2014年重庆市中考真题数学

一、选择题(本大题共12小题，每小题4分共48分)

1.(4分)实数-17的相反数是(　　)

A.17

B.$\frac{1}{17}$

C.-17

D.$-\frac{1}{17}$

解析：实数-17的相反数是17，

答案：A.

2.(4分)计算$2x^6\div x^4$的结果是(　　)

A.x^2

B.$2x^2$

C.$2x^4$

D.$2x^{10}$

解析：原式$=2x^2$，

答案：B.

3.(4分)在$\sqrt{a}$中，a的取值范围是(　　)

A.$a\geqslant 0$

B.$a\leqslant 0$

C.$a>0$

D.$a<0$

解析：a的范围是：$a\geqslant 0$.

答案：A.

4.(4分)五边形的内角和是(　　)

A.180°

B.360°

C.540°

D.600°

解析：$(5-2)\cdot 180°=540°$.

答案：C.

5.(4分)2014年1月1日零点，北京、上海、宁夏的气温分别是-4℃、5℃、6℃、-8℃，当时这四个城市中，气温最低的是(　　)

A.北京

B.上海

C.重庆

D.宁夏

解析：$-8<-4<5<6$，

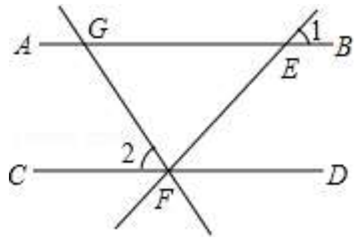
答案：D.

6.(4分)关于x的方程$\frac{2}{x-1}$=1的解是(　　)

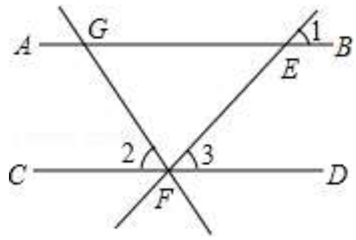
A. x=4
B. x=3
C. x=2
D. x=1
解析：去分母得：x-1=2，解得：x=3，经检验x=3是分式方程的解.
答案：B

7.(4分)2014年8月26日，第二届青奥会将在南京举行，甲、乙、丙、丁四位跨栏运动员在为该运动会积极准备.在某天“110米跨栏”训练中，每人各跑5次，据统计，他们的平均成绩都是13.2秒，甲、乙、丙、丁的成绩的方差分别是0.11、0.03、0.05、0.02.则当天这四位运动员“110米跨栏”的训练成绩最稳定的是(　　)
A. 甲
B. 乙
C. 丙
D. 丁
解析：∵甲、乙、丙、丁的成绩的方差分别是0.11、0.03、0.05、0.02，
∴丁的方差最小，∴丁运动员最稳定，
答案：D.

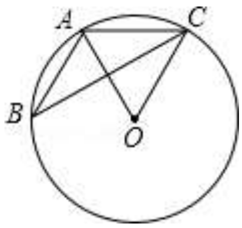
8.(4分)如图，直线AB∥CD，直线EF分别交直线AB、CD于点E、F，过点F作FG⊥FE，交直线AB于点G，若∠1=42°，则∠2的大小是(　　)



A. 56°
B. 48°
C. 46°
D. 40°
解析：∵AB∥CD，∴∠3=∠1=42°，
∵FG⊥FE，∴∠GFE=90°，∴∠2=180°-90°-42°=48°.
答案：B.



9.(4 分)如图，△ABC 的顶点 A、B、C 均在⊙O 上，若∠ABC+∠AOC=90°，则∠AOC 的大小是(　　)

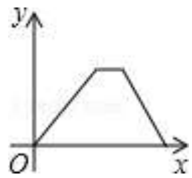


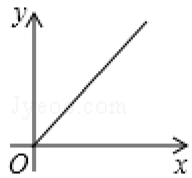
A.30°
B.45°
C.60°
D.70°

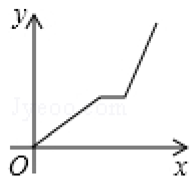
解析：∵∠ABC=$\frac{1}{2}$∠AOC，而∠ABC+∠AOC=90°，∴$\frac{1}{2}$∠AOC+∠AOC=90°，∴∠AOC=60°.

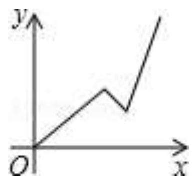
答案：C.

10.(4 分)2014 年 5 月 10 日上午，小华同学接到通知，她的作文通过了《我的中国梦》征文选拔，需尽快上交该作文的电子文稿.接到通知后，小华立即在电脑上打字录入这篇文稿，录入一段时间后因事暂停，过了一小会，小华继续录入并加快了录入速度，直至录入完成.设从录入文稿开始所经过的时间为 x，录入字数为 y，下面能反映 y 与 x 的函数关系的大致图象是(　　)

A. 

B. 

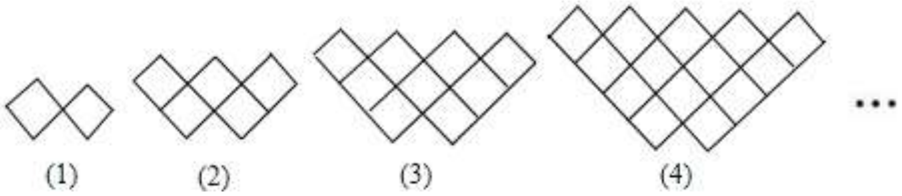
C. 

D. 

解析：A.暂停后继续录入并加快了录入速度，字数增加，故 A 不符合题意；
B.字数先增加再不变最后增加，故 B 不符合题意错误；

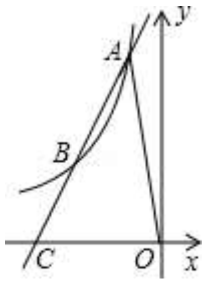
C.开始字数增加的慢，暂停后再录入字数增加的快，故C符合题意；
D.中间应有一段字数不变，不符合题意，故D错误；
答案：C.

11.(4分)如图，下列图形都是由面积为1的正方形按一定的规律组成，其中，第(1)个图形中面积为1的正方形有2个，第(2)个图形中面积为1的正方形有5个，第(3)个图形中面积为1的正方形有9个，…，按此规律.则第(6)个图形中面积为1的正方形的个数为(　　)



A.20
B.27
C.35
D.40
解析：第(1)个图形中面积为1的正方形有2个，
第(2)个图形中面积为1的图象有2+3=5个，
第(3)个图形中面积为1的正方形有2+3+4=9个，…，
按此规律，
第n个图形中面积为1的正方形有2+3+4+…+(n+1)=$\frac{n(n+3)}{2}$个，
则第(6)个图形中面积为1的正方形的个数为2+3+4+5+6+7=27个.
答案：B.

12.(4分)如图，反比例函数$y=-\frac{6}{x}$在第二象限的图象上有两点A、B，它们的横坐标分别为-1，-3，直线AB与x轴交于点C，则△AOC的面积为(　　)



A.8
B.10
C.12
D.24
解析：∵反比例函数$y=-\frac{6}{x}$在第二象限的图象上有两点A、B，它们的横坐标分别为-1，-3，
∴x=-1，y=6；x=-3，y=2，∴A(-1，6)，B(-3，2)，
设直线AB的解析式为：y=kx+b，则$\begin{cases}-k+b=6\\-3k+b=2\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=2\\b=8\end{cases}$，解得：y=2x+8，

∴y=0 时，x=-4，∴CO=4，∴△AOC 的面积为：$\frac{1}{2}$×6×4=12.

答案：C.

二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分)

13.(4 分)方程组$\begin{cases}x=3\\x+y=5\end{cases}$的解是____.

解析：$\begin{cases}x=3①\\x+y=5②\end{cases}$，

将①代入②得：y=2，则方程组的解为$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$，

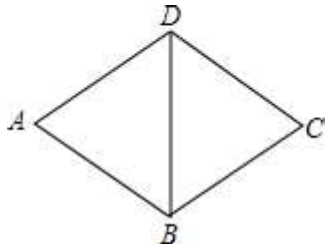
答案：$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$.

14.(4 分)据有关部分统计，截止到 2014 年 5 月 1 日，重庆市私家小轿车达到 563000 辆，将 563000 这个数用科学记数法表示为______.

解析：将 563000 用科学记数法表示为：5.63×10^5.

答案：5.63×10^5.

15.(4 分)如图，菱形 ABCD 中，∠A=60°，BD=7，则菱形 ABCD 的周长为______.



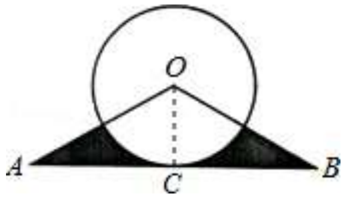
解析：∵四边形 ABCD 为菱形，∴AB=AD，

∵∠A=60°，∴△ABD 为等边三角形，

∵BD=7，∴AB=BD=7，∴菱形 ABCD 的周长=4×7=28.

答案：28.

16.(4 分)如图，△OAB 中，OA=OB=4，∠A=30°，AB 与⊙O 相切于点 C，则图中阴影部分的面积为_____.(结果保留 π)



解析：连接 OC，

∵AB 与圆 O 相切，∴OC⊥AB，

∵OA=OB，∴∠AOC=∠BOC，∠A=∠B=30°，

在 Rt△AOC 中，∠A=30°，OA=4，∴OC=$\frac{1}{2}$OA=2，∠AOC=60°，

∴∠AOB=120°，AC=$\sqrt{OA^2-OC^2}$=2$\sqrt{3}$，即 AB=2AC=4$\sqrt{3}$，

则 $S_{阴影}=S_{\triangle AOB}-S_{扇形}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times2-\frac{120\pi\times2^2}{360}=4\sqrt{3}-\frac{4\pi}{3}$.

答案：$4\sqrt{3}-\frac{4\pi}{3}$.

17.(4 分)从-1，1，2 这三个数字中，随机抽取一个数，记为 a，那么，使关于 x 的一次函数 y=2x+a 的图象与 x 轴、y 轴围成的三角形的面积为$\frac{1}{4}$,且使关于 x 的不等式组$\begin{cases}x+2\leqslant a\\1-x\leqslant 2a\end{cases}$有解的概率为____.

解析：当 a=-1 时，y=2x+a 可化为 y=2x-1，与 x 轴交点为($\frac{1}{2}$，0)，与 y 轴交点为(0，-1)，

三角形面积为$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{4}$;

当 a=1 时，y=2x+a 可化为 y=2x+1，与 x 轴交点为($-\frac{1}{2}$，0)，与 y 轴交点为(0，1)，

三角形的面积为$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{4}$;

当 a=2 时，y=2x+2 可化为 y=2x+2，与 x 轴交点为(-1，0)，与 y 轴交点为(0，2)，

三角形的面积为$\frac{1}{2}\times2\times1=1$(舍去)；

当 a=-1 时，不等式组$\begin{cases}x+2\leqslant a\\1-x\leqslant 2a\end{cases}$可化为$\begin{cases}x+2\leqslant -1\\1-x\leqslant -2\end{cases}$，不等式组的解集为$\begin{cases}x\leqslant -3\\x\geqslant 3\end{cases}$，无解；

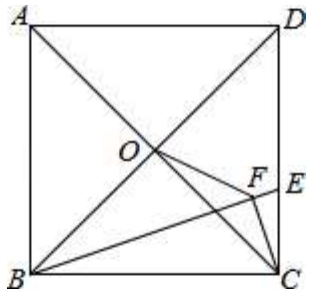
当 a=1 时，不等式组$\begin{cases}x+2\leqslant a\\1-x\leqslant 2a\end{cases}$可化为$\begin{cases}x+2\leqslant 1\\1-x\leqslant 2\end{cases}$，解得$\begin{cases}x\leqslant -1\\-x\leqslant 1\end{cases}$，解集为$\begin{cases}x\leqslant -1\\x\geqslant -1\end{cases}$，

解得 x=-1.

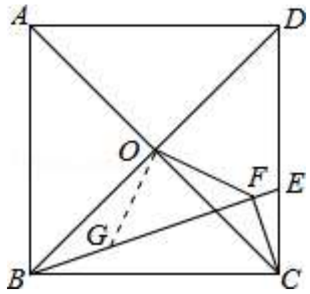
使关于 x 的一次函数 y=2x+a 的图象与 x 轴、y 轴围成的三角形的面积为$\frac{1}{4}$，且使关于 x 的不等式组$\begin{cases}x+2\leqslant a\\1-x\leqslant 2a\end{cases}$有解的概率为 $P=\frac{1}{3}$.

答案：$\frac{1}{3}$.

18.(4 分)如图，正方形 ABCD 的边长为 6，点 O 是对角线 AC、BD 的交点，点 E 在 CD 上，且 DE=2CE，过点 C 作 CF⊥BE，垂足为 F，连接 OF，则 OF 的长为____.



解析：如图，在 BE 上截取 BG=CF，连接 OG，



∵RT△BCE 中，CF⊥BE，∴∠EBC=∠ECF，

∵∠OBC=∠OCD=45°，∴∠OBG=∠OCF，

在△OBG 与△OCF 中，$\begin{cases} OB=OC \\ \angle OBG=\angle OCF \\ BG=CF \end{cases}$，∴△OBG≌△OCF(SAS)

∴OG=OF，∠BOG=∠COF，∴OG⊥OF，

在 RT△BCE 中，BC=DC=6，DE=2EC，∴EC=2，

∴BE=$\sqrt{BC^2+CE^2}$=$\sqrt{6^2+2^2}$=$2\sqrt{10}$，

∵BC^2=BF·BE，

则 6^2=BF·$2\sqrt{10}$，解得：BF=$\frac{9\sqrt{10}}{5}$，∴EF=BE-BF=$\frac{\sqrt{10}}{5}$，

∵CF^2=BF·EF，∴CF=$\frac{3\sqrt{10}}{5}$，∴GF=BF-BG=BF-CF=$\frac{6\sqrt{10}}{5}$，

在等腰直角△OGF 中 $OF^2=\frac{1}{2}GF^2$，∴OF=$\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

答案：$\frac{6\sqrt{5}}{5}$

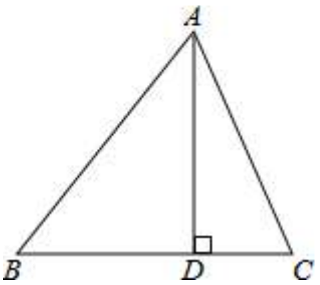
三、解答题(本大题共 2 小题，每小题 7 分，共 14 分)

19.(7 分)计算：$\sqrt{4}+(-3)^2-2014^0\times|-4|+\left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$.

解析：分别根据 0 指数幂及负整数指数幂的计算法则、数的乘方法则及绝对值的性质计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可.

答案：原式=2+9-1×4+6=11-4+6=13.

20.(7 分)如图，△ABC 中，AD⊥BC，垂足是 D，若 BC=14，AD=12，tan∠BAD=$\frac{3}{4}$，求 sinC 的值.



解析：根据 $\tan\angle BAD=\frac{3}{4}$，求得 BD 的长，在直角△ACD 中由勾股定理得 AC，然后利用正弦的定义求解.

答案：∵在直角△ABD 中，$\tan\angle BAD=\frac{BD}{AD}=\frac{3}{4}$，

∴$BD=AD\cdot\tan\angle BAD=12\times\frac{3}{4}=9$，∴$CD=BC-BD=14-9=5$，

∴$AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{12^2+5^2}=13$，∴$\sin C=\frac{AD}{AC}=\frac{12}{13}$.

四、解答题(本大题共 4 小题，每小题 10 分，共 40 分)

21.(10 分)先化简，再求值：$\frac{1}{x}\div\left(\frac{x^2+1}{x^2-x}-\frac{2}{x-1}\right)+\frac{1}{x+1}$，其中 x 的值为方程 2x=5x-1 的解.

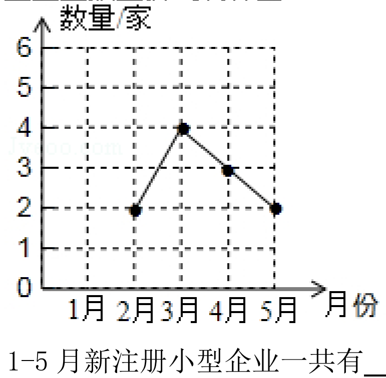
解析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分后两项通分并利用同分母分式的加法法则计算得到最简结果，求出方程的解得到 x 的值，代入计算即可求出值.

答案：原式$=\frac{1}{x}\div\frac{x^2+1-2x}{x(x-1)}+\frac{1}{x+1}=\frac{1}{x}\cdot\frac{x(x-1)}{(x-1)^2}+\frac{1}{x+1}=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}=\frac{2x}{x^2-1}$，

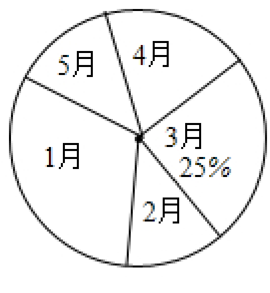
解方程 2x=5x-1，得：$x=\frac{1}{3}$，当 $x=\frac{1}{3}$时，原式$=-\frac{3}{4}$.

22.(10 分)为鼓励创业，市政府制定了小型企业的优惠政策，许多小型企业应运而生，某镇统计了该镇 1-5 月新注册小型企业的数量，并将结果绘制成如下两种不完整的统计图：

今年1～5月各月新注册小型企业数量折线统计图



今年1～5月各月新注册小型企业数量占今年前五月新注册小型企业总量的百分比扇形统计图



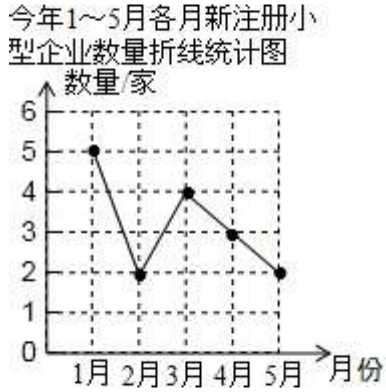
(1)某镇今年 1-5 月新注册小型企业一共有______家.请将折线统计图补充完整；

(2)该镇今年3月新注册的小型企业中，只有2家是餐饮企业，现从3月新注册的小型企业中随机抽取2家企业了解其经营状况，请用列表或画树状图的方法求出所抽取的2家企业恰好都是餐饮企业的概率.

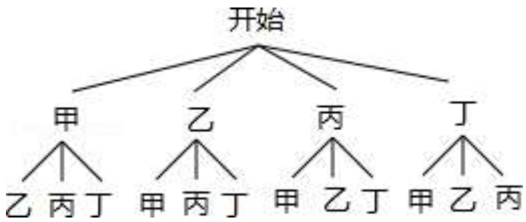
解析：(1)根据3月份有4家，占25%，可求出某镇今年1-5月新注册小型企业一共有的家数，再求出1月份的家数，进而将折线统计图补充完整；

(2)设该镇今年3月新注册的小型企业为甲、乙、丙、丁，其中甲、乙为餐饮企业，根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与甲、乙2家企业恰好被抽到的情况，再利用概率公式求解即可求得答案.

答案：(1)根据统计图可知，3月份有4家，占25%，所以某镇今年1-5月新注册小型企业一共有：4÷25%=16(家)，1月份有：16-2-4-3-2=5(家).折线统计图补充如下：



(2)设该镇今年3月新注册的小型企业为甲、乙、丙、丁，其中甲、乙为餐饮企业.树状图如下：



∵共有12种等可能的结果，甲、乙2家企业恰好被抽到的有2种，

∴所抽取的2家企业恰好都是餐饮企业的概率为：$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

23.(10分)为丰富居民业余生活，某居民区组建筹委会，该筹委会动员居民自愿集资建立一个书刊阅览室.经预算，一共需要筹资30000元，其中一部分用于购买书桌、书架等设施，另一部分用于购买书刊.

(1)筹委会计划，购买书刊的资金不少于购买书桌、书架等设施资金的3倍，问最多用多少资金购买书桌、书架等设施？

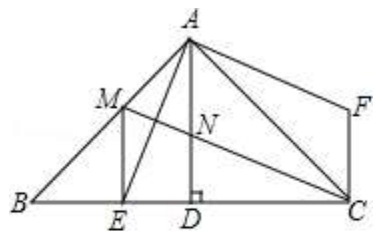
(2)经初步统计，有200户居民自愿参与集资，那么平均每户需集资150元.镇政府了解情况后，赠送了一批阅览室设施和书籍，这样，只需参与户共集资20000元.经筹委会进一步宣传，自愿参与的户数在200户的基础上增加了a%(其中a＞0).则每户平均集资的资金在150元的基础上减少了$\frac{10}{9}$a%，求a的值.

解析：(1)设用于购买书桌、书架等设施的为x元，则购买书籍的有(30000-x)元，利用“购买书刊的资金不少于购买书桌、书架等设施资金的3倍”，列出不等式求解即可；

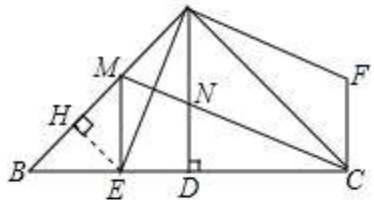
(2)根据“自愿参与的户数在200户的基础上增加了a%(其中a＞0).则每户平均集资的资金在150元的基础上减少了$\frac{10}{9}$a%，且总集资额为20000元”列出方程求解即可.

答案：(1)设用于购买书桌、书架等设施的为x元，则购买书籍的有(30000-x)元，
根据题意得：30000-x≥3x，解得：x≤7500.
答：最多用7500元购买书桌、书架等设施；
(2)根据题意得：$200(1+a\%)\times150(1-\frac{10}{9}a\%)=20000$
整理得：$a^2+10a-3000=0$，
解得：a=50或a=-60(舍去)，
所以a的值是50.

24.(10分)如图，△ABC中，∠BAC=90°，AB=AC，AD⊥BC，垂足是D，AE平分∠BAD，交BC于点E.在△ABC外有一点F，使FA⊥AE，FC⊥BC.



(1)求证：BE=CF；
(2)在AB上取一点M，使BM=2DE，连接MC，交AD于点N，连接ME.
求证：①ME⊥BC；②DE=DN.
解析：(1)根据等腰直角三角形的性质求出∠B=∠ACB=45°，再求出∠ACF=45°，从而得到∠B=∠ACF,根据同角的余角相等求出∠BAE=∠CAF,然后利用“角边角”证明△ABE和△ACF全等，根据全等三角形对应边相等证明即可；
(2)①过点E作EH⊥AB于H，求出△BEH是等腰直角三角形，然后求出HE=BH，再根据角平分线上的点到角的两边距离相等可得DE=HE，然后求出HE=HM，从而得到△HEM是等腰直角三角形，再根据等腰直角三角形的性质求解即可；
②求出∠CAE=∠CEA=67.5°，根据等角对等边可得AC=CE，再利用“HL”证明Rt△ACM和Rt△ECM全等，根据全等三角形对应角相等可得∠ACM=∠ECM=22.5°，从而求出∠DAE=∠ECM，根据等腰直角三角形的性质可得AD=CD，再利用“角边角”证明△ADE和△CDN全等，根据全等三角形对应边相等证明即可.
答案：(1)∵∠BAC=90°，AB=AC，∴∠B=∠ACB=45°，
∵FC⊥BC，∴∠BCF=90°，
∴∠ACF=90°-45°=45°，∴∠B=∠ACF，
∵∠BAC=90°，FA⊥AE，∴∠BAE+∠CAE=90°，∠CAF+∠CAE=90°，∴∠BAE=∠CAF，
在△ABE和△ACF中，$\begin{cases}\angle BAE=\angle CAF\\ AB=AC\\ \angle B=\angle ACF\end{cases}$，∴△ABE≌△ACF(ASA)，∴BE=CF.
(2)①如图，过点E作EH⊥AB于H，则△BEH是等腰直角三角形，



∴HE=BH，∠BEH=45°，

∵AE 平分∠BAD，AD⊥BC，∴DE=HE，∴DE=BH=HE，

∵BM=2DE，∴HE=HM，∴△HEM 是等腰直角三角形，∴∠MEH=45°，∴∠BEM=45°+45°=90°，

∴ME⊥BC；

②由题意得，∠CAE=45°+$\frac{1}{2}$×45°=67.5°，∴∠CEA=180°-45°-67.5°=67.5°，

∴∠CAE=∠CEA=67.5°，∴AC=CE，

在 Rt△ACM 和 Rt△ECM 中，$\begin{cases}CM=CM\\AC=CE\end{cases}$，∴Rt△ACM≌Rt△ECM(HL)，

∴∠ACM=∠ECM=$\frac{1}{2}$×45°=22.5°，

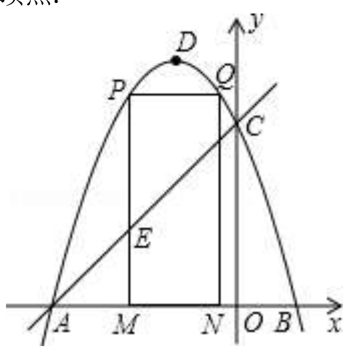
又∵∠DAE=$\frac{1}{2}$×45°=22.5°，∴∠DAE=∠ECM，

∵∠BAC=90°，AB=AC，AD⊥BC，∴AD=CD=$\frac{1}{2}$BC，

在△ADE 和△CDN 中，$\begin{cases}\angle DAE=\angle ECM\\AD=CD\\\angle ADE=\angle CDN\end{cases}$，∴△ADE≌△CDN(ASA)，∴DE=DN.

五、解答题(本大题共 2 个小题，每小题 12 分，共 24 分)

25.(12 分)如图，抛物线 $y=-x^2-2x+3$ 的图象与 x 轴交于 A、B 两点(点 A 在点 B 的左边)，与 y 轴交于点 C，点 D 为抛物线的顶点.



(1)求 A、B、C 的坐标；

(2)点 M 为线段 AB 上一点(点 M 不与点 A、B 重合)，过点 M 作 x 轴的垂线，与直线 AC 交于点 E，与抛物线交于点 P，过点 P 作 PQ∥AB 交抛物线于点 Q，过点 Q 作 QN⊥x 轴于点 N.若点 P 在点 Q 左边，当矩形 PQMN 的周长最大时，求△AEM 的面积；

(3)在(2)的条件下，当矩形 PMNQ 的周长最大时，连接 DQ.过抛物线上一点 F 作 y 轴的平行线，与直线 AC 交于点 G(点 G 在点 F 的上方).若 FG=2$\sqrt{2}$DQ，求点 F 的坐标.

解析：(1)通过解析式即可得出 C 点坐标，令 y=0，解方程得出方程的解，即可求得 A、B 的坐标.

(2)设M点横坐标为m,则$PM=-m^2-2m+3$,$MN=(-m-1)\times 2=-2m-2$,矩形PMNQ的周长$d=-2m^2-8m+2$,将$-2m^2-8m+2$配方，根据二次函数的性质，即可得出m的值，然后求得直线AC的解析式，把$x=m$代入可以求得三角形的边长，从而求得三角形的面积.

(3)设$F(n，-n^2-2n+3)$，根据已知若$FG=2\sqrt{2}DQ$，即可求得.

答案：(1)由抛物线$y=-x^2-2x+3$可知，C(0，3)，

令y=0，则$0=-x^2-2x+3$，解得x=-3或x=1，∴A(-3，0)，B(1，0).

(2)由抛物线$y=-x^2-2x+3$可知，对称轴为x=-1，

设M点的横坐标为m，则$PM=-m^2-2m+3$，$MN=(-m-1)\times 2=-2m-2$，

∴矩形PMNQ的周长$=2(PM+MN)=(-m^2-2m+3-2m-2)\times 2=-2m^2-8m+2=-2(m+2)^2+10$，

∴当m=-2时矩形的周长最大.

∵A(-3，0)，C(0，3)，设直线AC解析式为；y=kx+b，解得k=1，b=3，

∴解析式y=x+3，当x=-2时，则E(-2，1)，∴EM=1，AM=1，∴$S=\frac{1}{2}\cdot AM\cdot EM=\frac{1}{2}$.

(3)∵M点的横坐标为-2，抛物线的对称轴为x=-1，

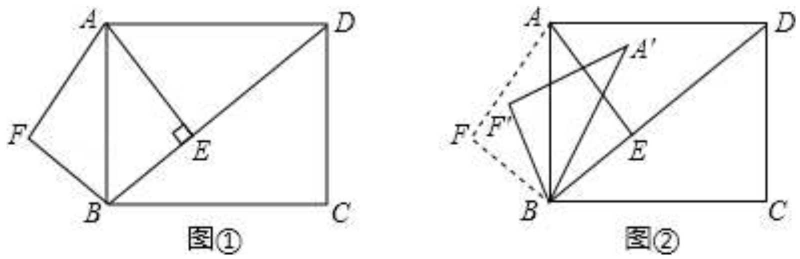
∴N应与原点重合，Q点与C点重合，∴DQ=DC，

把x=-1代入$y=-x^2-2x+3$，解得y=4，∴D(-1，4)∴$DQ=DC=\sqrt{2}$,

∵$FC=2\sqrt{2}DQ$，∴FG=4，设$F(n，-n^2-2n+3)$，则G(n，n+3)，

∵点G在点F的上方，∴$(n+3)-(-n^2-2n+3)=4$，解得：n=-4或n=1.∴F(-4，-5)或(1，0).

26.(12分)已知：如图①，在矩形ABCD中，AB=5，$AD=\frac{20}{3}$，AE⊥BD，垂足是E.点F是点E关于AB的对称点，连接AF、BF.



图①　图②

(1)求AE和BE的长；

(2)若将△ABF沿着射线BD方向平移，设平移的距离为m(平移距离指点B沿BD方向所经过的线段长度).当点F分别平移到线段AB、AD上时，直接写出相应的m的值.

(3)如图②，将△ABF绕点B顺时针旋转一个角α(0°＜α＜180°)，记旋转中的△ABF为△A′BF′，在旋转过程中，设A′F′所在的直线与直线AD交于点P，与直线BD交于点Q.是否存在这样的P、Q两点，使△DPQ为等腰三角形？若存在，求出此时DQ的长；若不存在，请说明理由.

解析：(1)利用矩形性质、勾股定理及三角形面积公式求解；

(2)依题意画出图形，如答图2所示.利用平移性质，确定图形中的等腰三角形，分别求出m的值；

(3)在旋转过程中，等腰△DPQ有4种情形，如答图3所示，对于各种情形分别进行计算.

答案：(1)在Rt△ABD中，AB=5，$AD=\frac{20}{3}$,

由勾股定理得：$BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{5^2+\left(\frac{20}{3}\right)^2}=\frac{25}{3}$.

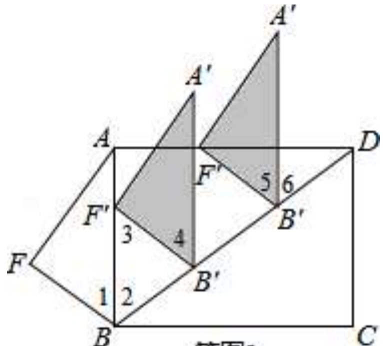
∵$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}BD\cdot AE=\frac{1}{2}AB\cdot AD$，∴$AE=\frac{AB\cdot AD}{BD}=\frac{5\times\frac{20}{3}}{\frac{25}{3}}=4$.

在 Rt△ABE 中，AB=5，AE=4，由勾股定理得：BE=3.

(2)设平移中的三角形为△A′B′F′，如答图 2 所示：

由对称点性质可知，∠1=∠2.

由平移性质可知，AB∥A′B′，∠4=∠1，BF=B′F′=3.



答图2

①当点 F′落在 AB 上时，∵AB∥A′B′，∴∠3=∠4，∴∠3=∠2，

∴BB′=B′F′=3，即 m=3；

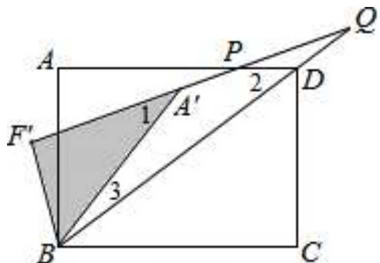
②当点 F′落在 AD 上时，∵AB∥A′B′，∴∠6=∠2，∵∠1=∠2，∠5=∠1，

∴∠5=∠6，又易知 A′B′⊥AD，∴△B′F′D 为等腰三角形，

∴B′D=B′F′=3，∴BB′=BD-B′D=$\frac{25}{3}$-3=$\frac{16}{3}$，即 m=$\frac{16}{3}$.

(3)存在.理由如下：在旋转过程中，等腰△DPQ 依次有以下 4 种情形：

①如答图 3-1 所示，点 Q 落在 BD 延长线上，且 PD=DQ，易知∠2=2∠Q，



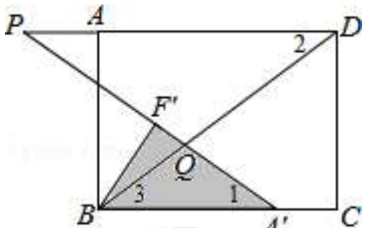
答图3-1

∵∠1=∠3+∠Q，∠1=∠2，∴∠3=∠Q，∴A′Q=A′B=5，∴F′Q=F′A′+A′Q=4+5=9.

在 Rt△BF′Q 中，由勾股定理得：$BQ=\sqrt{F'Q^2+F'B^2}=\sqrt{9^2+3^2}=3\sqrt{10}$.

∴$DQ=BQ-BD=3\sqrt{10}-\frac{25}{3}$；

②如答图 3-2 所示，点 Q 落在 BD 上，且 PQ=DQ，易知∠2=∠P，



答图3-2

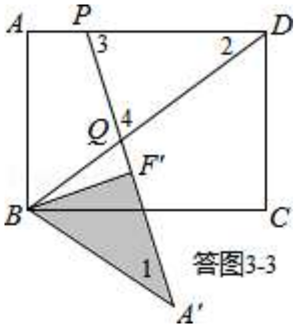
∵∠1=∠2，∴∠1=∠P，∴BA′∥PD，则此时点 A′落在 BC 边上.

∵∠3=∠2，∴∠3=∠1，∴BQ=A′Q，∴F′Q=F′A′-A′Q=4-BQ.

在 Rt△BQF′中，由勾股定理得：$BF'^2+F'Q^2=BQ^2$，

即：$3^2+(4-BQ)^2=BQ^2$，解得：$BQ=\frac{25}{8}$，∴$DQ=BD-BQ=\frac{25}{3}-\frac{25}{8}=\frac{125}{24}$；

③如答图 3-3 所示，点 Q 落在 BD 上，且 PD=DQ，易知∠3=∠4.



答图3-3

∵∠2+∠3+∠4=180°，∠3=∠4，∴$\angle 4=90°-\frac{1}{2}\angle 2$.

∵∠1=∠2，∴$\angle 4=90°-\frac{1}{2}\angle 1$.∴$\angle A'QB=\angle 4=90°-\frac{1}{2}\angle 1$，

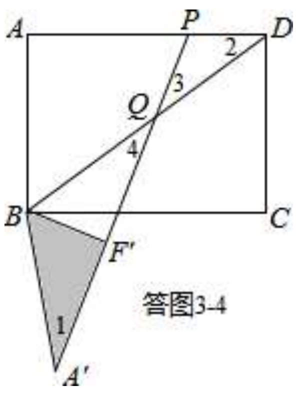
∴$\angle A'BQ=180°-\angle A'QB-\angle 1=90°-\frac{1}{2}\angle 1$，

∴∠A′QB=∠A′BQ，∴A′Q=A′B=5，∴F′Q=A′Q-A′F′=5-4=1.

在 Rt△BF′Q 中，由勾股定理得：$BQ=\sqrt{F'Q^2+F'B^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，

∴$DQ=BD-BQ=\frac{25}{3}-\sqrt{10}$；

④如答图 3-4 所示，点 Q 落在 BD 上，且 PQ=PD，易知∠2=∠3.



答图3-4

∵∠1=∠2，∠3=∠4，∠2=∠3，∴∠1=∠4，∴BQ=BA′=5，∴DQ=BD-BQ=$\frac{25}{3}$-5=$\frac{10}{3}$.

综上所述，存在 4 组符合条件的点 P、点 Q，使△DPQ 为等腰三角形；

DQ 的长度分别为 $3\sqrt{10}-\frac{25}{3}$、$\frac{125}{24}$、$\frac{25}{3}-\sqrt{10}$或$\frac{10}{3}$.