

2006 年大连市初中毕业升学统一考试数学试卷

本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题（本题共 8 小题，共 24 分）

- 如图 1，在平面直角坐标系中，点 E 的坐标是（ ）
A. (1, 2) B. (2, 1) C. (-1, 2) D. (1, -2)
- 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $BC=4$ ，则 $\sin A$ 的值是（ ）
A. $4/3$ B. $4/5$ C. $3/4$ D. $3/5$
- 如图 2， $Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle DEF$ ，则 $\angle E$ 的度数为（ ）
A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°
- 下列各式运算结果为 X^8 的是（ ）
A. $X^4 \cdot X^4$ B. $(X^4)^4$ C. $X^{16 \div 2}$ D. $X^4 + X^4$
- 小伟五次数学考试成绩分别为：86 分、78 分、80 分、85 分、92 分，李老师想了解小伟数学学习变化情况，则李老师最关注小伟数学成绩的（ ）
A. 平均数 B. 众数 C. 中位数 D. 方差
- 如图 3，数轴上点 N 表示的数可能是（ ）
A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$
- 如图 4，点 A、B、C、D、E、F、G、H、K 都是 7×8 方格纸中的格点，为使 $\triangle DEM \sim \triangle ABC$ ，则点 M 应是 F、G、H、K 四点中的（ ）
A. F B. G C. H D. K
- 图 5 能折叠成的长方体是（ ）

二、填空题（本题共 7 小题，每小题 3 分，共 21 分）

- 2 的绝对值是_____。
- 某水井水位最低时低于水平面 5 米，记为 -5 米，最高时低于水平面 1 米，则水井水位 h 米中 h 的取值范围是_____。
- 已知两圆的圆心距 O_1O_2 为 3， $\odot O_1$ 的半径为 1， $\odot O_2$ 的半径为 2，则 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的位置关系为_____。
- 如图 6，点 P 是 $\odot O$ 外一点，PA 切 $\odot O$ 于点 A， $\angle O=60^\circ$ ，则 $\angle P$ 的度数为_____。
- 大连某小区准备在每两幢楼房之间，开辟面积为 300 平方米的一块长方形绿地，并且长比宽多 10 米，设长方形绿地的宽为 x 米，则可列方程为_____。
- 如图 7，双曲线 $y=k/x$ 与直线 $y=mx$ 相交于 A、B 两点，B 点坐标为 (-2, -3)，则 A 点坐标为_____。
- 图 8 是二次函数 $y=ax^2-x+a^2-1$ 的图像，则 a 的值是_____。

三、解答题（本题共 5 小题，共 48 分）

- 已知方程 $\frac{1}{x-1}=1$ 的解是 k，求关于 x 的方程 $x^2+kx=0$ 的解。
- 如图 9，已知 $\angle 1 = \angle 2$ ， $AB=AC$ ，求证： $BD=CD$ 。（要求：写出证明过程中的重要依据）
- 某社区要调查社区居民双休日的学习状况，采用下列调查方式：
(1) 从一幢高层住宅楼中选取 200 名居民；
(2) 从不同住宅楼中随机选取 200 名居民；

-
- (3) 选取社区内 200 名在校学生。
- (1) 上述调查方式最合理的是_____。
- (2) 将最合理的调查方式得到的数据制成扇形统计图（如图 10-1）和频数分布直方图（如图 10-2）在这个调查中，200 名居民双休日在家学习的有_____人；
- (3) 请估计该社区 2000 名居民双休日学习时间不少于 4 小时的人数。

19. 如图 11，点 O、B 坐标分别为 (0, 0)、(3, 0)，将 $\triangle OAB$ 绕 O 点按逆时针方向旋转 90° 到 $\triangle OA'B'$ 。

- (1) 画出 $\triangle OA'B'$ ；
- (2) 点 A' 的坐标为_____；
- (3) 求 BB' 的长。

20. 小明为了检验两枚六个面分别刻有点数 1、2、3、4、5、6 的正六面体骰子的质量是否都合格，在相同的条件下，同时抛两枚骰子 20000 次，结果发现两个朝上面的点数和是 7 的次数为 20 次，你认为这两枚骰子质量是否都合格（合格标准为：在相同条件下抛骰子时，骰子各个面朝上的机会相等）？并说明理由。

四、解答题（本题共 3 小题，共 23 分）

21. 早晨小欣与妈妈同时从家里出发，步行与骑自行车到方向相反的两地上学与上班，图 12 是他们离家的路程 y （米）与时间 x （分）的函数图像。妈妈骑车走了 10 分时接到小欣的电话，即以原速骑车前往小欣学校，并与小欣同时到达学校。已知小欣步行速度为每分 50 米，求小欣家与学校距离及小欣早晨上学需要的时间。

22. 甲、乙两工程队分别承担一条 2 千米公路的维修工作。甲队有一半时间每天维修公路 x 千米，另一半时间每天维修公路 y 千米。乙队维修前 1 千米公路时，每天维修 x 千米；维修后 1 千米公路时，每天维修 y 千米 ($x \neq y$)。

- (1) 求甲、乙两队完成任务需要的时间（用含 x 、 y 代数式表示）；
- (2) 问甲、乙两队哪队先完成任务？

23. 如图 13-1，图 13-2 分别是两个相同正方形、正六边形，其中一个正多边形的顶点在另一个正多边形外接圆圆心 O 处。

- (1) 求图 13-1 中，重叠部分面积与阴影部分面积之比；
- (2) 求图 13-2 中，重叠部分面积与阴影部分面积之比（直接写出答案）；
- (3) 根据前面探索和图 13-3，你能否将本题推广到一般的正 n 边形情况 (n 为大于 2 的偶数)？若能，写出推广问题和结论；若不能，请说明理由。

五、解答题和附加题（本题共 3 小题，共 34 分；附加题 5 分）

24. 小明为了通过描点法作出函数 $y=x^2-x+1$ 的图像，先取自变量 x 的 7 个值满足：

$x_2-x_1=x_3-x_2=\dots=x_7-x_6=d$ ，再分别算出对应的 y 值，列表表 1：

表 1：

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
y	1	3	7	13	21	31	43

记 $m_1=y_2-y_1$ ， $m_2=y_3-y_2$ ， $m_3=y_4-y_3$ ， $m_4=y_5-y_4$ ， \dots ， $s_1=m_2-m_1$ ， $s_2=m_3-m_2$ ， $s_3=m_4-m_3$ ， \dots

- (1) 判断 s_1 、 s_2 、 s_3 之间关系，并说明理由；
- (2) 若将函数“ $y=x^2-x+1$ ”改为“ $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$)”，列表表 2：

表 2：

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Y	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7

其他条件不变，判断 s_1 、 s_2 、 s_3 之间关系，并说明理由；

- (3) 小明为了通过描点法作出函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图像，列表表 3：

表 3：

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Y	10	50	110	190	290	412	550

由于小明的粗心，表 3 中有一个 y 值算错了，请指出算错的 y 值（直接写答案）。

25. 如图 14-1，P 为 Rt $\triangle ABC$ 所在平面内任意一点（不在直线 AC 上）， $\angle ACB=90^\circ$ ，M 为 AB 边中点。

操作：以 PA、PC 为邻边作平行四边形 PADC，连结 PM 并延长到点 E，使 $ME=PM$ ，连结 DE。

探究：(1) 请猜想与线段 DE 有关的三个结论；

(2) 请你利用图 14-2、图 14-3 选择不同位置的点 P 按上述方法操作；

(3) 经历 (2) 之后，如果你认为你写的结论是正确的，请加以证明；如果你认为你写的结论是错误的，请用图 14-2 或图 14-3 加以说明；（注意：错误的结论，只要你用反例给予说明也得分）

(4) 若将“Rt $\triangle ABC$ ”改为“任意 $\triangle ABC$ ”，其他条件不变，利用图 14-4 操作，并写出与线段 DE 有关的结论（直接写答案）。

26. 如图 15，点 P ($-m, m^2$) 是抛物线 E: $y=x^2$ 上一点，将抛物线 E 沿 x 轴正方向平移 $2m$ 个单位得到抛物线 F，抛物线 F 的顶点为 B，抛物线 F 交抛物线 E 于点 A，点 C 是 x 轴上点 B 左侧一动点，点 D 是射线 AB 上一点，且 $\angle ACD=\angle POM$ 。问 $\triangle ACD$ 能否为等腰三角形？若能，求点 C 的坐标；若不能，请说明理由。

说明：(1) 如果你反复探索，没有解决问题，请写出探索过程（要求至少写 3 步）；(2) 在你完成 (1) 之后，可以从①、②中选取一个条件，完成解答（选取①得 7 分；选取②得 10 分）。① $m=1$ ；② $m=2$ 。

附加题：如图 16，若将 26 题“点 C 是 x 轴上点 B 左侧一动点”改为“点 C 是直线 $y=-m^2$ 上点 N 左侧一动点”，其他条件不变，探究 26 题中的问题。

数学答案（仅供参考）

一、选择题

1. A; 2. B; 3. C; 4. A; 5. D; 6. B; 7. C; 8. D

二、填空题

9. 2; 10. $-5 \leq h \leq -1$; 11. 外切; 12. 30° ; 13. $x(x+10) = 300$;
14. (2, 3); 15. 1.

三、解答题

16. 解: $\frac{1}{x-1} = 1$,

方程两边同时乘以 $(x-1)$, 得 $1 = x-1$ (3分)

解得 $x=2$ (4分)

经检验, $x=2$ 是原方程的解, 所以原方程的解为 $x=2$ (5分)

即 $k=2$ (6分)

把 $k=2$ 代入 $x^2+kx=0$, 得 $x^2+2x=0$ (7分)

解得 $x_1=0, x_2=-2$ (9分)

17. 证明: 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$AB=AC$ (1分)

$\angle 1 = \angle 2$ (2分)

$AD=AD$ (4分)

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SAS) (7分)

$\therefore BD=CD$ (全等三角形对应边相等) (9分)

18. 解: (1) ② (3分)

(2) 120 (6分)

(3) $\frac{24+50+16+36+6+10}{200}$ (7分) $= 0.71$ (8分)

$2000 \times 0.71 = 1420$ (人) (9分)

估计该社区 2000 名居民双休日学习时间不少于 4 小时的人数为 1420 人。(10分)

19. 解: (1) 如图 1, 图形正确 (其中 A' 、 B' 点对一个得 1 分) (3分)

(2) $(-2, 4)$ (6分)

(3) $\because OB=OB', \angle BOB' = 90^\circ$ (8分)

$\therefore BB'^2 = OB^2 + OB'^2 = 2OB^2 = 2 \times 3^2 = 18$ (9分)

$\therefore BB' = 3\sqrt{2}$ (10分)。

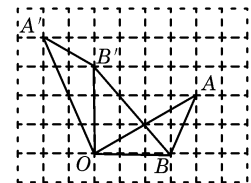


图1

20. 解: 两枚骰子质量都不合格 (1分)。

同时抛两枚骰子两个朝上面点数和有以下情况: 2、3、4、5、6、

7、3、4、5、6、7、8, 4、5、6、7、8、9, 5、6、7、8、9、10, 6、7、8、9、10、11, 7、8、9、10、11、12 (7分)

\therefore 出现两个面朝上面点数和为 7 的概率为 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 0.167$ (8分)

试验 20000 次出现两个朝上面点数和为 7 的频率为 $\frac{20}{20000} = 0.001$ (9分)

因为大数次试验的频率接近概率, 而 0.001 和 0.167 相差很大。 \therefore 两枚骰子质量都不

合格。(10分)

四、解答题

21. 解:

方法一:

由图像知, 妈妈骑车的速度为 $2500 \div 10 = 250$ (米/分) (1分),

设小欣家与学校距离为 y 米 (2分),

根据题意, 得 $\frac{y}{50} = \frac{y+2500}{250} + 10$ (5分),

解得 $y = 1250$ (6分),

$\frac{1250}{50} = 25$ (7分),

答: 小欣家与学校距离为 1250 米, 小欣早晨上学需要的时间为 25 分。(8分)

方法二:

由图像知, 妈妈骑车的速度为 $2500 \div 10 = 250$ (米/分) (1分),

设小欣上学需要步行 x 分 (2分),

根据题意, 得 $50x = 250(x-10) - 2500$ (5分),

解得 $x = 25$ (6分)

$50x = 50 \times 25 = 1250$ (7分)。

答: 小欣家与学校距离为 1250 米, 小欣早晨上学需要的时间为 25 分钟。

方法三:

设直线 OB 的解析式为 $y = kx$, \because 当 $x = 10$ 时, $10 \times 50 = 500$, \therefore 直线 OB 经过点 (10, 500) (1分)

$\therefore 500 = 10k$, 解得 $k = 50$, \therefore 直线 OB 的解析式为 $y = 50x$ (2分)。

设直线 AB 的解析式为 $y = mx + b$, 由题意可知, C 点坐标为 (20, 0)

\therefore 直线 AB 经过点 A (10, -2500)、C (20, 0)

$\therefore -2500 = 10m + b$, $0 = 20m + b$ 解得 $m = 250$, $b = -5000$ $\therefore y = 250x - 5000$ (6分),

解得 $x = 25$, $y = 1250$ 。

答: 小欣家与学校距离为 1250 米, 小欣早晨上学需要的时间为 25 分钟。

方法四:

由图像知, 妈妈骑车的速度为 $2500 \div 10 = 250$ (米/分)。(1分),

设妈妈骑车赶往小欣学校需要 x 分, 则小欣步行上学需要 $(x+10)$ 分。(2分)

根据题意, 得 $50(x+10) = 250x - 2500$, (5分)

解得 $x = 15$ 。(6分)

$\therefore x+10 = 25$, $50(x+10) = 50(15+10) = 1250$, (7分)

答: 小欣家与学校距离为 1250 米, 小欣早晨上学需要的时间为 25 分。(8分)

方法五:

如图 2, 过点 B 作 $BD \perp x$ 轴, 垂足为 D, 过点 A 作 $AE \perp x$ 轴, 垂足为 E, 则 BD 为小欣家与学校的距离, OD 为小欣步行上学需要的时间。

由题意知, $\tan \angle BOD = 50$ 。(1分)

$\tan \angle AOC = \frac{2500}{10} = 250$ 。

由题意知, $OE = EC = 10$, $AE \perp OC$,

$\therefore OA = AC$, $\angle AOC = \angle ACO$ 。

$\therefore \angle AOC = \angle BCD$, $\therefore \angle BCD = \angle AOC$ 。

$$\therefore \tan \angle BCD = \tan \angle AOC = 250. \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{在 Rt}\triangle BOD \text{ 中, } \tan \angle BOD = \frac{BD}{OD}, \therefore OD = \frac{BD}{\tan \angle BOD} = \frac{BD}{50}. \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{在 Rt}\triangle BOD \text{ 中, } \tan \angle BCD = \frac{BD}{CD}, \therefore CD = \frac{BD}{\tan \angle BCD} = \frac{BD}{250}. \quad (4 \text{ 分})$$

$$\because OD - CD = OC = 20E = 20, \therefore \frac{BD}{50} - \frac{BD}{250} = 20. \quad (5 \text{ 分})$$

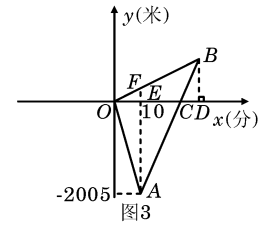
$$\therefore BD = 1250. \quad (6 \text{ 分})$$

$$\therefore OD = \frac{BD}{50} = \frac{1250}{50} = 25. \quad (7 \text{ 分})$$

答: 小欣家与学校距离为 1250 米, 小欣早晨上学需要的时间为 25 分. (8 分)

方法六:

如图 3; 过点 B 作 $BD \perp x$ 轴, 垂足为 D, 过点 A 作 $AE \perp x$ 轴, 垂足为 E, AE 的延长线交 OB 于 F, 则 BD 为小欣家与学校的距离, OD 为小欣步行上学需要的时间.



由题意知, $OE = EC = 10$, $EF = 50 \times 10 = 500$. (1 分)

$\because AF \perp x$ 轴, $BD \perp x$ 轴,

$$\therefore AF \parallel BD \quad \therefore \frac{BD}{EF} = \frac{OD}{OE}. \quad (2 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{BD}{500} = \frac{20 + CD}{10} = 2 + \frac{CD}{10}. \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{又 } \because AF \parallel BD, \therefore \frac{BD}{EF} = \frac{CD}{CE}, \therefore \frac{BD}{2500} = \frac{CD}{10}. \quad (4 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{BD}{500} = 2 + \frac{BD}{2500}. \quad (5 \text{ 分})$$

$$\therefore BD = 1250. \quad (6 \text{ 分})$$

$$\therefore CD = 5,$$

$$\therefore OD = OC + CD = OE + EC + CD = 10 + 10 + 5 = 25. \quad (7 \text{ 分})$$

答: 小欣家与学校距离为 1250 米, 小欣早晨上学需要的时间为 25 分. (8 分)

22. 解:

(1) 方法一:

$$\text{甲队完成任务需要的时间为 } 2 \div \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y \right). \quad (1 \text{ 分})$$

$$= \frac{4}{x + y}. \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{乙队完任务需要的时间为 } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \quad (3 \text{ 分})$$

$$= \frac{x + y}{xy}. \quad (4 \text{ 分})$$

所以甲、乙两队完成任务需要的时间分别为 $\frac{4}{x+y}$ 天、 $\frac{x+y}{xy}$ 天。

方法二：

设甲队、乙队完成任务需要的时间分别为 t_1 天、 t_2 天，

根据题意，得 $\frac{t_1}{2} \cdot x + \frac{t_1}{2} \cdot y = 2$. (1分)

$$= \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = t_2. \quad (2 \text{分})$$

$$\therefore t_1 = \frac{4}{x+y}. \quad (3 \text{分})$$

$$t_2 = \frac{x+y}{xy}. \quad (4 \text{分})$$

所以甲、乙两队完成任务需要的时间分别为 $\frac{4}{x+y}$ 天、 $\frac{x+y}{xy}$ 天。

(2) 方法一：

$$t_1 - t_2 = \frac{4}{x+y} - \frac{x+y}{xy} \quad (5 \text{分})$$

$$= \frac{4xy - (x+y)^2}{xy \cdot (x+y)} = \frac{-(x-y)^2}{xy(x+y)} \quad (6 \text{分})$$

$\because x \neq y, x > 0, y > 0, \therefore (x-y)^2 > 0, xy(x+y) > 0.$

$$\therefore -(x-y)^2 < 0, \therefore \frac{-(x-y)^2}{xy(x+y)} < 0, \quad (7 \text{分})$$

即 $t_1 - t_2 < 0, \therefore t_1 < t_2. \therefore$ 甲队先完成任务。(8分)

方法二：

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{4}{x+y} \div \frac{x+y}{xy} \quad (5 \text{分})$$

$$= \frac{4xy}{(x+y)^2} \quad (6 \text{分})$$

$\because x \neq y, \therefore (x-y)^2 > 0, x^2 + y^2 > 2xy,$
 $x^2 + 2xy + y^2 > 4xy, \therefore (x+y)^2 > 4xy.$

$$\therefore \frac{4xy}{(x+y)^2} < 1. \quad (7 \text{分})$$

即 $\frac{t_1}{t_2} < 1$, $\because t_2 > 0$, $\therefore t_1 < t_2$. \therefore 甲队先完成任务. (8分)

23. 解:

(1) 方法一:

连结 OA, OB, 过点 O 作 $OM \perp AB$, 垂足为 M.

\because 点 O 是正方形 ABCD 外接圆圆心,

$\therefore OA = OB$. \because 正方形 ABCD, $\therefore OM = \frac{1}{2} AB$,

$\therefore S_{\triangle ABO} = \frac{1}{4} S_{\text{正方形 ABCD}}$ (1分)

$\because \angle AOB = 90^\circ$, $\therefore \angle OAF = \angle OBE = 45^\circ$. (2分)

又 $\because \angle A'OC' = 90^\circ$.

$\angle AOF + \angle A'OB' = \angle A'OB + \angle BOE = 90^\circ$, $\therefore \angle AOF = \angle BOE$.

$\therefore \triangle AOF \cong \triangle BOE$. (3分)

$\therefore S_{\triangle AOF} = S_{\triangle BOE}$

\therefore 重叠部分面积 $= S_{\triangle BOF} + S_{\triangle BOE} = S_{\triangle BOF} + S_{\triangle AOF} = S_{\triangle ABO} = \frac{1}{4} S_{\text{正方形 ABCD}}$

$\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{3}{4} S_{\text{正方形 ABCD}}$

\therefore 重叠部分面积与阴影部分面积之比为 1:3. (4分)

方法二:

过正方形 ABCD 的外接圆圆心 O 分别作 $OM \perp AB$ 、 $ON \perp BC$, 垂足分别为 M、N.

\because 正方形 ABCD,

$\therefore AB = BC$,

$\therefore OM = ON = \frac{1}{2} AB$. (1分)

$\because \angle ABC = 90^\circ$,

\therefore 四边形 MBNO 为矩形.

$\because OM = ON$,

\therefore 四边形 MBNO 为正方形.

$\therefore S_{\text{正方形 MBNO}} = \frac{1}{4} S_{\text{正方形 ABCD}}$ (2分)

$\because \angle FOE = 90^\circ$,

$\therefore \angle FOM + \angle MOE = \angle MOE + \angle EON = 90^\circ$

$\therefore \angle FOM = \angle EON$.

$\therefore \triangle FOM \cong \triangle EON$. (3分)

$\therefore S_{\triangle FOM} = S_{\triangle EON}$.

\therefore 重叠部分面积 $= S_{\triangle FOM} + S_{\text{四边形 MBNO}} + S_{\triangle EON} = S_{\text{正方形 MBNO}} = \frac{1}{4} S_{\text{正方形 ABCD}}$.

$\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{3}{4} S_{\text{正方形 ABCD}}$.

\therefore 重叠部分面积与阴影部分面积之比为 1:3 (4分)

(2) 1:2; (5分)

(3) 两个要同的正 n (n 为大于 2 的偶数) 边形, 其中一个正 n 边形的顶点在另一个正 n 边形的外接圆圆心 O 处, 求两个正 n 边形重叠部分面积与阴影部分面积之比. (6 分)

答案为 $(n-2):(n+2)$. (7 分)

五、解答题

24. 解: (1) $S_1=S_2=S_3$

$$m_1=y_2-y_1=3-1=2,$$

同理 $m_2=4, m_3=6, m_4=8$ (1 分)

$$\therefore S_1=m_2-m_1=4-2=2.$$

同理 $S_2=2, S_3=2$ (2 分)

$$\therefore S_1=S_2=S_3 \text{ (3 分)}$$

(2) $S_1=S_2=S_3$.

方法一:

$$m_1=y_2-y_1=ax_2^2+bx_2+c-(ax_1^2+bx_1+c)$$

$$=d[2(x_2+x_1)+b]. \text{ (4 分)}$$

$$m_2=y_3-y_2=2ax_3^2+bx_3+c-(2ax_2^2+bx_2+c)$$

$$=d[2(x_3+x_2)+b]. \text{ (5 分)}$$

$$\text{同理 } m_3=d[2(x_4+x_3)+b]$$

$$m_4=d[2(x_3+x_4)+b]. \text{ (6 分)}$$

$$s_1=m_2-m_1=d[2(x_3+x_2)+b]-d[2(x_2+x_1)+b]$$

$$=2ad^2. \text{ (9 分)}$$

$$\text{同理 } s_2=2ad^2. \text{ (8 分)}$$

$$\therefore s_1=s_2=s_3. \text{ (10 分)}$$

方法二:

$$\because x_2-x_1=d, \therefore x_2=x_1+d,$$

$$\therefore m_1=y_2-y_1=2ax_1^2+bx_1+c-(ax_1^2+bx_1+c)$$

$$=d[a(2x_1+d)+b]. \text{ (4 分)}$$

$$\text{又 } \because x_3-x_2=d, \therefore x_3=x_2+d,$$

$$\therefore m_2=y_3-y_2=2ax_2^2+bx_2+c-(ax_2^2+bx_2+c)$$

$$=d[a(2x_2+d)+b]. \text{ (5 分)}$$

$$\text{同理 } m_3=d[a(2x_2+d)+b]. \text{ (5 分)}$$

$$m_4=d[a(2x_4+d)+b]. \text{ (6 分)}$$

$$s_1=m_2-m_1=d[a(2x_3+d)+b]-d[a(2x_1+d)+b]$$

$$=2ad^2. \text{ (7 分)}$$

$$\text{同理 } s_2=2ad^2. \text{ (8 分)}$$

$$s_3=2ad^2. \text{ (9 分)}$$

(3) 412. (12 分)

25. 解: (1) $DE \parallel BC, DE=BC, DB \perp AC$. (3 分)

(2) 如图 4, 如图 5 (每图 1 分). (5 分)

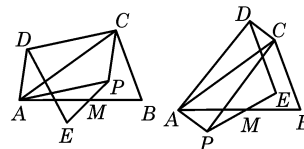


图4

图5

(3) 方法一:

如图 6, 连结 BE, $\because PM=ME, AM=MB, \angle PMA=\angle EMB$.

$$\therefore \triangle PMA \cong \triangle EMB. \text{ (6 分)}$$

$$\therefore PA=BE, \angle MPA=\angle MEB, \therefore PA \parallel BE. \text{ (7 分)}$$

$$\because PADC, \therefore PA \parallel DC, PA=DC.$$

$\therefore BE \parallel DC, BE = DC, (8 \text{ 分})$
 \therefore 四边形 DEBC 是平行四边形. (9 分)
 $\therefore DE \parallel BC, DE = BC. (10 \text{ 分})$
 $\because \angle ACB = 90^\circ, \therefore BC \perp AC. \therefore BE \perp AC. (11 \text{ 分})$

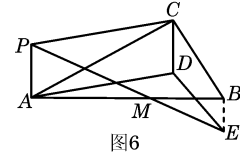


图6

方法二:

如图 7, 连结 BE、PB、AE,

$\because PM = ME, AM = MB, \therefore$ 四边形 PAEB 是平行四边形. (6 分)
 $\therefore PA \parallel BE, PA = BE. (7 \text{ 分})$

余下部分同方法一.

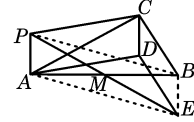


图7

方法三: 如图 8, 连结 PD, 交 AC 于 N, 连结 MN,

如图 10, $\because AC = AD, \therefore \angle ACD = \angle ADC.$

$\therefore \angle ADC = \angle ACD = \angle ABC, \therefore$ 点 D 与点 B 重合, 点 C 与点 O 重合,

\therefore C 点坐标为 $(0, 0).$ (4 分)

当 $CD = CA$ 时,

方法一:

如图 11, $\because CD = CA, \therefore \angle CAD = \angle CDA. \because \angle ABC = \angle AOB,$

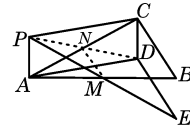


图8

$\therefore \angle CBD = \angle AOC. (5 \text{ 分})$

$\because \angle ACD = \angle ABC, \text{ 又 } \because \angle ABC = \angle BCD + \angle ADC,$

$\angle ACD = \angle BCD + \angle ACB,$

$\therefore \angle ADC = \angle ACB, \therefore \triangle BCD \cong \triangle OAC, \therefore BC = OA. (6 \text{ 分})$

在 $\text{Rt} \triangle AOH$ 中, $OA^2 = OH^2 + AH^2 = m^2 + (m^2)^2,$

$\therefore BC = OA - OB = m\sqrt{1+m^2}.$

$\therefore OC = BC - OB = m\sqrt{1+m^2} - 2m,$

\therefore C 点坐标为 $(2m - m\sqrt{1+m^2}, 0).$ (7 分)

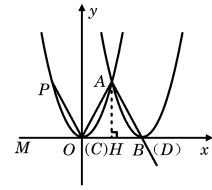


图10

方法二:

如图 11, $\because CA = CD, \therefore \angle CAD = \angle CDA.$

又 $\because \angle ACD = \angle ABC, \angle CAB = \angle DAC, (5 \text{ 分})$

$\therefore \triangle ACB \sim \triangle ADC, \therefore \angle ACB = \angle CDA, \therefore \angle CAD = \angle ACB, \therefore BC = AB.$

$\therefore BC = OA. (6 \text{ 分})$

余下部分同方法一.

当 $DA = DC$ 时,

如图 12, $\because DA = DC, \therefore \angle DAC = \angle ACD.$

$\because \angle ACD = \angle ABC, \therefore \angle ABC = \angle ADC = \angle AOB,$

\therefore 点 D 与点 B 重合, 点 C 与点 O 重合, \therefore C 点坐标为 $(0, 0).$ (4 分)

当 $CA = CD$ 时,

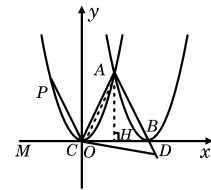


图11

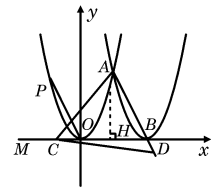


图12

方法一:

如图 14, $\because CA=CD, \therefore \angle CAD=\angle CDA.$

$\because \angle ACB=\angle AOB+\angle OAC, \therefore \angle ACD+\angle DCB=\angle AOB+\angle OAC,$
 $\therefore \angle DCB=\angle OAC. (5分)$

又 $\because \angle AOB=\angle ABC, \therefore \triangle BCD\cong\triangle OAC, \therefore BC=OA.$

在 $Rt\triangle AOB$ 中, $OB^2=OA^2+AB^2=2OA^2,$

$\therefore 4=2OA^2, \therefore OA=\sqrt{2}.$

$\therefore OC=OB-BC=OB-OA=2-\sqrt{2},$

$\therefore C$ 点坐标为 $(2-\sqrt{2}, 0).$ (6分)

方法二:

如图 14, $\because CA=CD, \therefore \angle CAD=\angle CDA.$

又 $\because \angle ACD=\angle ABC, \angle CAD=\angle BAC, (5分)$

$\therefore \triangle ACD\sim\triangle ABC, \therefore \angle CDA=\angle ACB.$

$\therefore \angle CAD=\angle ACB, \therefore AB=BC$

在 $Rt\triangle AOB$ 中, $OB^2+OA^2+AB^2=2AB^2,$

$\therefore 4=2AB^2, \therefore AB=\sqrt{2}.$

$\therefore BC=\sqrt{2}, \therefore OC=OB-BC=2-\sqrt{2},$

$\therefore C$ 点坐标为 $(2-\sqrt{2}, 0).$ (6分)

当 $DA=DC$ 时,

如图 15, $\because DA=DC, \therefore \angle ACD=\angle DAC.$

$\because \angle ACD=45^\circ, \therefore \angle DAC=45^\circ, \because \angle OAB=90^\circ,$

$\therefore AC$ 平分 $\angle OAB,$ 又 $\because AO=AB, \therefore C$ 是 OB 中点,

$\therefore C$ 点坐标为 $(1, 0).$ (7分)

选择条件②

当 $m=2$ 时, P 点坐标为 $(-2, 4),$ 由平移的性质得, A 点坐标为 $(2, 4), B$ 点坐标为 $(4, 0).$ (3分)

连结 $OA,$ 过 A 点作 $AH\perp x$ 轴, 垂足为 $H,$

$\therefore H$ 点坐标为 $(2, 0), AH=4, OH=BH=2,$

$\therefore AB=AO, \therefore \angle ABC=\angle AOB.$

由已知可得, $OP\parallel AB, \therefore \angle ABC=\angle POM,$

$\therefore OC=BC-OB=2\sqrt{5}-4, \therefore C$ 点坐标为 $(4-2\sqrt{5}, 0).$ (8分)

方法二:

如图 17, $\because CA=CD, \therefore \angle CAD=\angle CDA. \therefore \angle ACD=\angle ABC,$

又 $\because \angle CAD=\angle BAC, (6分)$

$\therefore \triangle ACD\sim\triangle ABC, \therefore \angle CDA=\angle ACB, \therefore \angle CAD=\angle ACB.$

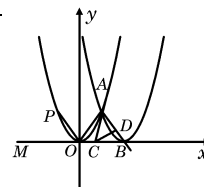


图14

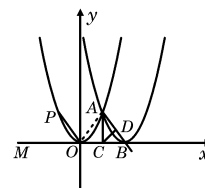


图15

$\therefore AB=BC$. (7分)

在 $Rt\triangle ABH$ 中, $AB^2=AH^2+BH^2=4^2+2^2=20$.

$\therefore BC=AB=2\sqrt{5}$,

$\therefore OC=BC-OB=2\sqrt{5}-4$.

$\therefore C$ 点坐标为 $(4-2\sqrt{5}, 0)$. (8分)

当 $DA=DC$ 时,

如图 18, $\therefore DA=DC$, $\therefore \angle DAC=\angle ACD$.

$\therefore \angle ACD=\angle ABC$, $\therefore \angle DAC=\angle ABC$.

$\therefore AC=BC$. (9分)

在 $Rt\triangle ACH$ 中, $AC^2=AH^2+CH^2$,

$\therefore (4-x)^2=4^2+(2-x)^2$, $\therefore x=-1$.

$\therefore C$ 点坐标为 $(-1, 0)$. (10分)

附加题:

解: $\triangle ACD$ 能为等腰三角形.

设 C 点坐标为 $(x, -m^2)$.

由 26 题知, H 点坐标为 $(m, 0)$, $AH=m^2$.

设 AH 延长线交 $y=-m^2$ 于点 Q , $\therefore Q$ 点坐标为 $(m, -m^2)$, $AQ=2m^2$,

$\therefore AH=HQ$, $\therefore ON=2BH=2m$.

$\therefore N$ 点坐标为 $(3m, -m^2)$. (1分)

由题意知, $OB\parallel CN$. $\therefore \angle ABO=\angle ANC$.

由 26 题知, $\angle POM=\angle ABO$,

又 $\therefore \angle ACD=\angle POM$, $\therefore \angle ACD=\angle ANC$.

若 $\triangle ACD$ 为等腰三角形, 则 $AC=AD$, 或 $CD=CA$, 或 $DA=DC$.

当 $AC=AD$ 时,

如图 19, $\therefore AC=AD$, $\therefore \angle ACD=\angle ADC$.

$\therefore \triangle PADC$, $\therefore AN=NC$, $PN=ND$. (6分)

$\therefore AM=BM$, $AN=NC$, (7分)

$\therefore MN\parallel BC$, $MN=\frac{1}{2}BC$. (8分)

又 $\therefore PN=ND$, $PM=ME$, $\therefore MN\parallel DE$, $MN=\frac{1}{2}DE$. (9分)

$\therefore DE\parallel BC$, $DE=BC$. (10分)

$\therefore \angle ACB=90^\circ$, $\therefore BC\perp AC$. $\therefore DE\perp AC$. (11分)

(4) 如图 9, $DE\parallel BC$, $BE=BC$. (12分)

(说明: (1) 问写错一个结论, 后来能找出反例加以说明, (1) 问得 1 分, (3) 问也得 1 分, 此时, 其他证明得 5 分)

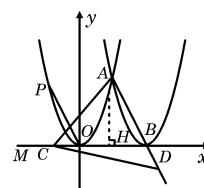


图18

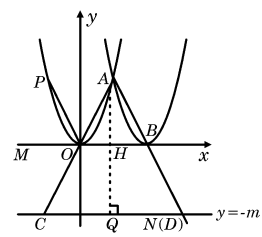


图19

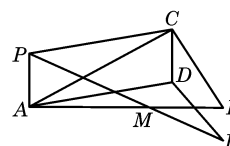


图9

26. 解: $\triangle ACD$ 能为等腰三角形.

由平移的性质可得, A 点坐标为 (m, m^2) , B 点坐标为 $(2m, 0)$. (1分)

设C点坐标为 $(x, 0)$. 过A点作 $AH \perp x$ 轴, 垂足为H, 连结AO,
 \because A点坐标为 (m, m^2) , \therefore H点坐标为 $(m, 0)$. $AH = m^2$.
 \because B点坐标为 $(2m, 0)$, $\therefore OH = BH = m$.
 $\therefore AB = AO$, $\therefore \angle ABC = \angle AOB$, 由已知可得, $AB \parallel OP$, $\therefore \angle ABC = \angle POM$.
 又 $\because \angle ACD = \angle POM$, $\therefore \angle ACD = \angle ABC = \angle AOB$. (2分)
 若 $\triangle ACD$ 为等腰三角形, 则 $AC = AD$, 或 $CD = CA$, 或 $DA = DC$. (3分)
 当 $AC = AD$ 时,
 $\because \angle ACD = \angle ABC$, $\therefore \angle DAC = \angle ABC$, $\therefore AC = BC$. (8分)
 $\because BC = 2m - x$, $\therefore AC = 2m - x$.
 在 $Rt\triangle ACH$ 中, $AC^2 = AH^2 + CH^2$,
 $\therefore (2m - x)^2 = (m^2)^2 + (m - x)^2$. (9分)

$$\therefore x = \frac{3m - m^3}{2}. \therefore C \text{ 点坐标为 } \left(\frac{3m - m^3}{2}, 0 \right). \text{ (10分)}$$

探索过程一:

由已知可得, $AB \parallel OP$, $\therefore \angle ABC = \angle POM$. (1分)
 $\therefore \angle ACD = \angle POM$, $\therefore \angle ACD = \angle POM = \angle ABC$. (2分)

探索过程二:

若 $\triangle ACD$ 为等腰三角形, 则有三种可能, 即 $AC = AD$, 或 $CD = CA$, 或 $DA = DC$. (1分)

当 $AC = AD$ 时, $\therefore \angle ACD = \angle ADC$. (2分)

选择条件①

当 $m = 1$ 时, P点坐标为 $(-1, 1)$, 由平移性质可得, A点坐标为 $(1, 1)$, B点坐标为 $(2, 0)$. (3分)

过A点作 $AH \perp x$ 轴, 垂足为H, 连结AO, \therefore H点坐标为 $(1, 0)$, $AH = 1$, $OH = BH = 1$. $\therefore AB = AO$,

$$\therefore \angle ABC = \angle AOB = 45^\circ, \angle OAB = 90^\circ.$$

由已知可得, $OP \parallel AB$, $\therefore \angle ABC = \angle POM$.

$$\text{又} \because \angle ACD = \angle POM, \therefore \angle ACD = \angle ABC = \angle AOB = 45^\circ$$

若 $\triangle ACD$ 为等腰三角形, 则有三种可能, 即 $AC = AD$, 或 $CD = CA$, 或 $DA = DC$.

当 $AC = AD$ 时,

如图13, $\because AC = AD$, $\therefore \angle ACD = \angle ADC$.

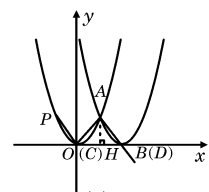


图13

$$\text{又} \because \angle ACD = \angle POM, \therefore \angle ACD = \angle ABC = \angle AOB.$$

若 $\triangle ACD$ 为等腰三角形, 则有三种可能, 即 $AC = AD$, 或 $CD = CA$, 或 $DA = DC$.

当 $AC = AD$ 时,

如图16, $\because AC = AD$, $\therefore \angle ACD = \angle ADC$.

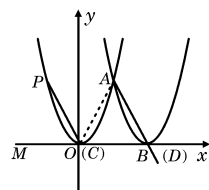


图16

$$\text{又} \because \angle ACD = \angle ABC = \angle AOB,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ABC = \angle AOB = \angle ADC. \text{ (4分)}$$

\therefore 点D与点B重合, 点C与点O重合,

\therefore C点坐标为 $(0, 0)$. (5分)

当 $CA = CD$ 时,

方法一:

如图 17, $\because CA=CD, \therefore \angle CAD=\angle CDA$.

$$\because \angle ABC = \angle ADC + \angle BCD,$$

$$\text{又} \because \angle ACD = \angle ACB + \angle BCD, \angle ACD = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ACB. \quad (6 \text{ 分})$$

$$\text{又} \because \angle ABC = \angle AOB, \therefore \angle CBD = \angle AOC,$$

$$\therefore \triangle CBD \cong \triangle AOC, \therefore BC = OA. \quad (7 \text{ 分})$$

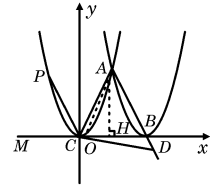


图17

在 $\text{Rt}\triangle AOH$ 中, $OA^2 = AH^2 + OH^2 = 4^2 + 2^2 = 20, \therefore BC = OA = 2\sqrt{5}$.

$$\therefore \angle ADC = \angle ACD = \angle ANC, \therefore \text{点 } D \text{ 与点 } N \text{ 重合.}$$

$$\therefore CQ = QN, \therefore CQ = 2m,$$

$$\therefore C \text{ 点是坐标为 } (-m, -m^2) \quad (2 \text{ 分})$$

当 $CD=CA$ 时,

如图 20, $\because CD=CA, \therefore \angle ADC = \angle CAD$.

$$\because \angle ACD = \angle ANC, \angle CAD = \angle NAC,$$

$$\therefore \triangle ACN \sim \triangle ADC, \therefore \angle CAN = \angle ADC,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle CAN, \therefore CN = AN. \quad (3 \text{ 分})$$

在 $\text{Rt}\triangle ANQ$ 中,

$$AN^2 = AQ^2 + NQ^2 = (2M^2)^2 + (2M)^2 = 4M^4 + 4M^2,$$

$$\therefore CN = AN = 2M\sqrt{1+m^2},$$

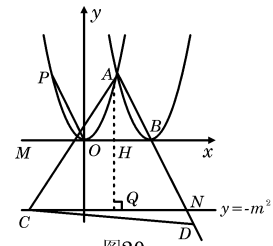


图20

$$\therefore CE = CN - EN = 2m\sqrt{1+m^2} - 3m,$$

$$\therefore C \text{ 点坐标为 } (3m - 2m\sqrt{1+m^2}, -m^2). \quad (4 \text{ 分})$$

当 $DA=DC$ 时,

如图 21, $\because DA=DC, \therefore \angle DAC = \angle ACD$.

$$\because \angle ACD = \angle ANC, \therefore \angle ANC = \angle DAC. \therefore CN = AC.$$

在 $\text{Rt}\triangle ACQ$ 中, $AC^2 = AQ^2 + CQ^2,$

$$\therefore (3m-x)^2 = (2m^2)^2 + (m-x)^2, \therefore x = 2m - m^3.$$

$$\therefore C \text{ 点坐标为 } (2m - m^3, -m^2). \quad (5 \text{ 分})$$

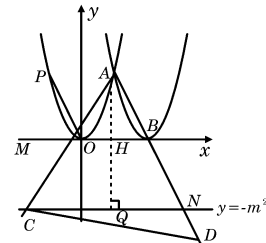


图21