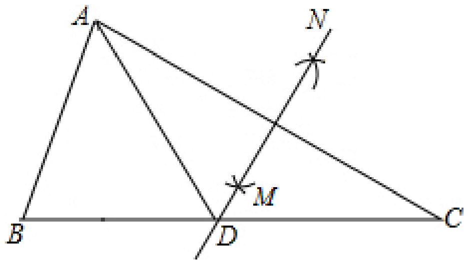
∴点 C(x_3，y_3)在第二象限，∴$y_3>0$，

∵点 A(x_1，y_1)，B(x_2，y_2)在第四象限，∴$y_1<0$，$y_2<0$，

∵函数图象在第四象限内 y 随 x 的增大而增大，$x_1>x_2$，∴$y_1>y_2$. ∴y_1，y_2，y_3 的大小关系为 $y_3>y_1>y_2$.

答案：$y_3>y_1>y_2$

13.如图，在△ABC 中，AB<AC，按以下步骤作图：分别以点 A 和点 C 为圆心，大于 AC 一半的长为半径作圆弧，两弧相交于点 M 和点 N，作直线 MN 交 BC 于点 D；连结 AD. 若∠B=55°，∠C=30°，则∠BAD 的大小为______度.

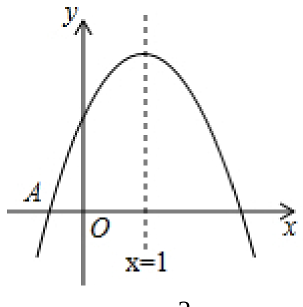


解析：由题可得，DN 垂直平分线 AC，∴DC=DA，∴∠C=∠DAC=30°，

又∵∠B=55°，∴∠BAD=180°-55°-2×30°=65°.

答案：65

14.如图，已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象与 x 轴交于点 A(-1,0)，对称轴为直线 x=1，与 y 轴的交点 B 在(0，2)和(0，3)之间(包括这两点)，下列结论正确的是______.



①当 x>3 时，y<0；②3a+b<0；③$-1\leq a\leq-\frac{2}{3}$；④$4ac-b^2>8a$.

解析：∵二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象与 x 轴交于点 A(-1，0)，对称轴为直线 x=1，

∴x=-1 和 x=3 时的函数值相等，∴当 x=3 时，y=0，当 x>3 时，y<0，故①正确，

∵$-\frac{b}{2a}=1$，∴2a+b=0，

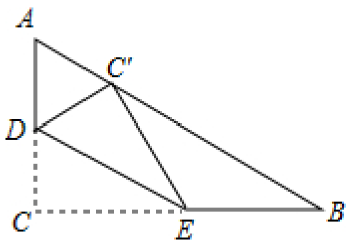
∵a<0，∴3a+b<0，故②正确，

$\because\begin{cases}a-b+c=0,\\2a+b=0,\\2\le c\le 3,\end{cases}$ 解得，$-1\leqslant a\leqslant -\dfrac{2}{3}$，故③正确，

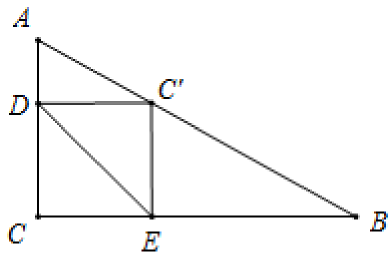
$\because \dfrac{4ac-b^2}{4a}>2$，$a<0$，$\therefore 4ac-b^2<8a$，故④错误.

答案：①②③

15.如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AC=3，BC=4，点 D，E 为 AC，BC 上两个动点，若将∠C 沿 DE 折叠，点 C 的对应点 C′ 恰好落在 AB 上，且△ADC′ 恰好为直角三角形，则此时 CD 的长为__________.



解析：①如图，当∠ADC′ =90°时，∠ADC′ =∠C，



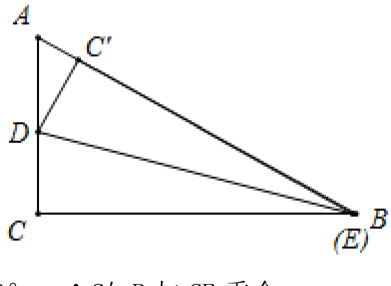
∴DC′ ∥CB，∴△ADC′ ∽△ACB，

又∵AC=3，BC=4，$\therefore \dfrac{AD}{DC'}=\dfrac{4}{3}$，

设 CD=C′ D=x，则 AD=3-x，$\therefore \dfrac{3-x}{x}=\dfrac{3}{4}$，解得 $x=\dfrac{12}{7}$，

经检验：$x=\dfrac{12}{7}$是所列方程的解，$\therefore CD=\dfrac{12}{7}$；

②如图，当∠DC′ A=90°时，∠DCB=90°，



由折叠可得，∠C=∠DC′ E=90°，∴C′ B 与 CE 重合，

由∠C=∠AC′ D=90°，∠A=∠A，可得△ADC′ ∽△ABC，

Rt△ABC 中，AB=5，$\therefore \dfrac{AD}{C'D}=\dfrac{AB}{CB}=\dfrac{5}{4}$，

设 CD=C′D=x，则 AD=3-x，$\therefore \dfrac{3-x}{x}=\dfrac{5}{4}$，解得 x=$\dfrac{4}{3}$，∴CD=$\dfrac{4}{3}$.

答案：$\dfrac{12}{7}$或$\dfrac{4}{3}$

三、解答题(共 8 小题，满分 75 分)

16.先化简，再求值：$\left(\dfrac{x+y}{x-y}-\dfrac{x-y}{x+y}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{y^2}\right)$，其中 x=2+$\sqrt{3}$，y=2−$\sqrt{3}$.

解析：根据分式的减法和乘法可以化简题目中的式子，然后将 x、y 的值代入化简后的式子即可解答本题.

答案：$\left(\dfrac{x+y}{x-y}-\dfrac{x-y}{x+y}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{y^2}\right)$

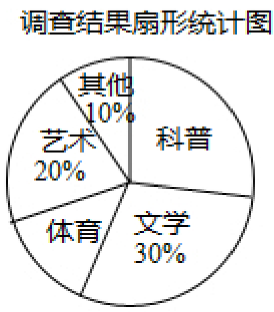
$=\dfrac{(x+y)^2-(x-y)^2}{(x-y)(x+y)}\cdot\dfrac{y^2-x^2}{x^2y^2}$

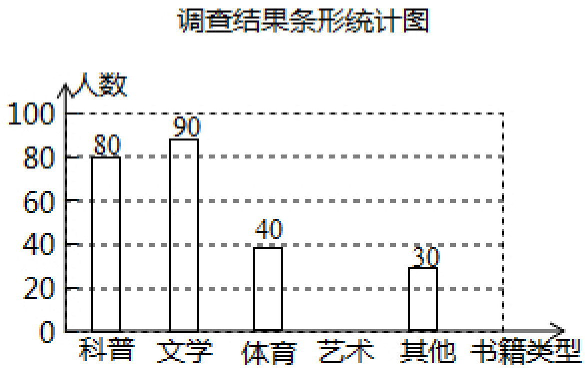
$=\dfrac{4xy}{(x-y)(x+y)}\cdot\dfrac{(y+x)(y-x)}{x^2y^2}$

$=-\dfrac{4}{xy}$，

当 x=2+$\sqrt{3}$，y=2−$\sqrt{3}$时，原式$=-\dfrac{4}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=-\dfrac{4}{4-3}=-4$.

17.2017 年 10 月 18 日至 10 月 24 日“中共十九大”在北京顺利召开，这次大会的主题是：不忘初心，牢记使命，高举中国特色社会主义伟大旗帜，决胜全面建成小康社会，夺取新时代中国特色社会主义伟大胜利，为实现中华民族伟大复兴的中国梦不懈奋斗.为实现中华民族的伟大复兴，某校图书馆计划购买一批新书以丰富学生的知识，为此，图书管理员随机抽取部分学生进行问卷调查，选项有科普、文学、体育、艺术和其他类图书，请学生选择最喜欢的种类(每人只限一类)，并将统计的数据绘制成如下不完整的扇形统计图和条形统计图：





(1)这次调查随机抽取的学生总人数是________名，扇形统计图中，最喜欢“体育”类书籍的学生所占圆心角的度数是________；

(2)请补全条形统计图；

(3)若该校共有 1800 名学生，请估计最喜欢“科普”类书籍的学生人数.

解析：(1)由文学类人数及其所占百分比可得总人数，再用 360° 乘以体育类人数所占比例可得；

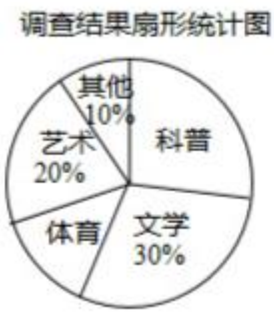
(2)用总人数乘以艺术类人数所占比例求得其人数，据此可补全条形图；

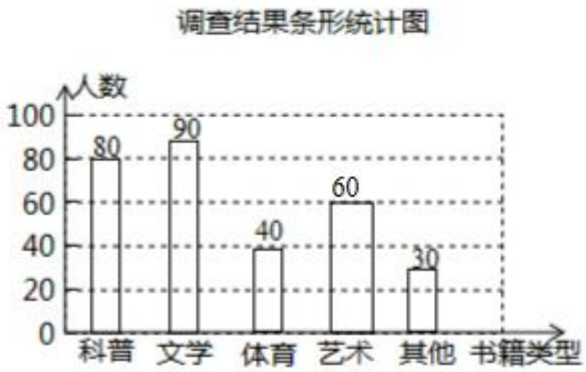
(3)总人数乘以样本中科普类人数所占比例可得.

答案：(1)这次调查随机抽取的学生总人数是 90÷30%=300 人，

扇形统计图中，最喜欢“体育”类书籍的学生所占圆心角的度数是 $360° \times \frac{40}{300}=48°$.

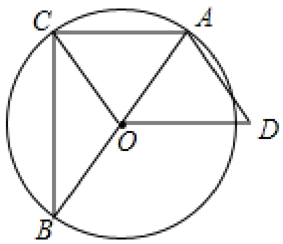
(2)艺术类的人数为 300×20%=60 人，补全条形图如下：





(3)估计最喜欢“科普”类书籍的学生有 $1800\times\frac{80}{300}=480$ 人.

18.如图，已知△ABC 内接于⊙O，AB 是直径，OD∥AC，AD=OC.



(1)求证：四边形 OCAD 是平行四边形；

(2)填空：①当∠B=_______时，四边形OCAD是菱形；②当∠B=_______时，AD与⊙O相切.

解析：(1)根据已知条件求得∠OAC=∠OCA=∠AOD=∠ADO，然后根据三角形内角和定理得出∠AOC=∠OAD，从而证得OC∥AD，即可证得结论；

(2)①若四边形OCAD是菱形，则AC=OC，从而证得OC=OA=AC，得出∠AOC=60°，即可求得∠B=$\frac{1}{2}$∠AOC=30°；

②若 AD 与⊙O 相切，根据切线的性质得出∠OAD=90°，根据 AD∥OC，内错角相等得出∠AOC=90°，从而求得∠B=$\frac{1}{2}$∠AOC=45°.

答案：(1)∵OA=OC，AD=OC，∴OA=AD，∴∠OAC=∠OCA，∠AOD=∠ADO，

∵OD∥AC，∴∠OAC=∠AOD，∴∠OAC=∠OCA=∠AOD=∠ADO，∴∠AOC=∠OAD，

∴OC∥AD，∴四边形OCAD是平行四边形；

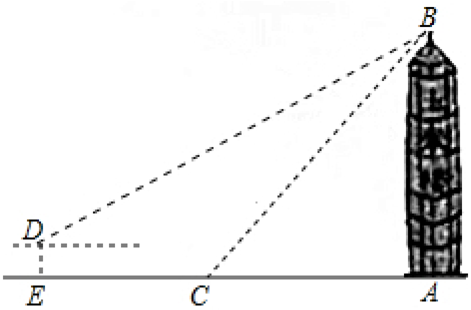
(2)①∵四边形OCAD是菱形，∴OC=AC，

又∵OC=OA，∴OC=OA=AC，∴∠AOC=60°，∴∠B=$\frac{1}{2}$∠AOC=30°；

②∵AD与⊙O相切，∴∠OAD=90°，

∵AD∥OC，∴∠AOC=90°，∴∠B=$\frac{1}{2}$∠AOC=45°.

19.被誉为“中原第一高楼”的郑州会展宾馆(俗称“玉米楼”)坐落在风景如画的如意湖畔，也是来郑州观光的游客留影的最佳景点.学完了三角函数知识后，刘明和王华决定用自己学到的知识测量“玉米楼”的高度.如图，刘明在点C处测得楼顶B的仰角为45°，王华在高台上的D处测得楼顶的仰角为40°.若高台DE高为5米，点D到点C的水平距离EC为47.4米，A，C，E三点共线，求“玉米楼”AB的高度.(参考数据：sin40°≈0.64，cos40°≈0.77，tan40°≈0.84，结果保留整数).



解析：作DM⊥AB于M，交BC于F，作CG⊥DM于G，设BM=x米，根据题意和正切的定义表示出DM、FM，列出方程，计算即可.

答案：作DM⊥AB于M，交BC于F，作CG⊥DM于G，

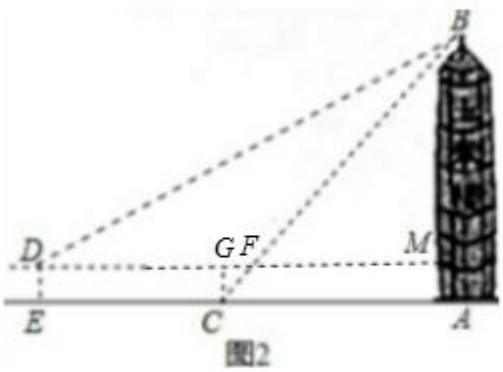


图2

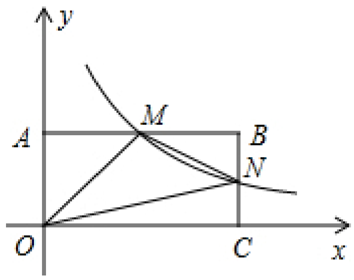
设 BM=x 米，由题意得，DG=47.4 米，CG=5 米，∠BFM=45°，∠BDM=40°，

则 GF=CG=5 米，DF=DG+GF=52.4 米，FM=BM=x 米，∴DM=$\frac{BM}{\tan\angle BDM}=\frac{x}{0.84}$，

∵DM-FM=DF，∴$\frac{x}{0.84}$-x=52.4，解得，x≈275，275+5=280(米).

答："玉米楼"AB 的高约为 280 米.

20.如图，在直角坐标系中，矩形 OABC 的顶点 O 与坐标原点重合，A、C 分别在坐标轴上，点 B 的坐标为(4，2)，直线 y=-$\frac{1}{2}$x+3 交 AB，BC 分别于点 M，N，反比例函数 y=$\frac{k}{x}$的图象经过点 M，N.



(1)求反比例函数的解析式；

(2)若点 P 在 y 轴上，且△OPM 的面积与四边形 BMON 的面积相等，求点 P 的坐标.

解析：(1)求出 OA=BC=2，将 y=2 代入 y=-$\frac{1}{2}$x+3 求出 x=2，得出 M 的坐标，进而将 x=4 代入 y=-$\frac{1}{2}$x+3 得：y=1，求出 N 点坐标，把 M 的坐标代入反比例函数的解析式即可求出答案；

(2)利用 $S_{四边形BMON}=S_{矩形OABC}-S_{\triangle AOM}-S_{\triangle CON}$，再求出 OP 的值，即可求出 P 的坐标.

答案：(1)∵B(4，2)，四边形 OABC 是矩形，∴OA=BC=2，

将 y=2 代入 y=-$\frac{1}{2}$x+3 得：x=2，∴M(2，2)，

将 x=4 代入 y=-$\frac{1}{2}$x+3 得：y=1，∴N(4，1)，

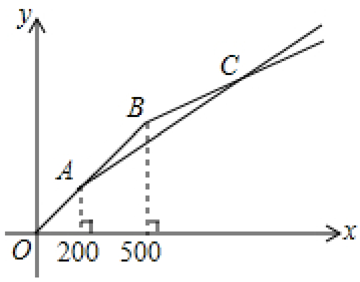
把 M 的坐标代入 y=$\frac{k}{x}$得：k=4，∴反比例函数的解析式是 y=$\frac{4}{x}$；

(2)由题意可得：$S_{四边形BMON}=S_{矩形OABC}-S_{\triangle AOM}-S_{\triangle CON}=4\times2-\frac{1}{2}\times2\times2-\frac{1}{2}\times4\times1=4$；

∵△OPM 的面积与四边形 BMON 的面积相等，∴$\frac{1}{2}$OP×AM=4，

∵AM=2，∴OP=4，∴点 P 的坐标是(0，4)或(0，-4).

21.“五一”期间，甲、乙两家商店以同样价格销售相同的商品，两家优惠方案分别为：甲店一次性购物中超过 200 元后的价格部分打七折；乙店一次性购物中超过 500 元后的价格部分打五折，设商品原价为 x 元(x≥0)，购物应付金额为 y 元.

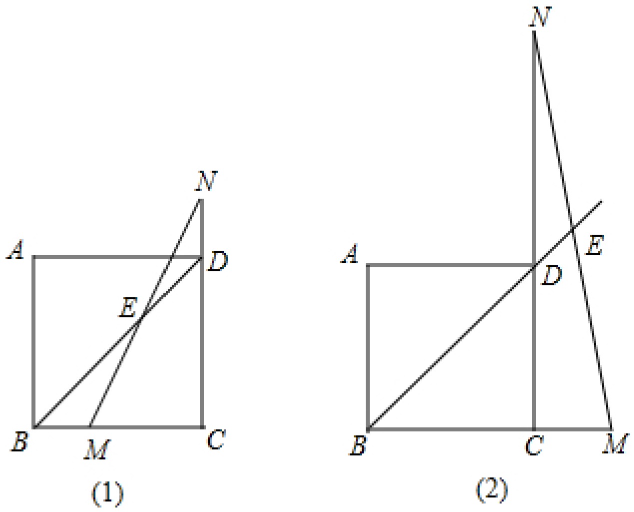


(1)求在甲商店购物时 y 与 x 之间的函数关系；
(2)两种购物方式对应的函数图象如图所示，求交点 C 的坐标；
(3)根据图象，请直接写出“五一”期间选择哪家商店购物更优惠.
解析：(1)根据题意分当 0≤x≤200 时，当 x＞200 时两种情形分别求出 y_1 即可.
(2)求出直线 BC，列方程组即可解决问题.
(3)利用图象即可解决问题.
答案：(1)当 0≤x≤200 时，y_1=x，
当 x＞200 时，y_1=0.7(x-200)+200=0.7x+60.
(2)直线 BC 解析式为 y=0.5(x-500)+500=0.5X+250，

由$\begin{cases} y=0.5x+250, \\ y=0.7x+60, \end{cases}$解得$\begin{cases} x=950, \\ y=725, \end{cases}$∴点 C 坐标(950，725).

(3)由图象可知，0≤x≤200 或 x=950 时，选择甲、乙两家费用一样.
200＜x＜950 时，选择甲费用优惠，
x＞950 时，选择乙费用优惠.

22.在正方形 ABCD 中，点 M 是射线 BC 上一点，点 N 是 CD 延长线上一点，且 BM=DN.直线 BD 与 MN 相交于 E.



(1)如图 1，当点 M 在 BC 上时，求证：BD-2DE=$\sqrt{2}$ BM；

(2)如图 2，当点 M 在 BC 延长线上时，BD、DE、BM 之间满足的关系式是_______；

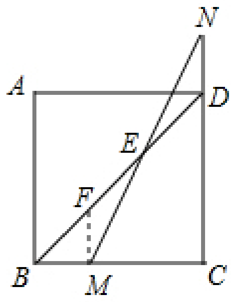
(3)在(2)的条件下，连接 BN 交 AD 于点 F，连接 MF 交 BD 于点 G，连接 CG. 若 DE=$\sqrt{2}$，且 AF：FD=1：2 时，求线段 DG 的长.

解析：(1)过点 M 作 MF⊥BC 交 BD 于点 F，推出 FM=DN，根据 AAS 证△EFM 和△EDN 全等，推出 DE=EF，根据正方形的性质和勾股定理求出即可；

(2)过点 M 作 MF⊥BC 交 BD 于点 F，推出 FM=DN，根据 AAS 证△EFM 和△EDN 全等，推出 DE=EF，根据正方形的性质和勾股定理求出即可；

(3)根据已知求出 CM 的长，证△ABF∽△DNF，得出比例式，代入后求出 CD 长，求出 FM 长即可.

答案：(1)过点 M 作 MF⊥BC 交 BD 于点 F，



(1)

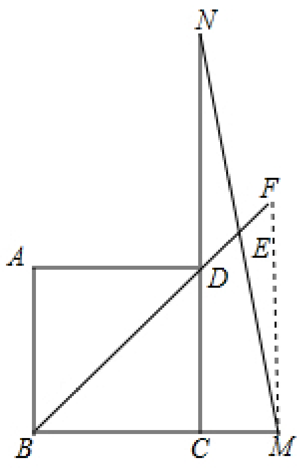
∵四边形 ABCD 是正方形，∴∠C=90°，∴FM∥CD，∴∠NDE=∠MFE，∴FM=BM，

∵BM=DN，∴FM=DN，

在△EFM 和△EDN 中，$\begin{cases}\angle NDE=\angle MFE,\\ \angle NED=\angle MEF,\\ DN=FM,\end{cases}$ ∴△EFM≌△EDN，∴EF=ED，∴BD-2DE=BF，

根据勾股定理得：BF=$\sqrt{2}$ BM，即 BD-2DE=$\sqrt{2}$ BM.

(2)过点 M 作 MF⊥BC 交 BD 于点 F，与(1)证法类似：$BD+\sqrt{2}DE=BF=\sqrt{2}BM$.



(2)

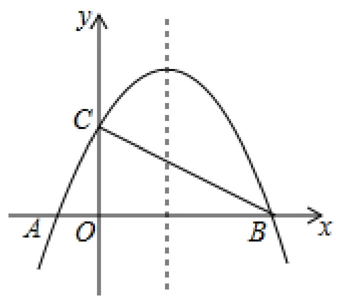
(3)由(2)知，BD+2DE=$\sqrt{2}$ BM，BD=$\sqrt{2}$ BC，

∵DE=$\sqrt{2}$，∴CM=2，∵AB∥CD，∴△ABF∽△DNF，∴AF：FD=AB：ND，

∵AF：FD=1：2，∴AB：ND=1：2，∴CD：ND=1：2，CD：(CD+2)=1：2，∴CD=2，∴FD=$\frac{4}{3}$，

∴FD：BM=1：3，∴DG：BG=1：3，∴DG=$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

23.如图，已知抛物线 y=-$\frac{1}{4}$x^2+bx+4 与 x 轴相交于 A，B 两点，与 y 轴相交于点 C，若已知 B 点的坐标为 B(8，0).



(1)求抛物线的解析式及其对称轴.
(2)连接 AC、BC，试判断△AOC 与△COB 是否相似？并说明理由.
(3)M 为抛物线上 BC 之间的一点，N 为线段 BC 上的一点，若 MN∥y 轴，求 MN 的最大值；
(4)在抛物线的对称轴上是否存在点 Q，使△ACQ 为等腰三角形？若存在，求出符合条件的 Q 点坐标；若不存在，请说明理由.
解析：(1)把点 B 的坐标代入抛物线解析式求出 b 的值，即可得到抛物线解析式，再根据对称轴方程列式计算即可得解；
(2)令 y=0，解方程求出点 A 的坐标，令 x=0 求出 y 的值得到点 C 的坐标，再求出 OA、OB、OC，然后根据对应边成比例，夹角相等的两个三角形相似证明；
(3)设直线 BC 的解析式为 y=kx+b，利用待定系数法求出解析式，再表示出 MN，然后根据二

次函数的最值问题解答；

(4)利用勾股定理列式求出AC，过点C作CD⊥对称轴于D，然后分①AC=CQ时，利用勾股定理列式求出DQ，分点Q在点D的上方和下方两种情况求出点Q到x轴的距离，再写出点的坐标即可；②点Q为对称轴与x轴的交点时，AQ=CQ，再写出点Q的坐标即可.

解析：(1)∵点B(8，0)在抛物线$y=-\frac{1}{4}x^2+bx+4$上，∴$-\frac{1}{4}\times 64+8b+4=0$，解得：$b=\frac{3}{2}$，

∴抛物线的解析式为$y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}+4$，对称轴为直线$x=\dfrac{-\frac{3}{2}}{2\times\left(-\frac{1}{4}\right)}=3$；

(2)△AOC∽△COB.

理由如下：令y=0，则$-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}+4=0$，即$x^2-6x-16=0$，

解得：$x_1=-2$，$x_2=8$，∴点A的坐标为(-2，0)，

令x=0，则y=4，∴点C的坐标为(0，4)，∴OA=2，OB=8，OC=4，

∵$\frac{OC}{OA}=\frac{OB}{OC}=2$，∠AOC=∠COB=90°，∴△AOC∽△COB；

(3)设直线BC的解析式为y=kx+b，

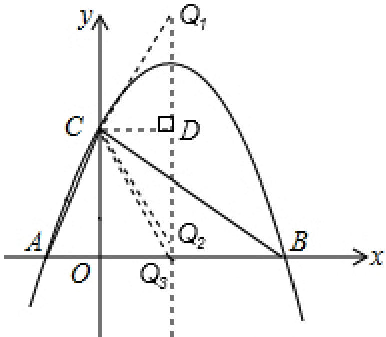
则$\begin{cases}8k+b=0,\\ b=4,\end{cases}$解得：$\begin{cases}k=-\frac{1}{2},\\ b=4,\end{cases}$∴直线BC的解析式为$y=-\frac{1}{2}x+4$，

∵MN∥y轴，

∴MN=$-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4-\left(-\frac{1}{2}x+4\right)=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4+\frac{1}{2}x-4=-4x^2+2x=-\frac{1}{4}(x-4)^2+4$，

∴当x=4时，MN的值最大，最大值为4；

(4)由勾股定理得，AC=$\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，过点C作CD⊥对称轴于D，则CD=3，



(4)题图

①AC=CQ时，DQ=$\sqrt{CQ^2-CD^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{5}\right)^2-3^2}=\sqrt{11}$，

点Q在点D的上方时，点Q到x轴的距离为$4+\sqrt{11}$，此时点$Q_1(3，4+\sqrt{11})$，点Q在点D

的下方时，点Q到x轴的距离为$4-\sqrt{11}$，此时点$Q_2(3，4-\sqrt{11})$，

②点Q为对称轴与x轴的交点时，AQ=5，CQ=$\sqrt{3^2+4^2}$=5，∴AQ=CQ，

此时，点$Q_3(3，0)$，

③当AC=AQ时，∵AC=$2\sqrt{5}$，点A到对称轴的距离为5，$2\sqrt{5}<5$，

∴这种情形不存在.

综上所述，点Q的坐标为(3，$4+\sqrt{11}$)或(3，$4-\sqrt{11}$)或(3，0)时，△ACQ为等腰三角形.