2014年普通高等学校招生全国统一考试（新课标Ⅰ）数学文

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1.已知集合M={x|-1＜x＜3}，N={x|-2＜x＜1}，则M∩N=(　　)

A.(-2，1)

B.(-1，1)

C.(1，3)

D.(-2，3)

解析：M={x|-1＜x＜3}，N={x|-2＜x＜1}，则M∩N={x|-1＜x＜1}，

答案：B

2.若tanα＞0，则(　　)

A.sinα＞0

B.cosα＞0

C.sin2α＞0

D.cos2α＞0

解析：∵tanα＞0，∴$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}>0$，则sin2α=2sinαcosα＞0.

答案：C.

3.设z=$\frac{1}{1+i}$+i，则|z|=(　　)

A.$\frac{1}{2}$

B.$\frac{\sqrt{2}}{2}$

C.$\frac{\sqrt{3}}{2}$

D.2

解析：z=$\frac{1}{1+i}+i=\frac{1-i}{(1+i)(1-i)}+i=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$，故|z|=$\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

答案：B.

4.已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{3}=1$(a＞0)的离心率为2，则a=(　　)

A.2

B.$\frac{\sqrt{6}}{2}$

C. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

D. 1

解析：双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{3}=1$ （$a>0$） 的离心率 $e=\dfrac{\sqrt{a^2+3}}{a}=2$，解答 $a=1$.

答案：D.

5. 设函数 f(x)，g(x)的定义域都为 R，且 f(x)是奇函数，g(x)是偶函数，则下列结论中正确的是(　　)

A. f(x)g(x)是偶函数

B. |f(x)|g(x)是奇函数

C. f(x)|g(x)|是奇函数

D. |f(x)g(x)|是奇函数

解析：∵f(x)是奇函数，g(x)是偶函数，∴|f(x)|为偶函数，|g(x)|为偶函数.

再根据两个奇函数的积是偶函数、两个偶函数的积还是偶函数、一个奇函数与一个偶函数的积是奇函数，可得 f(x)|g(x)|为奇函数，

答案：C.

6. 设 D，E，F 分别为△ABC 的三边 BC，CA，AB 的中点，则 $\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{FC}=$(　　)

A. $\overrightarrow{AD}$

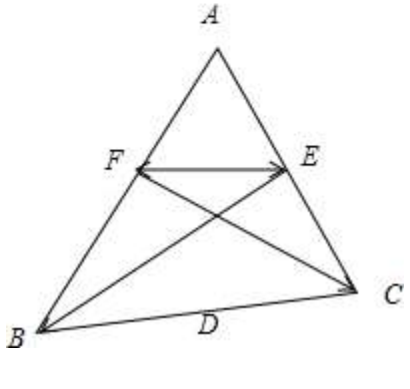
B. $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

C. $\overrightarrow{BC}$

D. $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

解析：∵D，E，F 分别为△ABC 的三边 BC，CA，AB 的中点，∴ $\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{FC}=(\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FB})+(\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{EC})=$

$\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{EC}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})=\overrightarrow{AD}$.



答案：A

7.在函数①$y=\cos|2x|$，②$y=|\cos x|$，③$y=\cos(2x+\frac{\pi}{6})$④$y=\tan(2x-\frac{\pi}{4})$中，最小正周期为 π 的所有函数为(　　)

A.①②③

B.①③④

C.②④

D.①③

解析：∵函数①$y=\cos|2x|$的最小正周期为$\frac{2\pi}{2}=\pi$，

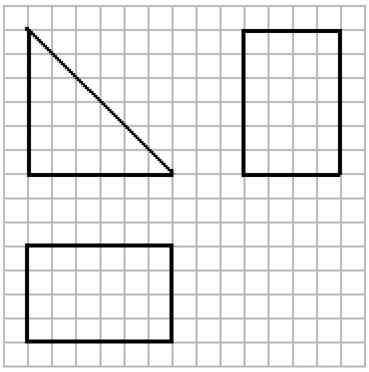
②$y=|\cos x|$的最小正周期为$\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi}{1}=\pi$，

③$y=\cos(2x+\frac{\pi}{6})$的最小正周期为 $\frac{2\pi}{2}=\pi$，

④$y=\tan(2x-\frac{\pi}{4})$的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$,

答案：A

8.如图，网格纸的各小格都是正方形，粗实线画出的是一个几何体的三视图，则这个几何体是(　　)



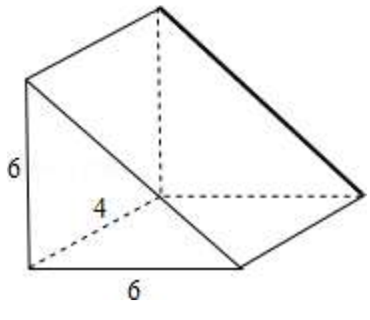
A.三棱锥

B.三棱柱

C.四棱锥

D.四棱柱

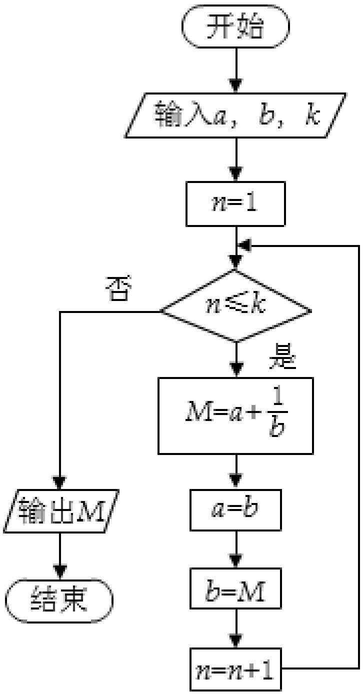
解析：根据网格纸的各小格都是正方形，粗实线画出的是一个几何体的三视图，



可知几何体如图：几何体是三棱柱.

答案：B.

9.执行如图的程序框图，若输入的a，b，k分别为1，2，3，则输出的M=(　　)



A. $\frac{20}{3}$

B. $\frac{7}{2}$

C. $\frac{16}{5}$

D. $\frac{15}{8}$

解析：由程序框图知：第一次循环 $M=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，$a=2$，$b=\frac{3}{2}$，$n=2$；

第二次循环 $M=2+\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$，$a=\frac{3}{2}$，$b=\frac{8}{3}$，$n=3$；

第三次循环 $M=\frac{3}{2}+\frac{3}{8}=\frac{15}{8}$，$a=\frac{8}{3}$，$b=\frac{15}{8}$，$n=4$.

不满足条件 $n\leqslant 3$，跳出循环体，输出 $M=\frac{15}{8}$.

答案：D.

10.已知抛物线C：$y^2=x$ 的焦点为F，$A(x_0,y_0)$是C上一点，$|AF|=\frac{5}{4}x_0$，$x_0=$(　　)

A.1

B.2

C.4

D.8

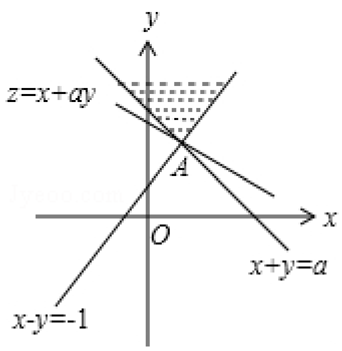
解析：由抛物线的定义，可得$|AF|=x_0+\frac{1}{4}$，∵$|AF|=\frac{5}{4}x_0$，∴$x_0+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}x_0$，∴$x_0=1$，

答案：A.

11.设x，y满足约束条件$\begin{cases}x+y\geqslant a\\ x-y\leqslant -1\end{cases}$，且z=x+ay的最小值为7，则a=(　　)

A.-5
B.3
C.-5或3
D.5或-3

解析：由约束条件$\begin{cases}x+y\geqslant a\\ x-y\leqslant -1\end{cases}$作可行域如图，



联立$\begin{cases}x-y=-1\\ x+y=a\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=\frac{a-1}{2}\\ y=\frac{a+1}{2}\end{cases}$.∴$A(\frac{a-1}{2},\ \frac{a+1}{2})$.

当a=0时A为$(-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2})$，z=x+ay的最小值为$-\frac{1}{2}$，不满足题意；

当a<0时，由z=x+ay得$y=-\frac{1}{a}x+\frac{z}{a}$，

要使z最小，则直线$y=-\frac{1}{a}x+\frac{z}{a}$在y轴上的截距最大，满足条件的最优解不存在；

当a>0时，由z=x+ay得$y=-\frac{1}{a}x+\frac{z}{a}$，

由图可知，当直线过点A时直线$y=-\frac{1}{a}x+\frac{z}{a}$在y轴上的截距最小，z最小.

此时$z=\frac{a-1}{2}+\frac{a^2+a}{2}=7$，解得：a=3或a=-5(舍).

答案：B.

12.已知函数$f(x)=ax^3-3x^2+1$，若f(x)存在唯一的零点x_0，且$x_0>0$，则a的取值范围是(　　)
A.(2，+∞)

B. (1，+∞)
C. (-∞，-2)
D. (-∞，-1)

解析：当 a=0 时，$f(x)=-3x^2+1=0$，解得 $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$，函数 f(x)有两个零点，不符合题意，应舍去；

当 a＞0 时，令 $f'(x)=3ax^2-6x=3ax\left(x-\frac{2}{a}\right)=0$，解得 x=0 或 $x=\frac{2}{a}>0$，列表如下：

x	(－∞，0)	0	$\left(0,\ \frac{2}{a}\right)$	$\frac{2}{a}$	$\left(\frac{2}{a},\ +\infty\right)$
f′(x)	+	0	-	0	+
f(x)	单调递增	极大值	单调递减	极小值	单调递增

∵x→+∞，f(x)→-∞，而 f(0)=1＞0，∴存在 x＜0，使得 f(x)=0，不符合条件：f(x)存在唯一的零点 x_0，且 $x_0>0$，应舍去.

当 a＜0 时，$f'(x)=3ax^2-6x=3ax\left(x-\frac{2}{a}\right)=0$，解得 x=0 或 $x=\frac{2}{a}<0$，列表如下：

x	$\left(-\infty,\ \frac{2}{a}\right)$	$\frac{2}{a}$	$\left(\frac{2}{a},\ 0\right)$	0	(0，+∞)
f′(x)	-	0	+	0	-
f(x)	单调递减	极小值	单调递增	极大值	单调递减

而 f(0)=1＞0，x→+∞时，f(x)→-∞，∴存在 $x_0>0$，使得 $f(x_0)=0$，

∵f(x)存在唯一的零点 x_0，且 $x_0>0$，∴极小值 $f\left(\frac{2}{a}\right)=a\left(\frac{2}{a}\right)^3-3\left(\frac{2}{a}\right)^2+1>0$，

化为 $a^2>4$，∵a＜0，∴a＜-2.

综上可知：a 的取值范围是(-∞，-2).

答案：C.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分

13.将 2 本不同的数学书和 1 本语文书在书架上随机排成一行，则 2 本数学书相邻的概率为______.

解析：首先求出所有的基本事件的个数，再从中找到 2 本数学书相邻的个数，最后根据概率公式计算即可.

答案：2 本不同的数学书和 1 本语文书在书架上随机排成一行，所有的基本事件有（数学 1，数学 2，语文），（数学 1，语文，数学 2），（数学 2，数学 1，语文），（数学 2，语文，数学 1），（语文，数学 1，数学 2），（语文，数学 2，数学 1）共 6 个，

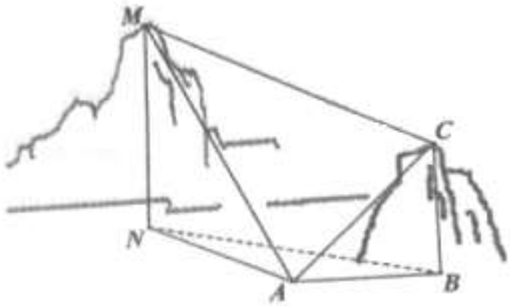
其中 2 本数学书相邻的有（数学 1，数学 2，语文），（数学 2，数学 1，语文），（语文，数学 1，数学 2），（语文，数学 2，数学 1）共 4 个，故本数学书相邻的概率 $P=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

答案：$\frac{2}{3}$.

14.甲、乙、丙三位同学被问到是否去过 A，B，C 三个城市时，
甲说：我去过的城市比乙多，但没去过 B 城市；
乙说：我没去过 C 城市；
丙说：我们三人去过同一城市；
由此可判断乙去过的城市为______.
解析：由乙说：我没去过 C 城市，则乙可能去过 A 城市或 B 城市，
但甲说：我去过的城市比乙多，但没去过 B 城市，则乙只能是去过 A，B 中的任一个，
再由丙说：我们三人去过同一城市，
则由此可判断乙去过的城市为 A.
答案：A.

15.设函数 $f(x)=\begin{cases} e^{x-1}, & x<1 \\ x^{\frac{1}{3}}, & x\geqslant 1 \end{cases}$，则使得 $f(x)\leqslant 2$ 成立的 x 的取值范围是______.
解析：$x<1$ 时，$e^{x-1}\leqslant 2$，$\therefore x\leqslant \ln 2+1$，$\therefore x<1$；
$x\geqslant 1$ 时，$x^{\frac{1}{3}}\leqslant 2$，$\therefore x\leqslant 8$，$\therefore 1\leqslant x\leqslant 8$，
综上，使得 $f(x)\leqslant 2$ 成立的 x 的取值范围是 $x\leqslant 8$.
答案：$x\leqslant 8$.

16.如图，为测量山高 MN，选择 A 和另一座山的山顶 C 为测量观测点，从 A 点测得 M 点的仰角∠MAN=60°，C 点的仰角∠CAB=45°，以及∠MAC=75°；从 C 点测得∠MCA=60°.已知山高 BC=100m，则山高 MN=______m.



解析：△ABC 中，∵∠BAC=45°，∠ABC=90°，BC=100，$\therefore AC=\frac{100}{\sin 45^\circ}=100\sqrt{2}$.
△AMC 中，∵∠MAC=75°，∠MCA=60°，
∴∠AMC=45°，由正弦定理可得 $\frac{AM}{\sin\angle ACM}=\frac{AC}{\sin\angle AMC}$，
即 $\frac{AM}{\sin 60^\circ}=\frac{100\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}$，解得 $AM=100\sqrt{3}$.
Rt△AMN 中，$MN=AM\cdot\sin\angle MAN=100\sqrt{3}\times\sin 60^\circ=150(m)$，
答案：150.

三、解答题：解答应写出文字说明.证明过程或演算步骤

17.（12 分）已知{a_n}是递增的等差数列，a_2，a_4是方程 $x^2-5x+6=0$ 的根.

(1)求{a_n}的通项公式；

(2)求数列{$\frac{a_n}{2^n}$}的前 n 项和.

解析：(1)解出方程的根，根据数列是递增的求出 a_2，a_4的值，从而解出通项；

(2)将第一问中求得的通项代入，用错位相减法求和.

答案：(1)方程 $x^2-5x+6=0$ 的根为 2，3. 又{a_n}是递增的等差数列，

故 $a_2=2$，$a_4=3$，可得 $2d=1$，$d=\frac{1}{2}$，故 $a_n=2+(n-2)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}n+1$，

(2)设数列{$\frac{a_n}{2^n}$}的前 n 项和为 S_n，

$S_n=\frac{a_1}{2^1}+\frac{a_2}{2^2}+\frac{a_3}{2^3}+\cdots+\frac{a_{n-1}}{2^{n-1}}+\frac{a_n}{2^n}$，①

$\frac{1}{2}S_n=\frac{a_1}{2^2}+\frac{a_2}{2^3}+\frac{a_3}{2^4}+\cdots+\frac{a_{n-1}}{2^n}+\frac{a_n}{2^{n+1}}$，②

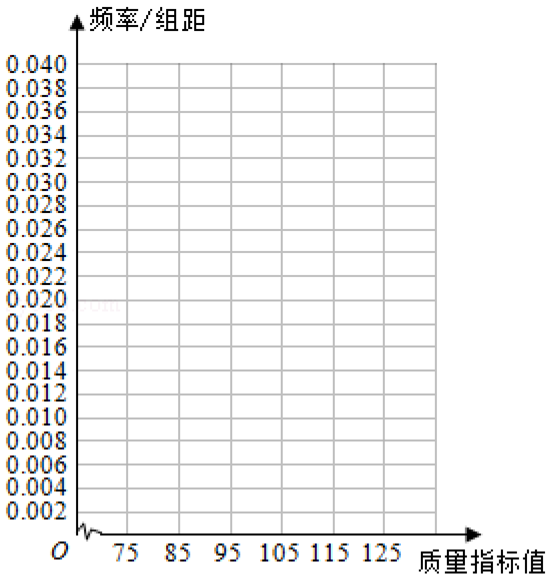
①-②得 $\frac{1}{2}S_n=\frac{a_1}{2}+d\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots+\frac{1}{2^n}\right)-\frac{a_n}{2^{n+1}}=\frac{\frac{3}{2}}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{\frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{2^{n-1}}\right)}{1-\frac{1}{2}}-\frac{a_n}{2^{n+1}}$，

解得 $S_n=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{2^{n-1}}\right)-\frac{n+2}{2^{n+2}}=2-\frac{n+4}{2^{n+1}}$.

18.（12 分）从某企业生产的产品中抽取 100 件，测量这些产品的一项质量指标值，由测量结果得如下频数分布表：

质量指标值分组	[75，85)	[85，95)	[95，105)	[105，115)	[115，125)
频数	6	26	38	22	8

(1)在表格中作出这些数据的频率分布直方图；



(2)估计这种产品质量指标的平均数及方差（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；

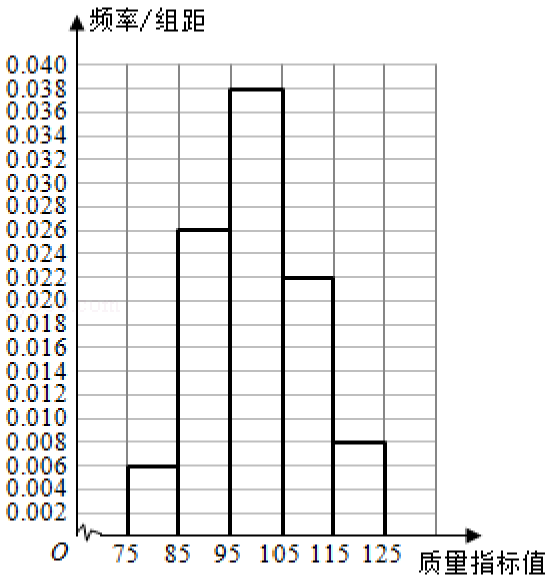
(3)根据以上抽样调查数据，能否认为该企业生产的这种产品符合“质量指标值不低于 95 的产品至少要占全部产品 80%”的规定？

解析：(1)根据频率分布直方图做法画出即可；

(2)用样本平均数和方差来估计总体的平均数和方差，代入公式计算即可.

(3)求出质量指标值不低于 95 的产品所占比例的估计值，再和 0.8 比较即可.

答案：(1)频率分布直方图如图所示：



(2)质量指标的样本平均数为 $\overline{x}=80\times0.06+90\times0.26+100\times0.38+110\times0.22+120\times0.08=100$，

质量指标的样本的方差为

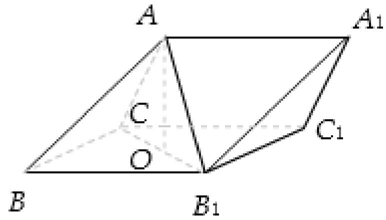
$S^2=(-20)^2\times0.06+(-10)^2\times0.26+0\times0.38+10^2\times0.22+20^2\times0.08=104$，

这种产品质量指标的平均数的估计值为 100，方差的估计值为 104.

(3)质量指标值不低于 95 的产品所占比例的估计值为 0.38+0.22+0.08=0.68，

由于该估计值小于 0.8，故不能认为该企业生产的这种产品符合“质量指标值不低于 95 的产品至少要占全部产品 80%”的规定.

19.（12 分）如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 BB_1C_1C 为菱形，B_1C 的中点为 O，且 AO⊥平面 BB_1C_1C.



(1)证明：$B_1C\perp AB$；

(2)若 $AC\perp AB_1$，$\angle CBB_1=60°$，BC=1，求三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的高.

解析：(1)连接 BC_1，则 O 为 B_1C 与 BC_1 的交点，证明 $B_1C\perp$平面 ABO，可得 $B_1C\perp AB$；

(2)作 OD⊥BC，垂足为 D，连接 AD，作 OH⊥AD，垂足为 H，证明△CBB_1为等边三角形，求出 B_1到平面 ABC 的距离，即可求三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的高.

答案：(1)连接 BC_1，则 O 为 B_1C 与 BC_1 的交点，

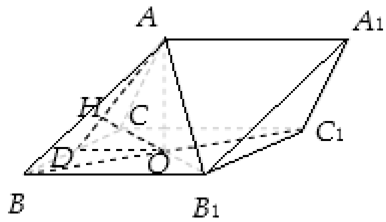
∵侧面 BB_1C_1C 为菱形，∴$BC_1\perp B_1C$，

∵AO⊥平面 BB_1C_1C，∴$AO\perp B_1C$，

∵$AO\cap BC_1=O$，∴$B_1C\perp$平面 ABO，

∵AB⊂平面 ABO，∴$B_1C\perp AB$；

(2)作 OD⊥BC，垂足为 D，连接 AD，作 OH⊥AD，垂足为 H，



∵BC⊥AO，BC⊥OD，AO∩OD=O，∴BC⊥平面 AOD，∴OH⊥BC，

∵OH⊥AD，BC∩AD=D，∴OH⊥平面 ABC，

∵$\angle CBB_1=60°$，∴△CBB_1为等边三角形，

∵BC=1，∴$OD=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$,

∵$AC\perp AB_1$，∴$OA=\dfrac{1}{2}B_1C=\dfrac{1}{2}$,

由 OH•AD=OD•OA，可得 $AD=\sqrt{OD^2+OA^2}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$，∴$OH=\dfrac{\sqrt{21}}{14}$,

∵O 为 B_1C 的中点，∴B_1到平面 ABC 的距离为$\dfrac{\sqrt{21}}{7}$，∴三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的高$\dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

20.（12 分）已知点 P(2，2)，圆 C：$x^2+y^2-8y=0$，过点 P 的动直线 l 与圆 C 交于 A，B 两点，线段 AB 的中点为 M，O 为坐标原点.

(1)求 M 的轨迹方程；

(2)当|OP|=|OM|时，求 l 的方程及△POM 的面积.

解析：(1)由圆 C 的方程求出圆心坐标和半径，设出 M 坐标，由$\overrightarrow{CM}$与$\overrightarrow{MP}$数量积等于 0 列式得 M 的轨迹方程；

(2)设M的轨迹的圆心为N，由|OP|=|OM|得到ON⊥PM.求出ON所在直线的斜率，由直线方程的点斜式得到PM所在直线方程，由点到直线的距离公式求出O到l的距离，再由弦心距、圆的半径及弦长间的关系求出PM的长度，代入三角形面积公式得答案.

答案：(1)由圆C：$x^2+y^2-8y=0$，得$x^2+(y-4)^2=16$，

∴圆C的圆心坐标为(0，4)，半径为4.

设M(x，y)，则$\overrightarrow{CM}=(x, y-4)$，$\overrightarrow{MP}=(2-x, 2-y)$.

由题意可得：$\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{MP}=0$.

即$x(2-x)+(y-4)(2-y)=0$.

整理得：$(x-1)^2+(y-3)^2=2$.

由于点P在圆C内部，

∴M的轨迹方程是$(x-1)^2+(y-3)^2=2$.

(2)由(1)知M的轨迹是以点N(1，3)为圆心，$\sqrt{2}$为半径的圆，由于|OP|=|OM|，

故O在线段PM的垂直平分线上，

又P在圆N上，从而ON⊥PM.

∵$k_{ON}=3$，∴直线l的斜率为$-\frac{1}{3}$.

∴直线PM的方程为$y-2=-\frac{1}{3}(x-2)$，即$x+3y-8=0$.

则O到直线l的距离为$\frac{|-8|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{4\sqrt{10}}{5}$.

又N到l的距离为$\frac{|1\times1+3\times3-8|}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$，

∴$|PM|=2\sqrt{2-\left(\frac{\sqrt{10}}{5}\right)^2}=\frac{4\sqrt{10}}{5}$.∴$S_{\triangle POM}=\frac{1}{2}\times\frac{4\sqrt{10}}{5}\times\frac{4\sqrt{10}}{5}=\frac{16}{5}$.

21.（12分）设函数$f(x)=a\ln x+\frac{1-a}{2}x^2-bx(a\neq1)$，曲线$y=f(x)$在点(1，f(1))处的切线斜率为0，

(1)求b；

(2)若存在$x_0\geqslant1$，使得$f(x_0)<\frac{a}{a-1}$，求a的取值范围.

解析：(1)利用导数的几何意义即可得出；

(2)对a分类讨论：当$a\leqslant\frac{1}{2}$时，当$\frac{1}{2}<a<1$时，当$a>1$时，再利用导数研究函数的单调性极值与最值即可得出.

答案：(1)$f'(x)=\frac{a}{x}+(1-a)x-b(x>0)$，

∵曲线$y=f(x)$在点(1，f(1))处的切线斜率为0，

∴$f'(1)=a+(1-a)\times1-b=0$，解得b=1.

(2)函数f(x)的定义域为$(0，+\infty)$，由(1)可知：$f(x)=a\ln x+\frac{1-a}{2}x^2-x$，

$\therefore f'(x)=\frac{a}{x}+(1-a)x-1=\frac{(1-a)}{x}(x-\frac{a}{1-a})(x-1)$.

①当 $a\leqslant\frac{1}{2}$时，则$\frac{a}{1-a}\leqslant 1$,

则当 $x>1$ 时，$f'(x)>0$,

∴函数 $f(x)$在$(1,+\infty)$单调递增,

∴存在 $x_0\geqslant 1$，使得 $f(x_0)<\frac{a}{a-1}$的充要条件是$f(1)<\frac{a}{a-1}$，即$\frac{1-a}{2}-1<\frac{a}{a-1}$,

解得 $-\sqrt{2}-1<a<\sqrt{2}-1$;

②当$\frac{1}{2}<a<1$ 时，则$\frac{a}{1-a}>1$,

则当 $x\in(1,\frac{a}{1-a})$ 时，$f'(x)<0$，函数 $f(x)$在 $(1,\frac{a}{1-a})$ 上单调递减;

当 $x\in(\frac{a}{1-a},+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，函数 $f(x)$在 $(\frac{a}{1-a},+\infty)$ 上单调递增.

∴存在 $x_0\geqslant 1$，使得 $f(x_0)<\frac{a}{a-1}$的充要条件是 $f(\frac{a}{1-a})<\frac{a}{a-1}$,

而 $f(\frac{a}{1-a})=a\ln\frac{a}{1-a}+\frac{a^2}{2(1-a)}+\frac{a}{a-1}>\frac{a}{a-1}$，不符合题意，应舍去.

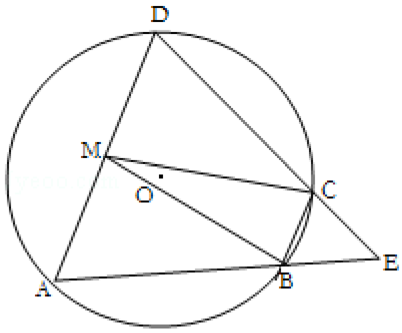
③若 $a>1$ 时，$f(1)=\frac{1-a}{2}-1=\frac{-a-1}{2}<\frac{a}{a-1}$，成立.

综上可得：a 的取值范围是 $(-\sqrt{2}-1,\sqrt{2}-1)\cup(1,+\infty)$.

请考生在第 22，23，24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分，作答时清写清题号。

【选修 4-1：几何证明选讲】

22.（10 分）如图，四边形 ABCD 是⊙O 的内接四边形，AB 的延长线与 DC 的延长线交于点 E，且 CB=CE.



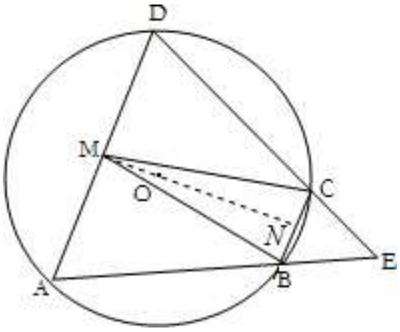
(Ⅰ)证明：∠D=∠E;

(Ⅱ)设 AD 不是⊙O 的直径，AD 的中点为 M，且 MB=MC，证明：△ADE 为等边三角形.

解析:(Ⅰ)利用四边形ABCD是⊙O的内接四边形,可得∠D=∠CBE,由CB=CE,可得∠E=∠CBE,即可证明：∠D=∠E;

(Ⅱ)设 BC 的中点为 N，连接 MN，证明 AD∥BC，可得∠A=∠CBE，进而可得∠A=∠E，即可证明△ADE 为等边三角形.

答案：(Ⅰ)∵四边形ABCD是⊙O的内接四边形，∴∠D=∠CBE，
∵CB=CE，∴∠E=∠CBE，∴∠D=∠E；
(Ⅱ)设BC的中点为N，连接MN，则由MB=MC知MN⊥BC，∴O在直线MN上，



∵AD不是⊙O的直径，AD的中点为M，∴OM⊥AD，∴AD∥BC，
∴∠A=∠CBE，
∵∠CBE=∠E，∴∠A=∠E，
由(Ⅰ)知，∠D=∠E，∴△ADE为等边三角形.

【选修4-4：坐标系与参数方程】

23.已知曲线C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$，直线l：$\begin{cases}x=2+t\\y=2-2t\end{cases}$（t为参数）

(Ⅰ)写出曲线C的参数方程，直线l的普通方程.
(Ⅱ)过曲线C上任意一点P作与l夹角为30°的直线，交l于点A，求|PA|的最大值与最小值.
解析：(Ⅰ)联想三角函数的平方关系可取x=2cosθ、y=3sinθ得曲线C的参数方程，直接消掉参数t得直线l的普通方程；
(Ⅱ)设曲线C上任意一点P(2cosθ，3sinθ).由点到直线的距离公式得到P到直线l的距离，除以sin30°进一步得到|PA|，化积后由三角函数的范围求得|PA|的最大值与最小值.

答案：(Ⅰ)对于曲线C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$，可令x=2cosθ、y=3sinθ，

故曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\theta\\y=3\sin\theta\end{cases}$，(θ为参数).

对于直线l：$\begin{cases}x=2+t & ①\\y=2-2t & ②\end{cases}$，

由①得：t=x-2，代入②并整理得：2x+y-6=0；
(Ⅱ)设曲线C上任意一点P(2cosθ，3sinθ).P到直线l的距离为

$d=\frac{\sqrt{5}}{5}|4\cos\theta+3\sin\theta-6|$.

则$|PA|=\frac{d}{\sin30°}=\frac{2\sqrt{5}}{5}|5\sin(\theta+\alpha)-6|$，其中α为锐角.

当sin(θ+α)=-1时，|PA|取得最大值，最大值为$\frac{22\sqrt{5}}{5}$.

当 $\sin(\theta+\alpha)=1$ 时，$|PA|$取得最小值，最小值为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

【选修 4-5：不等式选讲】

24.若 $a>0$，$b>0$，且$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\sqrt{ab}$.

(Ⅰ)求 a^3+b^3 的最小值；

(Ⅱ)是否存在 a，b，使得 $2a+3b=6$？并说明理由.

解析：(Ⅰ)由条件利用基本不等式求得 $ab\geqslant4$，再利用基本不等式求得 a^3+b^3 的最小值.

(Ⅱ)根据 $ab\geqslant4$ 及基本不等式求的 $2a+3b>8$，从而可得不存在 a，b，使得 $2a+3b=6$.

答案：(Ⅰ)∵$a>0$，$b>0$，且$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\sqrt{ab}$，∴$\sqrt{ab}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant2\sqrt{\frac{1}{ab}}$，∴$ab\geqslant2$，

当且仅当 $a=b=\sqrt{2}$时取等号.

∵$a^3+b^3\geqslant2\sqrt{(ab)^3}\geqslant2\sqrt{2^3}=4\sqrt{2}$，当且仅当 $a=b=\sqrt{2}$时取等号，

∴a^3+b^3 的最小值为 $4\sqrt{2}$.

(Ⅱ)由(1)可知，$2a+3b\geqslant2\sqrt{2a\cdot3b}=2\sqrt{6ab}\geqslant4\sqrt{3}>6$，故不存在 a，b，使得 $2a+3b=6$ 成立.