2005年普通高等学校招生全国统一考试（湖北卷）

数学试题卷（文史类）

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分. 满分150分. 考试时间120分钟.

第Ⅰ部分（选择题 共60分）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.

2．每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.答在试题卷上无效.

3．考试结束，监考人员将本试题卷和答题卡一并收回.

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个备选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．设P、Q为两个非空实数集合，定义集合P+Q=$\{a+b\,|\,a\in P,b\in Q\}$,若$P=\{0,2,5\}$,

$Q=\{1,2,6\}$，则P+Q中元素的个数是　　　　（　　）

A．9　　B．8　　C．7　　D．6

2．对任意实数a，b，c，给出下列命题：

①“$a=b$”是“$ac=bc$”充要条件；　②“$a+5$是无理数”是“a是无理数”的充要条件③“$a>b$”是“$a^2>b^2$”的充分条件；④“$a<5$”是“$a<3$”的必要条件.

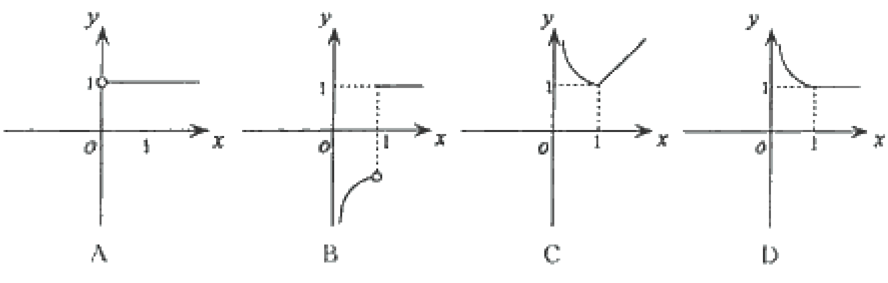
其中真命题的个数是　　　　（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

3．已知向量$\boldsymbol{a}$=（－2，2），$\mathbf{b}$=（5，k）.若$|\boldsymbol{a}+\mathbf{b}|$不超过5，则k的取值范围是　　（　　）

A．[－4，6]　　B．[－6，4]　　C．[－6，2]　　D．[－2，6]

4．函数$y=e^{|\ln x|}-|x-1|$的图象大致是　　　　（　　）



5．木星的体积约是地球体积的$240\sqrt{30}$倍，则它的表面积约是地球表面积的　　（　　）

A．60倍　　B．$60\sqrt{30}$倍　　C．120倍　　D．$120\sqrt{30}$倍

6．双曲线$\dfrac{x^2}{m}-\dfrac{y^2}{n}=1(mn\neq 0)$离心率为2，有一个焦点与抛物线$y^2=4x$的焦点重合，则$mn$的值为

（　　）

A．$\frac{3}{16}$　　B．$\frac{3}{8}$　　C．$\frac{16}{3}$　　D．$\frac{8}{3}$

7．在 $y=2^x, y=\log_2 x, y=x^2, y=\cos 2x$ 这四个函数中，当 $0<x_1<x_2<1$ 时，使 $f(\frac{x_1+x_2}{2})>\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$ 恒成立的函数的个数是（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

8．已知 a、b、c 是直线，β 是平面，给出下列命题：

①若 $a\perp b, b\perp c,$ 则 $a // c$；

②若 $a // b, b\perp c,$ 则 $a\perp c$；

③若 $a // \beta, b\subset\beta,$ 则 $a // b$；

④若 a 与 b 异面，且 $a // \beta,$ 则 b 与 β 相交；

⑤若 a 与 b 异面，则至多有一条直线与 a，b 都垂直.

其中真命题的个数是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

9．把一同排 6 张座位编号为 1，2，3，4，5，6 的电影票全部分给 4 个人，每人至少分 1 张，至多分 2 张，且这两张票具有连续的编号，那么不同的分法种数是（　　）

A．168　　B．96　　C．72　　D．144

10．若 $\sin\alpha+\cos\alpha=\tan\alpha(0<\alpha<\frac{\pi}{2}),$ 则 $\alpha\in$（　　）

A．$(0,\frac{\pi}{6})$　　B．$(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4})$　　C．$(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3})$　　D．$(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2})$

11．在函数 $y=x^3-8x$ 的图象上，其切线的倾斜角小于 $\frac{\pi}{4}$ 的点中，坐标为整数的点的个数是

（　　）

A．3　　B．2　　C．1　　D．0

12．某初级中学有学生 270 人，其中一年级 108 人，二、三年级各 81 人，现要利用抽样方法抽取 10 人参加某项调查，考虑选用简单随机抽样、分层抽样和系统抽样三种方案，使用简单随机抽样和分层抽样时，将学生按一、二、三年级依次统一编号为 1，2，…，270；使用系统抽样时，将学生统一随机编号 1，2，…，270，并将整个编号依次分为 10 段.如果抽得号码有下列四种情况：

①7，34，61，88，115，142，169，196，223，250；

②5，9，100，107，111，121，180，195，200，265；

③11，38，65，92，119，146，173，200，227，254；

④30，57，84，111，138，165，192，219，246，270；

关于上述样本的下列结论中，正确的是（　　）

A．②、③都不能为系统抽样　　B．②、④都不能为分层抽样

C．①、④都可能为系统抽样　　D．①、③都可能为分层抽样

第Ⅱ卷（非选择题 共90分）

注意事项：

第Ⅱ卷用0.5毫米黑色的签字或黑色墨水钢笔直接答在答题卡上.答在试题卷上无效.

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分．把答案填在答题卡相应位置上.

13．函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-2}}{x-3}\lg\sqrt{4-x}$ 的定义域是____________.

14．$(x^3-\dfrac{2}{x})^4+(x+\dfrac{1}{x})^8$ 的展开式中整理后的常数项等于__________.

15．函数 $y=|\sin x|\cos x-1$ 的最小正周期与最大值的和为______________.

16．某实验室需购某种化工原料106千克，现在市场上该原料有两种包装，一种是每袋35千克，价格为140元；另一种是每袋24千克，价格为120元. 在满足需要的条件下，最少要花费___________元.

三、解答题：本大题共6小题，共74分，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分12分）

已知向量 $\vec{a}=(x^2,x+1),\vec{b}=(1-x,t)$, 若函数 $f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}$ 在区间（－1，1）上是增函数，求t的取值范围.

18.（本小题满分12分）

在△ABC中，已知 $\tan B=\sqrt{3},\cos C=\dfrac{1}{3},AC=3\sqrt{6}$，求△ABC的面积.

19．（本小题满分 12 分）

设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 $S_n=2n^2$，$\{b_n\}$为等比数列，且$a_1=b_1, b_2(a_2-a_1)=b_1$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

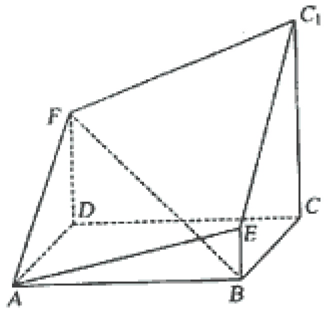
（Ⅱ）设$c_n=\dfrac{a_n}{b_n}$，求数列$\{c_n\}$的前 n 项和 T_n.

20．（本小题满分 12 分）

如图所示的多面体是由底面为 ABCD 的长方体被截面 AEC_1F 所截面而得到的，其中 AB=4，BC=2，$CC_1=3$，BE=1.

（Ⅰ）求 BF 的长；

（Ⅱ）求点 C 到平面 AEC_1F 的距离.



21.（本小题满分 12 分）

某会议室用 5 盏灯照明，每盏灯各使用灯泡一只，且型号相同.假定每盏灯能否正常照明只与灯泡的寿命有关，该型号的灯泡寿命为 1 年以上的概率为 p_1，寿命为 2 年以上的概率为 p_2.从使用之日起每满 1 年进行一次灯泡更换工作，只更换已坏的灯泡，平时不换.

（Ⅰ）在第一次灯泡更换工作中，求不需要换灯泡的概率和更换 2 只灯泡的概率；

（Ⅱ）在第二次灯泡更换工作中，对其中的某一盏灯来说，求该盏灯需要更换灯泡的概率；

（Ⅲ）当 $p_1=0.8$，$p_2=0.3$ 时，求在第二次灯泡更换工作，至少需要更换 4 只灯泡的概率（结果保留两个有效数字）.

22．（本小题满分 14 分）

设 A、B 是椭圆 $3x^2+y^2=\lambda$ 上的两点，点 N（1，3）是线段 AB 的中点，线段 AB 的垂直平分线与椭圆相交于 C、D 两点.

（Ⅰ）确定 λ 的取值范围，并求直线 AB 的方程；

（Ⅱ）试判断是否存在这样的 λ，使得 A、B、C、D 四点在同一个圆上？并说明理由.

2005 年普通高等学校招生全国统一考试

数学试题（文史类）参考答案

一、选择题：本题考查基本知识和基本运算，每小题 4 分，满分 16 分.

1．B　2．B　3．C　4．D　5．C　6．A　7．B　8．A　9．D　10．C　11．D　12．D

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算，每小题 4 分，满分 16 分.

13．$[2,3)\cup(3,4)$　　14．38　　15．$2\pi-\frac{1}{2}$　　16．500

三、解答题

17．本小题主要考查平面向量数量积的计算方法、利用导数研究函数的单调性，以及运用基本函数的性质分析和解决问题的能力.

解法 1：依定义 $f(x)=x^2(1-x)+t(x+1)=-x^3+x^2+tx+t,$

则$f'(x)=-3x^2+2x+t.$

若$f(x)$在$(-1,1)$上是增函数,则在$(-1,1)$上可设$f'(x)\geq 0.$

$\therefore\ f'(x)\geq 0\Leftrightarrow t\geq 3x^2-2x,$在区间$(-1,1)$上恒成立,考虑函数$g(x)=3x^2-2x,$

由于$g(x)$的图象是对称轴为$x=\frac{1}{3},$开口向上的抛物线，故要使$t\geq 3x^2-2x$在区间

（－1，1）上恒成立$\Leftrightarrow\ t\geq g(-1),$即$t\geq 5.$

而当$t \ge 5$时，$f'(x)$在$(-1,1)$上满足$f'(x) > 0$，即$f(x)$在$(-1,1)$上是增函数.

故t的取值范围是$t \ge 5$.

解法 2：依定义 $f(x) = x^2(1-x) + t(x+1) = -x^3 + x^2 + tx + t,$

$f'(x) = -3x^2 + 2x + t.$

若$f(x)$在$(-1,1)$上是增函数，则在$(-1,1)$上可设$f'(x) \ge 0$.

$\because$ $f'(x)$ 的图象是开口向下的抛物线，

$\therefore$当且仅当$f'(1) = t - 1 \ge 0$，且$f'(-1) = t - 5 \ge 0$时

$f'(x)$在$(-1,1)$上满足$f'(x) > 0$，即$f(x)$在$(-1,1)$上是增函数.

故t的取值范围是$t \ge 5$.

18．本小题主要考查正弦定理、余弦定理和三角形面积公式等基础知识，同时考查利用三角公式进行恒等变形的技能和运算能力.

解法 1：设 AB、BC、CA 的长分别为 c、a、b，

由$\tan B = \sqrt{3}$，得$B = 60^\circ$，$\therefore \sin B = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos B = \dfrac{1}{2}$.

又$\sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，应用正弦定理得

$$c = \frac{b \sin C}{\sin B} = \frac{3\sqrt{6} \times 2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 8.$$

$$\therefore \sin A = \sin(B + C) = \sin B \cos C + \cos B \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

故所求面积$S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} bc \sin A = 6\sqrt{2} + 8\sqrt{3}$.

解法 3：同解法 1 可得 c=8.

又由余弦定理可得

$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B,\text{即}54=a^2+64-2a\times 8\times\frac{1}{2},\therefore a^2-8a+10=0.$$

所得$a_1=4+\sqrt{6},a_2=4-\sqrt{6}.\because B=60^\circ,0^\circ<C<90^\circ,\therefore 30^\circ<A<120^\circ.$

由$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$得,$a=\dfrac{b}{\sin B}\cdot\sin A>\dfrac{b}{\sin B}\cdot\sin 30^\circ=\dfrac{3\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\cdot\dfrac{1}{2}=3\sqrt{2}>3,$

而$a_2=4-\sqrt{6}<3$,舍去,故$a=4+\sqrt{6}.$

故所求面积 $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=6\sqrt{2}+8\sqrt{3}.$

19．本小题主要考查等差数列、等比数列基本知识和数列求和的基本方法以及运算能力.

解：(1)：当$n=1$时,$a_1=S_1=2;$

当$n\geq 2$时,$a_n=S_n-S_{n-1}=2n^2-2(n-1)^2=4n-2,$

故$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=4n-2$,即$\{a_n\}$是$a_1=2$,公差$d=4$的等差数列.

设$\{b_n\}$的通项公式为q,则$b_1qd=b_1,d=4,\therefore q=\dfrac{1}{4}.$

故$b_n=b_1q^{n-1}-2\times\dfrac{1}{4^{n-1}}$,即$\{b_n\}$的通项公式为$b_n=\dfrac{2}{4^{n-1}}.$

(II) $\because c_n=\dfrac{a_n}{b_n}=\dfrac{4n-2}{\frac{2}{4^{n-1}}}=(2n-1)4^{n-1},$

$\therefore T_n=c_1+c_2+\cdots+c_n=[1+3\times 4^1+5\times 4^2+\cdots+(2n-1)4^{n-1}],$

$4T_n=[1\times 4+3\times 4^2+5\times 4^3+\cdots+(2n-3)4^{n-1}+(2n-1)4^n]$

两式相减得

$3T_n=-1-2(4^1+4^2+4^3+\cdots+4^{n-1})+(2n-1)4^n=\dfrac{1}{3}[(6n-5)4^n+5]$

$\therefore T_n=\dfrac{1}{9}[(6n-5)4^n+5].$

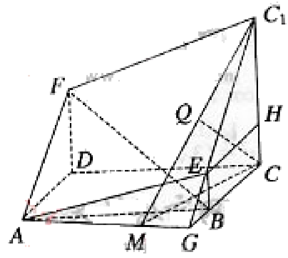
20．本小题主要考查线面关系和空间距离的求法等基础知识，同时考查空间想象能力和推理运算能力.

解法 1：(Ⅰ)过 E 作 EH//BC 交 CC_1 于 H，则 CH=BE=1，EH//AD，且 EH=AD.

又∵AF∥EC_1，∴∠FAD=∠C_1EH.

∴Rt△ADF≌Rt△EHC_1.　∴DF=C_1H=2.

$\therefore BF=\sqrt{BD^2+DF^2}=2\sqrt{6}.$



(Ⅱ)延长 C_1E 与 CB 交于 G，连 AG，

则平面 AEC_1F 与平面 ABCD 相交于 AG.

过 C 作 CM⊥AG，垂足为 M，连 C_1M，

由三垂线定理可知 AG⊥C_1M.由于 AG⊥面 C_1MC，且

AG⊂面 AEC_1F，所以平面 AEC_1F⊥面 C_1MC.在 Rt△C_1CM 中，作 CQ⊥MC_1，垂足为 Q，则 CQ 的长即为 C 到平面 AEC_1F 的距离.

由$\dfrac{EB}{CC_1}=\dfrac{BG}{CG}$可得,$BG=1$,从而$AG=\sqrt{AB^2+BG^2}=\sqrt{17}$.

由$\angle GAB=\angle MCG$知,$CM=3\cos MCG=3\cos GAB=3\times\dfrac{4}{\sqrt{17}}=\dfrac{12}{\sqrt{17}}$,

$$\therefore CQ=\frac{CM\times CC_1}{MC_1}=\frac{3\times\dfrac{12}{\sqrt{17}}}{\sqrt{3^2+\dfrac{12^2}{17}}}=\frac{4\sqrt{33}}{11}.$$

解法 2：(I）建立如图所示的空间直角坐标系，则 D（0，0，0），B（2，4，0），A（2，0，0），C（0，4，0），E（2，4，1），C_1（0，4，3）.设 F（0，0，z）.

∵AEC_1F 为平行四边形，

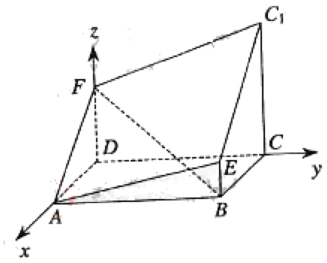
$\therefore$由AEC_1F为平行四边形,

$\therefore$由$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{EC_1}$得,$(-2,0,z)=(-2,0,2)$,

$\therefore z=2.\therefore F(0,0,2)$.

$\therefore \overrightarrow{EF}=(-2,-4,2)$.

于是$|\overrightarrow{BF}|=2\sqrt{6}$,即$BF$的长为$2\sqrt{6}$.



（II）设 $\overrightarrow{n_1}$ 为平面 AEC_1F 的法向量，

显然$\overrightarrow{n_1}$不垂直于平面ADF,故可设$\overrightarrow{n_1}=(x,y,1)$

由$\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AE}=0,\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AF}=0,\end{cases}$得$\begin{cases}0\times x+4\times y+1=0\\ -2\times x+0\times y+2=0\end{cases}$

即$\begin{cases}4y+1=0,\\ -2x+2=0,\end{cases}\therefore\begin{cases}x=1,\\ y=-\dfrac{1}{4}.\end{cases}$

又$\overrightarrow{CC_1}=(0,0,3)$,设$\overrightarrow{CC_1}$与$\overrightarrow{n_1}$ 的夹角为 a，则

$$\cos\alpha=\frac{\overrightarrow{CC_1}\cdot\overrightarrow{n_1}}{|\overrightarrow{CC_1}|\cdot|\overrightarrow{n_1}|}=\frac{3}{3\times\sqrt{1+\dfrac{1}{16}+1}}=\frac{4\sqrt{33}}{33}.$$

∴C 到平面 AEC_1F 的距离为

$$d=|\overrightarrow{CC_1}|\cos\alpha=3\times\frac{4\sqrt{33}}{33}=\frac{4\sqrt{33}}{11}.$$

21．本小题主要考查概率的基础知识和运算能力，以及运用概率的知识分析和解决实际问题能力.

解：（I）在第一次更换灯泡工作中，不需要换灯泡的概率为 p_1^5，需要更换 2 只灯泡的概率为

$C_5^2 p_1^3(1-p_1)^2$；

（II）对该盏灯来说，在第 1、2 次都更换了灯泡的概率为（1-p_1）^{2}；在第一次未更换灯泡而在第二次需要更换灯泡的概率为 $p_1(1-p_2)$，故所求的概率为

$$p=(1-p_1)^2+p_1(1-p_2);$$

（III）至少换 4 只灯泡包括换 5 只和换 4 只两种情况，换 5 只的概率为 p^5（其中 p 为（II）中所求，下同）换 4 只的概率为 $C_5^1 p^4$（1-p），故至少换 4 只灯泡的概率为

$$p_3=p^5+C_5^1p^4(1-p).$$

又当 $p_1=0.8, p_2=0.3$ 时, $p=0.2^2+0.8\times0.7=0.6$

$\therefore\ p_3=0.6^5+5\times0.6^4\times0.4=0.34.$

即满2年至少需要换4只灯泡的概率为0.34.

22．本小题主要考查直线、圆和椭圆等平面解析几何的基础知识以及推理运算能力和综合解决问题的能力.

（I）解法 1：依题意，可设直线 AB 的方程为 $y=k(x-1)+3$, 代入 $3x^2+y^2=\lambda$，整理得

$$(k^2+3)x^2-2k(k-3)x+(k-3)^2-\lambda=0. \quad ①$$

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$, 则 x_1,x_2 是方程①的两个不同的根，

$$\therefore \Delta=4[\lambda(k^2+3)-3(k-3)^2]>0 \quad ②$$

且 $x_1+x_2=\dfrac{2k(k-3)}{k^2+3}$. 由 $N(1,3)$ 是线段 AB 的中点，得

$$\frac{x_1+x_2}{2}=1, \therefore k(k-3)=k^2+3.$$

解得 k=-1，代入②得，λ>12，即 λ 的取值范围是（12，+∞）.

于是，直线 AB 的方程为 $y-3=-(x-1)$, 即 $x+y-4=0.$

解法 2：设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$, 则有

$$\begin{cases}3x_1^2+y_1^2=\lambda,\\ 3x_2^2+y_2^2=\lambda\end{cases} \Rightarrow 3(x_1-x_2)(x_1+x_2)+(y_1-y_2)(y_1+y_2)=0.$$

依题意，$x_1\neq x_2, \therefore k_{AB}=-\dfrac{3(x_1+x_2)}{y_1+y_2}.$

$\because N(1,3)$是AB的中点,$\therefore x_1+x_2=2, y_1+y_2=6,$从而$k_{AB}=-1.$
又由$N(1,3)$在椭圆内,$\lambda>3\times1^2+3^2=12.$
$\therefore \lambda$的取值范围是$(12,+\infty).$
直线AB的方程为$y-3=-(x-1),$即$x+y-4=0.$

（II）解法 1：$\because CD$垂直平分$AB,\therefore$直线CD的方程为$y-3=x-1,$即$x-y-2=0.$代入椭圆方程，整理得

$4x^2+4x+4-\lambda=0.$　③

又设$C(x_3,y_3),D(x_4,y_4),CD$的中点为$M(x_0,y_0),$则x_3,x_4是方程③的两根，

$\therefore x_3+x_4=-1,$且$x_0=\frac{1}{2}(x_3+x_4)=-\frac{1}{2}, y_0=x_0+2=\frac{3}{2},$
即$M(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}).$

于是由弦长公式可得

$|CD|=\sqrt{1+(-\frac{1}{k})^2}\cdot|x_3-x_4|=\sqrt{2(\lambda-3)}.$　④

将直线 AB 的方程 $x+y-4=0,$代入椭圆方程得

$4x^2-8x+16-\lambda=0.$　⑤

同理可得

$|AB|=\sqrt{1+k^2}\cdot|x_1-x_2|=\sqrt{2(\lambda-12)}.$　⑥

$\because$当$\lambda>12$时,$\sqrt{2(\lambda-3)}>\sqrt{2(\lambda-12)}.,\therefore|AB|<|CD|.$

假设在在λ>12，使得 A、B、C、D 四点共圆，则 CD 必为圆的直径，点 M 为圆心.点 M 到直线 AB 的距离为

$$d=\frac{|x_0+y_0-4|}{\sqrt{2}}=\frac{|-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}-4|}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}.\qquad ⑦$$

于是，由④、⑥、⑦式和勾股定理可得

$|MA|^2=|MB|^2=d^2+|\frac{AB}{2}|^2=\frac{9}{2}+\frac{\lambda-12}{2}=\frac{\lambda-3}{2}=|\frac{CD}{2}|^2.$

故当$\lambda>12$时，A、B、C、D 四点均在以 M 为圆心，$\frac{|CD|}{2}$为半径的圆上.

（注：上述解法中最后一步可按如下解法获得：

A、B、C、D 共圆$\Leftrightarrow$△ACD 为直角三角形，A 为直角$\Leftrightarrow|AN|^2=|CN|\cdot|DN|,$即

$$(\frac{|AB|}{2})^2=(\frac{|CD|}{2}+d)(\frac{|CD|}{2}-d).\qquad ⑧$$

由⑥式知，⑧式左边=$\frac{\lambda-12}{2}$.

由④和⑦知，⑧式右边=$(\frac{\sqrt{2(\lambda-3)}}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2})(\frac{\sqrt{2(\lambda-3)}}{2}-\frac{3\sqrt{2}}{2})$

$$=\frac{\lambda-3}{2}-\frac{9}{2}=\frac{\lambda-12}{2},$$

∴⑧式成立，即 A、B、C、D 四点共圆

解法 2：由（II）解法 1 及$\lambda>12$.

$\because CD$垂直平分AB, $\therefore$ 直线CD方程为$y-3=x-1$, 代入椭圆方程，整理得

$$4x^2+4x+4-\lambda=0.\qquad ③$$

将直线 AB 的方程 $x+y-4=0$, 代入椭圆方程，整理得

$$4x^2-8x+16-\lambda=0.\qquad ⑤$$

解③和⑤式可得　$x_{1,2}-\frac{2\pm\sqrt{\lambda-12}}{2}, x_{3,4}=\frac{-1\pm\sqrt{\lambda-3}}{2}$.

不妨设 $A(1+\frac{1}{2}\sqrt{\lambda-12},3-\frac{1}{2}\sqrt{\lambda-12}), C(\frac{-1-\sqrt{\lambda-3}}{2},\frac{3-\sqrt{\lambda-3}}{2}), D(\frac{-1+\sqrt{\lambda-3}}{2},\frac{3+\sqrt{\lambda-3}}{2})$

$$\therefore \overrightarrow{CA}=(\frac{3+\sqrt{\lambda-12}+\sqrt{\lambda-3}}{2},\frac{3+\sqrt{\lambda-3}-\sqrt{\lambda-12}}{2})$$

$$\overrightarrow{DA}=(\frac{3+\sqrt{\lambda-12}-\sqrt{\lambda-3}}{2},\frac{3-\sqrt{\lambda-3}-\sqrt{\lambda-12}}{2})$$

计算可得$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{DA}=0$，∴A 在以 CD 为直径的圆上.

又 B 为 A 关于 CD 的对称点，∴A、B、C、D 四点共圆.

（注：也可用勾股定理证明 AC⊥AD）