

2014 年山东省临沂市中考真题数学

一、选择题(本大题共 14 小题, 每小题 3 分, 共 42 分)在每小题所给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分)-3 的相反数是()

A. 3

B. -3

C. $\frac{1}{3}$

D. $-\frac{1}{3}$

解析: -3 的相反数是 3,

答案: A.

2. (3 分)根据世界贸易组织(WTO)秘书处初步统计数据, 2013 年中国货物进出口总额为 4160000000000 美元, 超过美国成为世界第一货物贸易大国. 将这个数据用科学记数法可以记为()

A. 4.16×10^{12} 美元

B. 4.16×10^{13} 美元

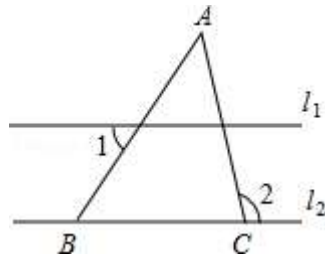
C. 0.416×10^{12} 美元

D. 416×10^{10} 美元

解析: $4\ 160\ 000\ 000\ 000 = 4.16 \times 10^{12}$.

答案: A.

3. (3 分)如图, 已知 $l_1 \parallel l_2$, $\angle A = 40^\circ$, $\angle 1 = 60^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为()



A. 40°

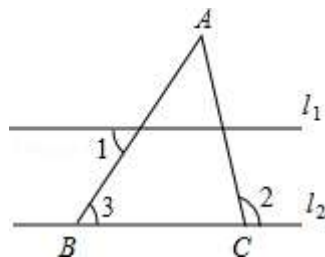
B. 60°

C. 80°

D. 100°

解析: $\because l_1 \parallel l_2, \therefore \angle 3 = \angle 1 = 60^\circ, \therefore \angle 2 = \angle A + \angle 3 = 40^\circ + 60^\circ = 100^\circ$.

答案: D.



4. (3分) 下列计算正确的是()

- A. $a+2a=3a^2$
- B. $(a^2b)^3=a^6b^3$
- C. $(a^m)^2=a^{m+2}$
- D. $a^3 \cdot a^2=a^6$

解析: A、 $a+2a=3a$, 故本选项错误;

B、 $(a^2b)^3=a^6b^3$, 故本选项正确;

C、 $(a^m)^2=a^{2m}$, 故本选项错误;

D、 $a^3 \cdot a^2=a^5$, 故本选项错误.

答案: B.

5. (3分) 不等式组 $-2 \leq x+1 < 1$ 的解集, 在数轴上表示正确的是()

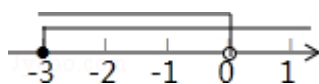
- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

解析: \because 由题意可得 $\begin{cases} x+1 \geq -2 \text{ ①} \\ x+1 < 1 \text{ ②} \end{cases}$,

由①得, $x \geq -3$,

由②得, $x < 0$, $\therefore -3 \leq x < 0$,

在数轴上表示为:



答案: B.

6. (3分) 当 $a=2$ 时, $\frac{a^2-2a+1}{a^2} \div (\frac{1}{a}-1)$ 的结果是()

- A. $\frac{3}{2}$
- B. $-\frac{3}{2}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $-\frac{1}{2}$

解析: 原式 = $\frac{(a-1)^2}{a^2} \div \frac{1-a}{a} = \frac{(a-1)^2}{a^2} \cdot \frac{a}{1-a} = \frac{1-a}{a}$,

当 $a=2$ 时，原式 $= \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2}$

答案：D.

7. (3分) 将一个 n 边形变成 $n+1$ 边形，内角和将()

- A. 减少 180°
- B. 增加 90°
- C. 增加 180°
- D. 增加 360°

解析： n 边形的内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ， $n+1$ 边形的内角和是 $(n-1) \cdot 180^\circ$ ，
因而 $(n+1)$ 边形的内角和比 n 边形的内角和大 $(n-1) \cdot 180^\circ - (n-2) \cdot 180^\circ = 180^\circ$.

答案：C.

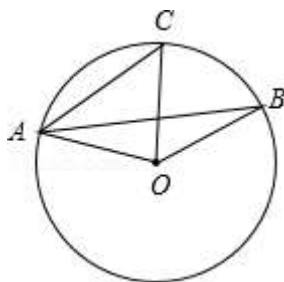
8. (3分) 某校为了丰富学生的校园生活，准备购买一批陶笛，已知 A 型陶笛比 B 型陶笛的单价低 20 元，用 2700 元购买 A 型陶笛与用 4500 元购买 B 型陶笛的数量相同，设 A 型陶笛的单价为 x 元，依题意，下面所列方程正确的是()

- A. $\frac{2700}{x-20} = \frac{4500}{x}$
- B. $\frac{2700}{x} = \frac{4500}{x-20}$
- C. $\frac{2700}{x+20} = \frac{4500}{x}$
- D. $\frac{2700}{x} = \frac{4500}{x+20}$

解析： 设 A 型陶笛的单价为 x 元，则 B 型陶笛的单价为 $(x+20)$ 元，由题意得， $\frac{2700}{x} = \frac{4500}{x+20}$.

答案：D.

9. (3分) 如图，在 $\odot O$ 中， $AC \parallel OB$ ， $\angle BAO = 25^\circ$ ， 则 $\angle BOC$ 的度数为()



- A. 25°
- B. 50°
- C. 60°
- D. 80°

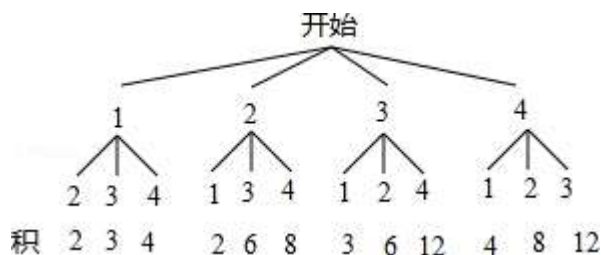
解析： $\because OA=OB$ ， $\therefore \angle B = \angle BAO = 25^\circ$ ，
 $\because AC \parallel OB$ ， $\therefore \angle BAC = \angle B = 25^\circ$ ， $\therefore \angle BOC = 2\angle BAC = 50^\circ$.

答案：B.

10. (3分) 从1、2、3、4中任取两个不同的数，其乘积大于4的概率是()

- A. $\frac{1}{6}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{2}{3}$

解析：画树状图得：

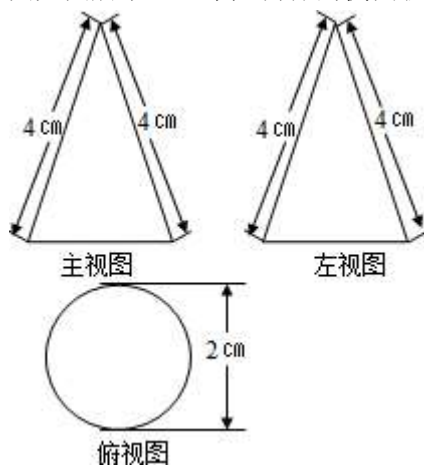


∴共有12种等可能的结果，任取两个不同的数，其乘积大于4的有6种情况，

∴从1、2、3、4中任取两个不同的数，其乘积大于4的概率是： $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

答案：C.

11. (3分) 一个几何体的三视图如图所示，这个几何体的侧面积为()



- A. $2\pi \text{ cm}^2$
- B. $4\pi \text{ cm}^2$
- C. $8\pi \text{ cm}^2$
- D. $16\pi \text{ cm}^2$

解析：此几何体为圆锥；

∴半径为1，圆锥母线长为4，∴侧面积= $2\pi rR \div 2 = 2\pi \times 1 \times 4 \div 2 = 4\pi$.

答案：B.

12. (3分) 请你计算： $(1-x)(1+x)$ ， $(1-x)(1+x+x^2)$ ， \dots ，猜想 $(1-x)(1+x+x^2+\dots+x^n)$ 的结果是()

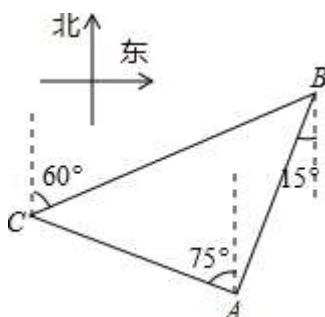
- A. $1-x^{n+1}$

- B. $1+x^{n+1}$
 C. $1-x^n$
 D. $1+x^n$

解析： $(1-x)(1+x)=1-x^2$ ， $(1-x)(1+x+x^2)=1+x+x^2-x-x^2-x^3=1-x^3$ ， \dots ， 依此类推
 $(1-x)(1+x+x^2+\dots+x^n)=1-x^{n+1}$ ，

答案： A

13. (3分) 如图， 在某监测点 B 处望见一艘正在作业的渔船在南偏西 15° 方向的 A 处， 若渔船沿北偏西 75° 方向以 40 海里/小时的速度航行， 航行半小时后到达 C 处， 在 C 处观测到 B 在 C 的北偏东 60° 方向上， 则 B、 C 之间的距离为 ()



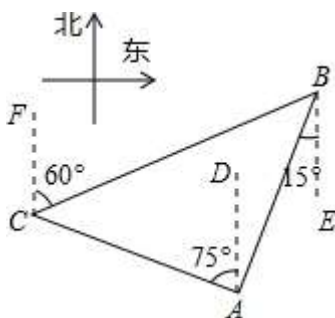
- A. 20 海里
 B. $10\sqrt{3}$ 海里
 C. $20\sqrt{2}$ 海里
 D. 30 海里

解析： 如图， $\because \angle ABE=15^\circ$ ， $\angle DAB=\angle ABE$ ， $\therefore \angle DAB=15^\circ$ ，
 $\therefore \angle CAB=\angle CAD+\angle DAB=90^\circ$ 。

又 $\because \angle FCB=60^\circ$ ， $\angle CBE=\angle FCB$ ， $\angle CBA+\angle ABE=\angle CBE$ ， $\therefore \angle CBA=45^\circ$ 。

\therefore 在直角 $\triangle ABC$ 中， $\sin \angle ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{40 \times \frac{1}{2}}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $\therefore BC = 20\sqrt{2}$ 海里。

答案： C.



14. (3分) 在平面直角坐标系中， 函数 $y=x^2-2x(x \geq 0)$ 的图象为 C_1 ， C_1 关于原点对称的图象为 C_2 ， 则直线 $y=a$ (a 为常数) 与 C_1 、 C_2 的交点共有 ()

- A. 1 个
 B. 1 个或 2 个
 C. 1 个或 2 个或 3 个
 D. 1 个或 2 个或 3 个或 4 个

解析：函数 $y=x^2-2x (x \geq 0)$ 的图象为 C_1 ， C_1 关于原点对称的图象为 C_2 ， C_2 图象是 $x=-y^2-2y$ ， a 非常小时，直线 $y=a$ (a 为常数) 与 C_1 没有交点，共有一个交点；直线 $y=a$ 经过 C_1 的顶点时，共有两个交点；直线 $y=a$ (a 为常数) 与 C_1 有两个交点时，直线 $y=a$ (a 为常数) 与 C_1 、 C_2 的交点共有 3 个交点；
答案：C.

二、填空题(本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分)

15. (3 分) 在实数范围内分解因式： $x^3-6x=$ _____.

解析：原式= $x(x^2-6)=x(x+\sqrt{6})(x-\sqrt{6})$.

答案： $x(x+\sqrt{6})(x-\sqrt{6})$

16. (3 分) 某中学随机抽查了 50 名学生，了解他们一周的课外阅读时间，结果如下表所示：

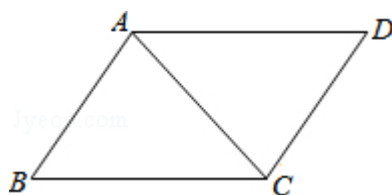
时间(小时)	4	5	6	7
人数	10	20	15	5

则这 50 名学生一周的平均课外阅读时间是_____小时.

解析：该组数据的平均数= $\frac{1}{50}(4 \times 10 + 5 \times 20 + 6 \times 15 + 7 \times 5) = 265 \div 50 = 5.3$ (小时).

答案：5.3

17. (3 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $BC=10$ ， $\sin B = \frac{9}{10}$ ， $AC=BC$ ，则 $\square ABCD$ 的面积是_____.



解析：作 $CE \perp AB$ 于点 E.

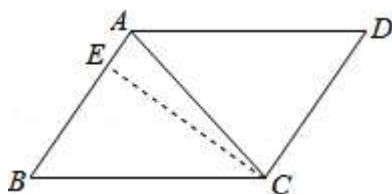
在直角 $\triangle BCE$ 中， $\sin B = \frac{CE}{BC}$ ， $\therefore CE = BC \cdot \sin B = 10 \times \frac{9}{10} = 9$,

$\therefore BE = \sqrt{BC^2 - CE^2} = \sqrt{10^2 - 9^2} = \sqrt{19}$,

$\because AC=BC$ ， $CE \perp AB$ ， $\therefore AB=2BE=2\sqrt{19}$,

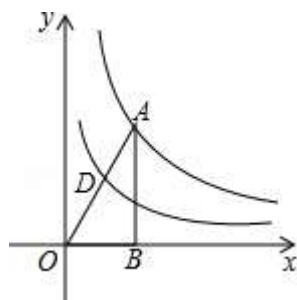
则 $\square ABCD$ 的面积是 $2\sqrt{19} \times 9 = 18\sqrt{19}$.

答案： $18\sqrt{19}$.



18. (3 分) 如图，反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象经过直角三角形 OAB 的顶点 A，D 为斜边 OA 的中点，

则过点 D 的反比例函数的解析式为_____.



解析：设点 A 坐标 $(x, \frac{4}{x})$,

\because 反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象经过直角三角形 OAB 的顶点 A, D 为斜边 OA 的中点, $\therefore D(\frac{1}{2}x, \frac{2}{x})$,

\therefore 过点 D 的反比例函数的解析式为 $y = \frac{1}{x}$,

答案： $y = \frac{1}{x}$.

19. (3分) 一般地, 我们把研究对象统称为元素, 把一些元素组成的总体称为集合. 一个给定集合中的元素是互不相同的, 也就是说, 集合中的元素是不重复出现的. 如一组数 1, 1, 2, 3, 4 就可以构成一个集合, 记为 $A = \{1, 2, 3, 4\}$. 类比实数有加法运算, 集合也可以“相加”. 定义: 集合 A 与集合 B 中的所有元素组成的集合称为集合 A 与集合 B 的和, 记为 $A+B$. 若 $A = \{-2, 0, 1, 5, 7\}$, $B = \{-3, 0, 1, 3, 5\}$, 则 $A+B = \underline{\hspace{2cm}}$.

解析: $\because A = \{-2, 0, 1, 5, 7\}$, $B = \{-3, 0, 1, 3, 5\}$, $\therefore A+B = \{-3, -2, 0, 1, 3, 5, 7\}$.

答案: $\{-3, -2, 0, 1, 3, 5, 7\}$

三、解答题(本大题共 7 小题, 共 63 分)

20. (7分) 计算: $\frac{1}{\sqrt{3}+1} - \sin 60^\circ + \sqrt{32} \times \sqrt{\frac{1}{8}}$

解析: 根据特殊角的三角函数、二次根式的化简进行计算即可.

答案: 原式 = $\frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 = \frac{\sqrt{3}-1-\sqrt{3}}{2} + 2 = \frac{3}{2}$.

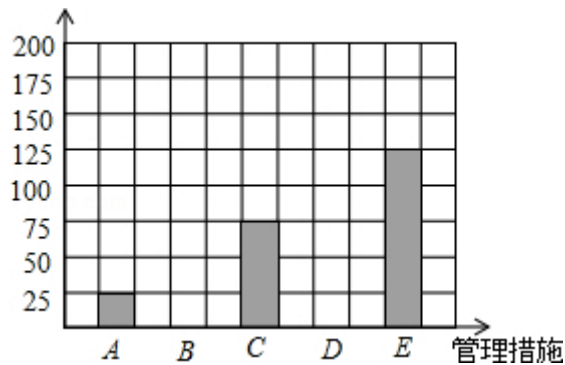
21. (7分) 随着人民生活水平的提高, 购买老年代步车的人越来越多. 这些老年代步车却成为交通安全的一大隐患. 针对这种现象, 某校数学兴趣小组在《老年代步车现象的调查报告》中就“你认为对老年代步车最有效的管理措施”随机对某社区部分居民进行了问卷调查, 其中调查问卷设置以下选项(只选一项):

- A: 加强交通法规学习;
- B: 实行牌照管理;
- C: 加大交通违法处罚力度;
- D: 纳入机动车管理;
- E: 分时分路段限行

调查数据的部分统计结果如下表:

管理措施	回答人数	百分比
A	25	5%
B	100	m
C	75	15%
D	n	35%
E	125	25%
合计	a	100%

- (1) 根据上述统计表中的数据可得 $m=$ _____, $n=$ _____, $a=$ _____;
- (2) 在答题卡中, 补全条形统计图;
- (3) 该社区有居民 2600 人, 根据上述调查结果, 请你估计选择“D: 纳入机动车管理”的居民约有多少人?

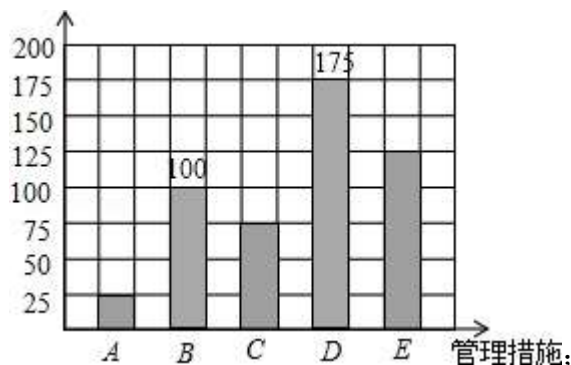


- 解析: (1) 利用选择 A 项的人数除以它所占百分比=样本容量, 进而分别得出 m, n, a 的值;
- (2) 利用 (1) 中所求, 进而补全条形统计图即可;
- (3) 利用样本估计总体, 直接估计选择“D: 纳入机动车管理”的居民人数.

答案: (1) 调查问卷的总人数为: $a=25 \div 5\%=500$ (人), $\therefore m=\frac{100}{500} \times 100\%=20\%$, $n=500 \times 35\%=175$,

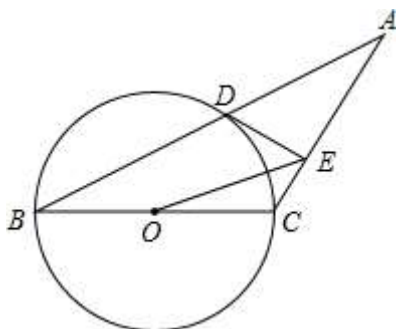
故答案为: 20%, 175, 500;

(2) 如图所示:



(3) 选择“D: 纳入机动车管理”的居民约有: $2600 \times 35\%=910$ (人).

22. (7 分) 如图, 已知等腰三角形 ABC 的底角为 30° , 以 BC 为直径的 $\odot O$ 与底边 AB 交于点 D, 过 D 作 $DE \perp AC$, 垂足为 E.



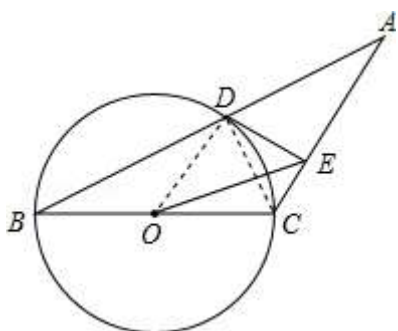
(1) 证明: DE 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 OE, 若 $BC=4$, 求 $\triangle OEC$ 的面积.

解析: (1) 首先连接 OD, CD, 由以 BC 为直径的 $\odot O$, 可得 $CD \perp AB$, 又由等腰三角形 ABC 的底角为 30° , 可得 $AD=BD$, 即可证得 $OD \parallel AC$, 继而可证得结论;

(2) 首先根据三角函数的性质, 求得 BD, DE, AE 的长, 然后求得 $\triangle BOD$, $\triangle ODE$, $\triangle ADE$ 以及 $\triangle ABC$ 的面积, 继而求得答案.

答案: (1) 连接 OD, CD,



$\because BC$ 为 $\odot O$ 直径, $\therefore \angle BCD=90^\circ$, 即 $CD \perp AB$,

$\because \triangle ABC$ 是等腰三角形, $\therefore AD=BD$,

$\because OB=OC$, $\therefore OD$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $\therefore OD \parallel AC$,

$\because DE \perp AC$, $\therefore OD \perp DE$,

$\because D$ 点在 $\odot O$ 上, $\therefore DE$ 为 $\odot O$ 的切线;

(2) $\because \angle A=\angle B=30^\circ$, $BC=4$, $\therefore CD=\frac{1}{2}BC=2$, $BD=BC \cdot \cos 30^\circ =2\sqrt{3}$,

$\therefore AD=BD=2\sqrt{3}$, $AB=2BD=4\sqrt{3}$, $\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB \cdot CD=\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2=4\sqrt{3}$,

$\because DE \perp AC$, $\therefore DE=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3}=\sqrt{3}$, $AE=AD \cdot \cos 30^\circ =3$,

$\therefore S_{\triangle ODE}=\frac{1}{2}OD \cdot DE=\frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3}=\sqrt{3}$, $S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}AE \cdot DE=\frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 3=\frac{3}{2}\sqrt{3}$,

$\therefore S_{\triangle BOD}=\frac{1}{2}S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{4} \times 4\sqrt{3}=\sqrt{3}$,

$\therefore S_{\triangle OEC}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle BOD}-S_{\triangle ODE}-S_{\triangle ADE}=4\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{3}-\frac{3}{2}\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

23. (9 分) 对一张矩形纸片 ABCD 进行折叠, 具体操作如下:

第一步: 先对折, 使 AD 与 BC 重合, 得到折痕 MN, 展开;

第二步：再一次折叠，使点 A 落在 MN 上的点 A' 处，并使折痕经过点 B，得到折痕 BE，同时，得到线段 BA'，EA'，展开，如图 1；

第三步：再沿 EA' 所在的直线折叠，点 B 落在 AD 上的点 B' 处，得到折痕 EF，同时得到线段 B'F，展开，如图 2。

(1) 证明： $\angle ABE=30^\circ$ ；

(2) 证明：四边形 BFB'E 为菱形。

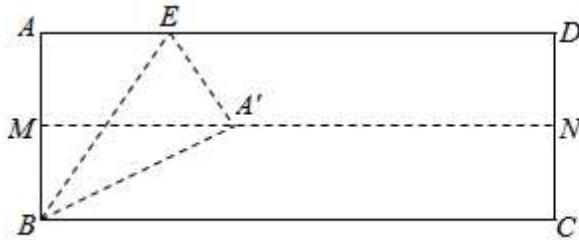


图 1

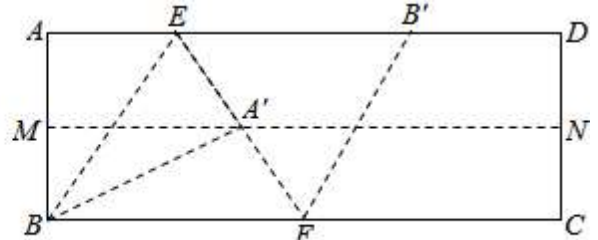


图 2

解析：(1) 根据点 M 是 AB 的中点判断出 A' 是 EF 的中点，然后判断出 BA' 垂直平分 EF，根据线段垂直平分线上的点到两端点的距离相等可得 $BE=BF$ ，再根据等腰三角形三线合一的性质可得 $\angle A'BE=\angle A'BF$ ，根据翻折的性质可得 $\angle ABE=\angle A'BE$ ，然后根据矩形的四个角都是直角计算即可得证；

(2) 根据翻折变换的性质可得 $BE=B'E$ ， $BF=B'F$ ，然后求出 $BE=B'E=B'F=BF$ ，再根据四条边都相等的四边形是菱形证明。

答案：(1) \because 对折 AD 与 BC 重合，折痕是 MN， \therefore 点 M 是 AB 的中点， \therefore A' 是 EF 的中点， $\therefore \angle BA'E=\angle A=90^\circ$ ， \therefore BA' 垂直平分 EF， $\therefore BE=BF$ ， $\therefore \angle A'BE=\angle A'BF$ ，

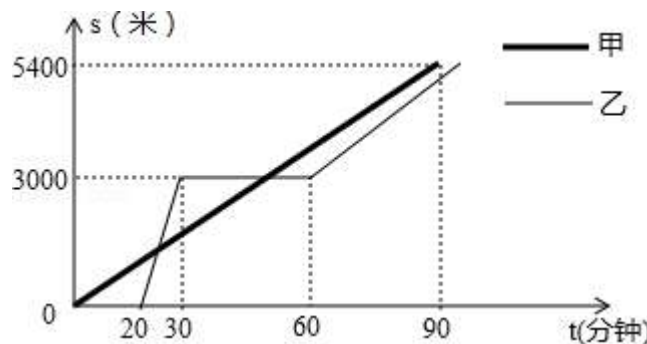
由翻折的性质， $\angle ABE=\angle A'BE$ ， $\therefore \angle ABE=\angle A'BE=\angle A'BF$ ， $\therefore \angle ABE=\frac{1}{3}\times 90^\circ=30^\circ$ ；

(2) \because 沿 EA' 所在的直线折叠，点 B 落在 AD 上的点 B' 处， $\therefore BE=B'E$ ， $BF=B'F$ ， $\because BE=BF$ ， $\therefore BE=B'E=B'F=BF$ ， \therefore 四边形 BFB'E 为菱形。

24. (9 分) 某景区的三个景点 A、B、C 在同一直线上，甲、乙两名游客从景点 A 出发，甲步行到景点 C，乙乘景区观光车先到景点 B，在 B 处停留一段时间后，再步行到景点 C。甲、乙两人离开景点 A 后的路程 S(米) 关于时间 t(分钟) 的函数图象如图所示。根据以上信息回答下列问题：

(1) 乙出发后多长时间与甲相遇？

(2) 要使甲到达景点 C 时，乙与 C 的路程不超过 400 米，则乙从景点 B 步行到景点 C 的速度至少为多少？(结果精确到 0.1 米/分钟)



解析：(1) 利用待定系数法求一次函数解析式进而利用两函数相等时即为相遇时，求出时间即可；

(2) 根据题意得出要使两人相距 400m, 乙需要步行的距离为: $5400-3000-400=2000$ (m), 乙所用的时间为: 30 分钟, 进而得出答案.

答案: (1) 设 $S_{甲}=kt$, 将 $(90, 5400)$ 代入得: $5400=90k$,

解得: $k=60$, $\therefore S_{甲}=60t$;

当 $0 \leq t \leq 30$, 设 $S_{乙}=at+b$, 将 $(20, 0)$, $(30, 3000)$ 代入得出:
$$\begin{cases} 20a+b=0 \\ 30a+b=3000 \end{cases}$$
,

解得: $\begin{cases} a=300 \\ b=-6000 \end{cases}$, \therefore 当 $0 \leq t \leq 30$, $S_{乙}=300t-6000$.

当 $S_{甲}=S_{乙}$, $\therefore 60t=300t-6000$, 解得: $t=25$, \therefore 乙出发 25 分钟时与甲相遇.

(2) 由题意可得出: 当甲到达 C 地, 乙距离 C 地 400m 时,

乙需要步行的距离为: $5400-3000-400=2000$ (m), 乙所用的时间为: 30 分钟,

故乙从景点 B 步行到景点 C 的速度至少为: $\frac{2000}{30} \approx 66.7$ (m/分),

答: 乙从景点 B 步行到景点 C 的速度至少为 66.7m/分.

25. (11 分) 【问题情境】

如图 1, 四边形 ABCD 是正方形, M 是 BC 边上的一点, E 是 CD 边的中点, AE 平分 $\angle DAM$.

【探究展示】

(1) 证明: $AM=AD+MC$;

(2) $AM=DE+BM$ 是否成立? 若成立, 请给出证明; 若不成立, 请说明理由.

【拓展延伸】

(3) 若四边形 ABCD 是长与宽不相等的矩形, 其他条件不变, 如图 2, 探究展示 (1)、(2) 中的结论是否成立? 请分别作出判断, 不需要证明.

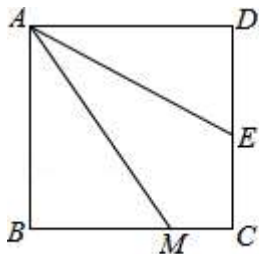


图1

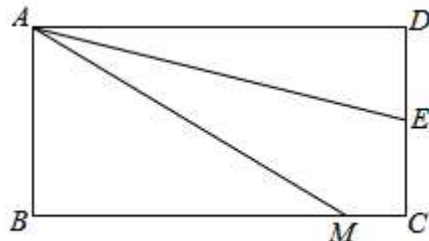


图2

解析: (1) 从平行线和中点这两个条件出发, 延长 AE、BC 交于点 N, 如图 1(1), 易证 $\triangle ADE \cong \triangle NCE$, 从而有 $AD=CN$, 只需证明 $AM=NM$ 即可.

(2) 作 $FA \perp AE$ 交 CB 的延长线于点 F, 易证 $AM=FM$, 只需证明 $FB=DE$ 即可; 要证 $FB=DE$, 只需证明它们所在的两个三角形全等即可.

(3) 在图 2(1) 中, 仿照 (1) 中的证明思路即可证到 $AM=AD+MC$ 仍然成立; 在图 2(2) 中, 采用反证法, 并仿照 (2) 中的证明思路即可证到 $AM=DE+BM$ 不成立.

答案: (1) 延长 AE、BC 交于点 N, 如图 1(1),

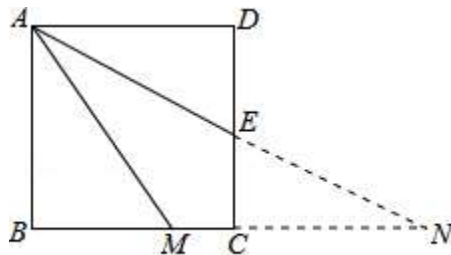


图1(1)

∵ 四边形 ABCD 是正方形, ∴ AD // BC. ∴ ∠DAE = ∠ENC.

∵ AE 平分 ∠DAM, ∴ ∠DAE = ∠MAE. ∴ ∠ENC = ∠MAE.

∴ MA = MN.

在 △ADE 和 △NCE 中,
$$\begin{cases} \angle DAE = \angle CNE \\ \angle AED = \angle NEC \\ DE = CE \end{cases} \therefore \triangle ADE \cong \triangle NCE \text{ (AAS)}. \therefore AD = NC.$$

∴ MA = MN = NC + MC = AD + MC.

(2) AM = DE + BM 成立.

证明: 过点 A 作 AF ⊥ AE, 交 CB 的延长线于点 F, 如图 1(2) 所示.

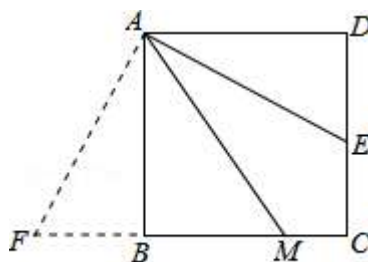


图1(2)

∵ 四边形 ABCD 是正方形, ∴ ∠BAD = ∠D = ∠ABC = 90°, AB = AD, AB // DC.

∵ AF ⊥ AE, ∴ ∠FAE = 90°.

∴ ∠FAB = 90° - ∠BAE = ∠DAE.

在 △ABF 和 △ADE 中,
$$\begin{cases} \angle FAB = \angle EAD \\ AB = AD \\ \angle ABF = \angle D = 90^\circ \end{cases}, \therefore \triangle ABF \cong \triangle ADE \text{ (ASA)}. \therefore BF = DE, \angle F = \angle AED.$$

∵ AB // DC, ∴ ∠AED = ∠BAE.

∴ ∠FAB = ∠EAD = ∠EAM,

∴ ∠AED = ∠BAE = ∠BAM + ∠EAM = ∠BAM + ∠FAB = ∠FAM. ∴ ∠F = ∠FAM.

∴ AM = FM. ∴ AM = FB + BM = DE + BM.

(3) ① 结论 AM = AD + MC 仍然成立.

证明: 延长 AE、BC 交于点 P, 如图 2(1),

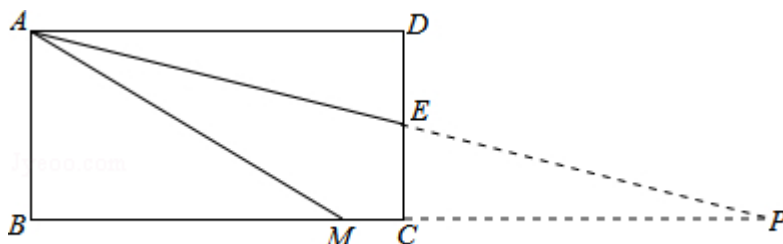


图2(1)

∵ 四边形 ABCD 是矩形, ∴ AD // BC. ∴ ∠DAE = ∠EPC.

∵ AE 平分 ∠DAM, ∴ ∠DAE = ∠MAE. ∴ ∠EPC = ∠MAE.

∴ MA = MP.

在 △ADE 和 △PCE 中,
$$\begin{cases} \angle DAE = \angle CPE \\ \angle AED = \angle PEC \\ DE = CE \end{cases}, \therefore \triangle ADE \cong \triangle PCE \text{ (AAS)}. \therefore AD = PC.$$

∴ MA = MP = PC + MC = AD + MC.

② 结论 AM = DE + BM 不成立. 证明: 假设 AM = DE + BM 成立.

过点 A 作 $AQ \perp AE$ ，交 CB 的延长线于点 Q，如图 2(2) 所示.

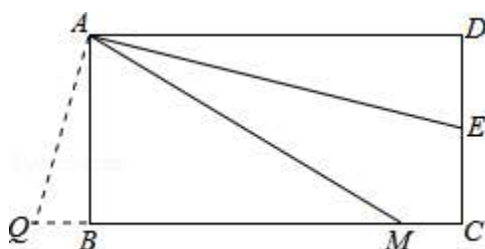


图2(2)

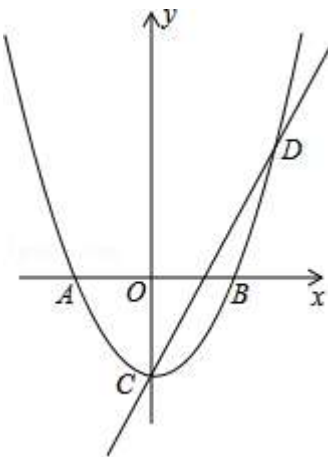
\because 四边形 ABCD 是矩形, $\therefore \angle BAD = \angle D = \angle ABC = 90^\circ$, $AB \parallel DC$.
 $\because AQ \perp AE$, $\therefore \angle QAE = 90^\circ \therefore \angle QAB = 90^\circ - \angle BAE = \angle DAE$.
 $\therefore \angle Q = 90^\circ - \angle QAB = 90^\circ - \angle DAE = \angle AED$.
 $\because AB \parallel DC$, $\therefore \angle AED = \angle BAE$.
 $\therefore \angle QAB = \angle EAD = \angle EAM$, $\therefore \angle AED = \angle BAE = \angle BAM + \angle EAM = \angle BAM + \angle QAB = \angle QAM$.
 $\therefore \angle Q = \angle QAM \therefore AM = QM \therefore AM = QB + BM$.
 $\because AM = DE + BM$, $\therefore QB = DE$.

在 $\triangle ABQ$ 和 $\triangle ADE$ 中, $\begin{cases} \angle QAB = \angle EAD \\ \angle ABQ = \angle D = 90^\circ \\ BQ = DE \end{cases} \therefore \triangle ABQ \cong \triangle ADE (AAS) \therefore AB = AD$.

与条件 “ $AB \neq AD$ ” 矛盾, 故假设不成立.

$\therefore AM = DE + BM$ 不成立.

26. (13 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线与 x 轴交于点 A(-1, 0) 和点 B(1, 0), 直线 $y = 2x - 1$ 与 y 轴交于点 C, 与抛物线交于点 C、D.



(1) 求抛物线的解析式;

(2) 求点 A 到直线 CD 的距离;

(3) 平移抛物线, 使抛物线的顶点 P 在直线 CD 上, 抛物线与直线 CD 的另一个交点为 Q, 点 G 在 y 轴正半轴上, 当以 G、P、Q 三点为顶点的三角形为等腰直角三角形时, 求出所有符合条件的 G 点的坐标.

解析: (1) 首先求出点 C 坐标, 然后利用待定系数法求出抛物线的解析式;

(2) 设直线 CD 与 x 轴交于点 E, 求出点 E 的坐标, 然后解直角三角形 (或利用三角形相似), 求出点 A 到直线 CD 的距离;

(3) $\triangle GPQ$ 为等腰直角三角形, 有三种情形, 需要分类讨论. 为方便分析与计算, 首先要求出线段 PQ 的长度.

答案：(1) 直线 $y=2x-1$ ，当 $x=0$ 时， $y=-1$ ，则点 C 坐标为 $(0, -1)$ 。

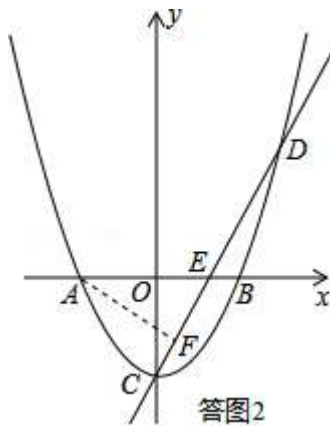
设抛物线解析式为 $y=ax^2+bx+c$ ，

$$\because \text{点 } A(-1, 0)、B(1, 0)、C(0, -1) \text{ 在抛物线上}, \therefore \begin{cases} a-b+c=0 \\ a+b+c=0 \\ c=-1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-1 \end{cases},$$

\therefore 抛物线的解析式为： $y=x^2-1$ 。

(2) 如答图 2 所示，直线 $y=2x-1$ ，当 $y=0$ 时， $x=\frac{1}{2}$ ；

设直线 CD 交 x 轴于点 E ，则 $E(\frac{1}{2}, 0)$ 。



在 $Rt\triangle OCE$ 中， $OC=1$ ， $OE=\frac{1}{2}$ ，由勾股定理得： $CE=\frac{\sqrt{5}}{2}$ ，

设 $\angle OEC=\theta$ ，则 $\sin \theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ， $\cos \theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$ 。

过点 A 作 $AF \perp CD$ 于点 F ，则 $AF=AE \cdot \sin \theta=(OA+OE) \cdot \sin \theta=(1+\frac{1}{2}) \times \frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ，

\therefore 点 A 到直线 CD 的距离为 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ 。

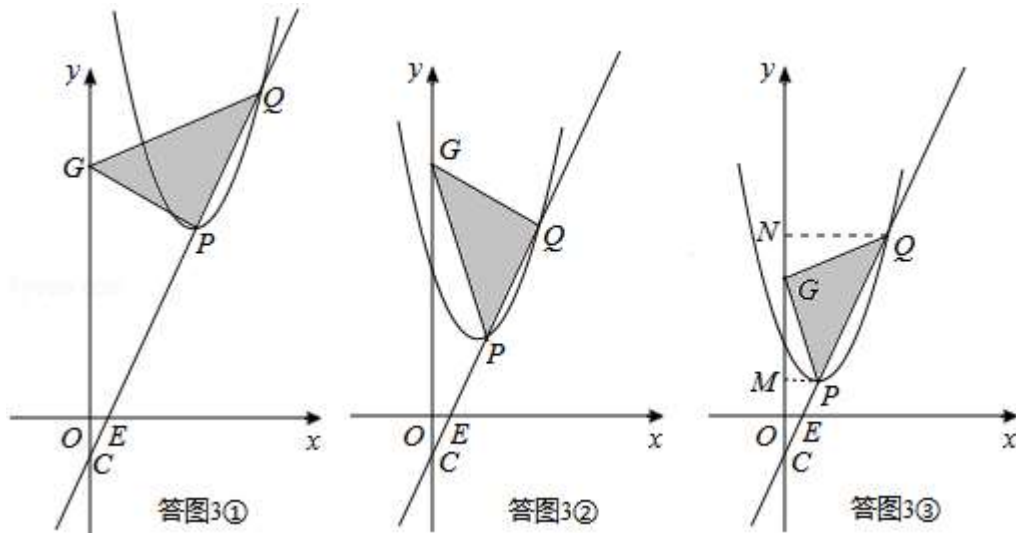
(3) \because 平移后抛物线的顶点 P 在直线 $y=2x-1$ 上，

\therefore 设 $P(t, 2t-1)$ ，则平移后抛物线的解析式为 $y=(x-t)^2+2t-1$ 。

$$\text{联立 } \begin{cases} y=(x-t)^2+2t-1 \\ y=2x-1 \end{cases}, \text{ 化简得: } x^2-(2t+2)x+t^2+2t=0,$$

解得： $x_1=t$ ， $x_2=t+2$ ，即点 P 、点 Q 的横坐标相差 2， $\therefore PQ=\frac{2}{\cos \theta}=\frac{2}{\frac{\sqrt{5}}{5}}=2\sqrt{5}$ 。

$\triangle GPQ$ 为等腰直角三角形，可能有以下情形：



i) 若点 P 为直角顶点, 如答图 3①所示, 则 $PG=PQ=2\sqrt{5}$.

$$\therefore CG = \frac{PG}{\sin \angle OCE} = \frac{PG}{\cos \theta} = \frac{2\sqrt{5}}{\frac{\sqrt{5}}{5}} = 10, \therefore OG = CG - OC = 10 - 1 = 9, \therefore G(0, 9);$$

ii) 若点 Q 为直角顶点, 如答图 3②所示, 则 $QG=PQ=2\sqrt{5}$. 同理可得: $Q(0, 9)$;

iii) 若点 G 为直角顶点, 如答图 3③所示, 此时 $PQ=2\sqrt{5}$, 则 $GP=GQ=\sqrt{10}$.

分别过点 P、Q 作 y 轴的垂线, 垂足分别为点 M、N.

易证 $\text{Rt} \triangle PMG \cong \text{Rt} \triangle GNQ$, $\therefore GN=PM, GM=QN$.

在 $\text{Rt} \triangle QNG$ 中, 由勾股定理得: $GN^2 + QN^2 = GQ^2$, 即 $PM^2 + QN^2 = 10$ ①,

\therefore 点 P、Q 横坐标相差 2, $\therefore NQ = PM + 2$,

代入①式得: $PM^2 + (PM + 2)^2 = 10$, 解得 $PM = 1$, $\therefore NQ = 3$.

直线 $y = 2x - 1$, 当 $x = 1$ 时, $y = 1$, $\therefore P(1, 1)$, 即 $OM = 1$.

$\therefore OG = OM + GM = OM + NQ = 1 + 3 = 4$, $\therefore G(0, 4)$.

综上所述, 符合条件的点 G 有两个, 其坐标为 $(0, 4)$ 或 $(0, 9)$.