2015年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）数学文

一、填空题（本大题共14小题，满分56分）考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律零分）

1.（4分）（2015•上海）函数 $f(x)=1-3\sin^2x$ 的最小正周期为__π__.

解析：由条件利用半角公式化简函数的解析式，再利用余弦函数的周期性求得函数的最小正周期.

∵函数 $f(x)=1-3\sin^2x=1-3\frac{1-\cos2x}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\cos2x$，

∴函数的最小正周期为 $\frac{2\pi}{2}=\pi$，

答案：π.

点评：本题主要考查半角公式的应用，余弦函数的周期性，属于基础题.

2.（4分）（2015•上海）设全集U=R.若集合A={1，2，3，4}，B={x|2≤x<3}，则 $A\cap(\complement_UB)$=__{1，3，4}__.

考点：交、并、补集的混合运算.

解析：本题考查集合的运算，由于两个集合已经化简，故直接运算得出答案即可.

∵全集U=R，集合 A={1，2，3，4}， B={x|2≤x<3}，

∴ $(\complement_UB)$={x|x≥3 或 x<2}，

∴ $A\cap(\complement_UB)$={1，3，4}，

答案：{1，3，4}.

3.（4分）（2015•上海）若复数z满足 $3z+\overline{z}=1+i$，其中i是虚数单位，则z=__$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}i$__.

考点： 复数代数形式的乘除运算.

解析：设z=a+bi，则 $\overline{z}=a-bi$（a，b∈R），

又 $3z+\overline{z}=1+i$，

∴3（a+bi）+（a﹣bi）=1+i，

化为4a+2bi=1+i，

∴4a=1，2b=1，

解得 $a=\frac{1}{4}$，$b=\frac{1}{2}$.

∴ $z=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}i$.

答案：$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}i$.

4.（4分）（2015•上海）设 $f^{-1}(x)$ 为 $f(x)=\frac{x}{2x+1}$ 的反函数，则 $f^{-1}(2)$=__$-\frac{2}{3}$__.

考点： 反函数.

解析：由 $y=f(x)=\frac{x}{2x+1}$，得 $x=\frac{y}{1-2y}$，

x，y 互换可得，$y=\frac{x}{1-2x}$，即 $f^{-1}(x)=\frac{x}{1-2x}$.

$\therefore f^{-1}(2)=\frac{2}{1-2\times 2}=-\frac{2}{3}$.

答案：$-\frac{2}{3}$.

5.（4 分）（2015•上海）若线性方程组的增广矩阵为 $\begin{pmatrix} 2 & 3 & c_1 \\ 0 & 1 & c_2 \end{pmatrix}$ 解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$，则 $c_1-c_2=$__16__.

考点： 二阶行列式与逆矩阵.

解析：由题意知 $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$，是方程组 $\begin{cases} 2x+3y=c_1 \\ y=c_2 \end{cases}$ 的解，即 $\begin{cases} c_1=6+15=21 \\ c_2=5 \end{cases}$，

则 $c_1-c_2=21-5=16$，

答案：16.

6.（4 分）（2015•上海）若正三棱柱的所有棱长均为 a，且其体积为 $16\sqrt{3}$，则 a=__4__.

考点： 棱锥的结构特征.

解析：由题意可得，正棱柱的底面是变长等于 a 的等边三角形，面积为 $\frac{1}{2}\cdot a\cdot a\cdot \sin 60^\circ$，

正棱柱的高为 a，

$\therefore (\frac{1}{2}\cdot a\cdot a\cdot \sin 60^\circ)\cdot a=16\sqrt{3}$，$\therefore a=4$，

答案：4.

7.（4 分）（2015•上海）抛物线 $y^2=2px$（$p>0$）上的动点 Q 到焦点的距离的最小值为 1，则 p=__2__.

考点： 抛物线的简单性质.

解析：因为抛物线 $y^2=2px$（$p>0$）上的动点 Q 到焦点的距离的最小值为 1，

所以 $\frac{p}{2}=1$，

所以 p=2.

答案：2.

8.（4 分）（2015•上海）方程 $\log_2(9^{x-1}-5)=\log_2(3^{x-1}-2)+2$ 的解为__2__.

考点： 对数的运算性质.

解析：∵$\log_2(9^{x-1}-5)=\log_2(3^{x-1}-2)+2$，∴$\log_2(9^{x-1}-5)=\log_2[4\times(3^{x-1}-2)]$，

∴$9^{x-1}-5=4(3^{x-1}-2)$，

化为$(3^x)^2-12\cdot3^x+27=0$，

因式分解为：$(3^x-3)(3^x-9)=0$，

∴$3^x=3$，$3^x=9$，

解得 x=1 或 2.

经过验证：x=1 不满足条件，舍去.

∴x=2.

答案：2.

9.（4 分）（2015•上海）若 x，y 满足$\begin{cases}x-y\geqslant0\\x+y\leqslant2\\y\geqslant0\end{cases}$，则目标函数 z=x+2y 的最大值为__3__.

考点： 简单线性规划.

解析：作出不等式组对应的平面区域如图：（阴影部分）.

由 z=x+2y 得$y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}z$，

平移直线$y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}z$，

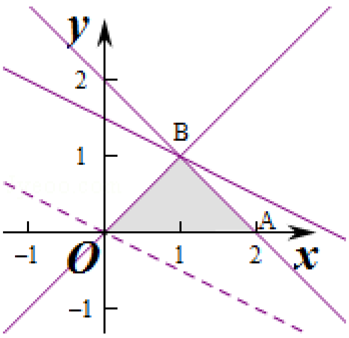
由图象可知当直线$y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}z$经过点 B 时，直线$y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}z$的截距最大，

此时 z 最大.

由$\begin{cases}x-y=0\\x+y=2\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$，即 B（1，1），

代入目标函数 z=x+2y 得 z=2×1+1=3

答案：3.



10.（4 分）（2015•上海）在报名的 3 名男老师和 6 名女教师中，选取 5 人参加义务献血，要求男、女教师都有，则不同的选取方式的种数为__120__（结果用数值表示）.

考点： 排列、组合的实际应用.

解析：根据题意，报名的有 3 名男老师和 6 名女教师，共 9 名老师，

在 9 名老师中选取 5 人，参加义务献血，有 C_9^5=126 种；
其中只有女教师的有 C_6^5=6 种情况；
则男、女教师都有的选取方式的种数为 126 - 6=120 种；
答案：120

11.（4 分）（2015•上海）在 $(2x+\frac{1}{x^2})^6$ 的二项式中，常数项等于__240__（结果用数值表示）.

考点：　二项式系数的性质.

解析：由 $(2x+\frac{1}{x^2})^6$，得

$T_{r+1}=C_6^r(2x)^{6-r}\cdot(\frac{1}{x^2})^r=2^{6-r}\cdot C_6^r\cdot x^{6-3r}$.

由 6 - 3r=0，得 r=2.

∴常数项等于 $2^4\times C_6^2=240$.

答案：240.

12.（4 分）（2015•上海）已知双曲线 C_1、C_2 的顶点重合，C_1 的方程为 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$，若 C_2 的一条渐近线的斜率是 C_1 的一条渐近线的斜率的 2 倍，则 C_2 的方程为__$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$__.

考点：　双曲线的简单性质.

解析：C_1 的方程为 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$，一条渐近线的方程为 $y=\frac{x}{2}$，
因为 C_2 的一条渐近线的斜率是 C_1 的一条渐近线的斜率的 2 倍，
所以 C_2 的一条渐近线的方程为 y=x，
因为双曲线 C_1、C_2 的顶点重合，

所以 C_2 的方程为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$.

答案：$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$.

13.（4 分）（2015•上海）已知平面向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ 满足 $\vec{a}\perp\vec{b}$，且 $\{|\vec{a}|，|\vec{b}|，|\vec{c}|\}=\{1，2，3\}$，则 $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$ 的最大值是__$3+\sqrt{5}$__.

考点：　平面向量数量积的运算.

解析：分别以 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 所在的直线为 x，y 轴建立直角坐标系，

①当$\{|\vec{a}|, |\vec{b}|\}=\{1, 2\}$，$|\vec{c}|=3$，则$\vec{a}+\vec{b}=(1, 2)$，

设$\vec{c}=(x, y)$，则 $x^2+y^2=9$，

∴$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=(1+x, 2+y)$，

∴$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=\sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2}$的最大值，其几何意义是圆 $x^2+y^2=9$ 上点（x，y）

与定点（﹣1，﹣2）的距离的最大值为$3+\sqrt{(0+2)^2+(0+1)^2}=3+\sqrt{5}$；

②且$\{|\vec{a}|, |\vec{b}|\}=\{1, 3\}$，$|\vec{c}|=2$，则$\vec{a}+\vec{b}=(1, 3)$，$x^2+y^2=4$，

∴$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=(1+x, 3+y)$

∴$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=\sqrt{(x+1)^2+(y+3)^2}$的最大值，其几何意义是圆 $x^2+y^2=4$ 上点（x，y）

与定点（﹣1，﹣3）的距离的最大值为$2+\sqrt{(0+1)^2+(0+3)^2}=2+\sqrt{10}$，

③$\{|\vec{a}|, |\vec{b}|\}=\{2, 3\}$，}，$|\vec{c}|=1$，则$\vec{a}+\vec{b}=(2, 3)$，

设$\vec{c}=(x, y)$，则 $x^2+y^2=1$

∴$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=(2+x, 3+y)$

∴$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=\sqrt{(x+2)^2+(y+3)^2}$的最大值，其几何意义是在圆 $x^2+y^2=1$

上取点（x，y）与定点（﹣2，﹣3）的距离的最大值为$1+\sqrt{(0+2)^2+(0+3)^2}=1+\sqrt{13}$

∵$1+\sqrt{13}<3+\sqrt{5}$，$2+\sqrt{10}<3+\sqrt{5}$，

故$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$的最大值为$3+\sqrt{5}$.

答案：$3+\sqrt{5}$

14.（4 分）（2015•上海）已知函数 f（x）=sinx.若存在 x_1，x_2，…，x_m满足 $0\leqslant x_1<x_2<\cdots<x_m\leqslant 6\pi$，且$|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+\cdots+|f(x_{m-1})-f(x_m)|=12$（$m\geqslant 12$，$m\in N^*$），则 m 的最小值为__8__.

考点： 正弦函数的图象.

答案：8

二、选择题（本大题共 4 小题，满分 21 分）每题有且只有一个正确答案，考生应在答题纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得 5 分，否则一律零分.

15.（6 分）（2015•上海）设 z_1、$z_2\in C$，则“z_1、z_2均为实数”是“z_1-z_2是实数”的（　　）

A. 充分非必要条件
B. 必要非充分条件
C. 充要条件
D. 既非充分又非必要条件

考点： 必要条件、充分条件与充要条件的判断.
解析：若 z_1、z_2 均为实数，则 z_1-z_2 是实数，即充分性成立，
当 $z_1=i$，$z_2=i$，满足 $z_1-z_2=0$ 是实数，但 z_1、z_2 均为实数不成立，即必要性不成立，
故“z_1、z_2 均为实数”是“z_1-z_2 是实数”的充分不必要条件，
答案：A

16.（5 分）（2015•上海）下列不等式中，与不等式 $\frac{x+8}{x^2+2x+3}<2$ 解集相同的是（　　）

A. $(x+8)(x^2+2x+3)<2$
B. $x+8<2(x^2+2x+3)$
C. $\frac{1}{x^2+2x+3}<\frac{2}{x+8}$
D. $\frac{x^2+2x+3}{x+8}>\frac{1}{2}$

考点： 其他不等式的解法.
解析：由于 $x^2+2x+3=(x+1)^2+2>0$，不等式 $\frac{x+8}{x^2+2x+3}<2$，等价于 $x+8<2(x^2+2x+3)$，
答案：B

17.（5 分）（2015•上海）已知点 A 的坐标为 $(4\sqrt{3}, 1)$，将 OA 绕坐标原点 O 逆时针旋转 $\frac{\pi}{3}$ 至 OB，则点 B 的纵坐标为（　　）

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$
C. $\frac{11}{2}$
D. $\frac{13}{2}$

考点： 任意角的三角函数的定义.
解析：∵点 A 的坐标为 $(4\sqrt{3}, 1)$，

∴设 $\angle xOA=\theta$，则 $\sin\theta=\frac{1}{\sqrt{1+(4\sqrt{3})^2}}=\frac{1}{\sqrt{49}}=\frac{1}{7}$，$\cos\theta=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{1+(4\sqrt{3})^2}}=\frac{4\sqrt{3}}{7}$，

将 OA 绕坐标原点 O 逆时针旋转 $\frac{\pi}{3}$ 至 OB，

则 OB 的倾斜角为 $\theta+\frac{\pi}{3}$，则 $|OB|=|OA|=\sqrt{1+(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{49}=7$，

则点 B 的纵坐标为 $y=|OP|\sin(\theta+\frac{\pi}{3})=7(\sin\theta\cos\frac{\pi}{3}+\cos\theta\sin\frac{\pi}{3})=7(\frac{1}{7}\times\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{4\sqrt{3}}{7})=\frac{1}{2}+6=\frac{13}{2}$，

答案：D

18.（5 分）（2015•上海）设 $P_n(x_n, y_n)$ 是直线 $2x-y=\frac{n}{n+1}$（$n\in N^*$）与圆 $x^2+y^2=2$ 在第一象限的交点，则极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{y_n-1}{x_n-1}$=（　　）

A.　-1

B.　$-\frac{1}{2}$

C.　1

D.　2

考点：　极限及其运算.

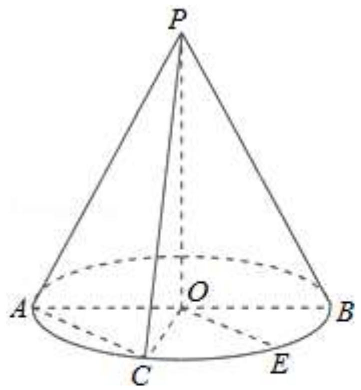
解析：当 $n\to+\infty$ 时，直线 $2x-y=\frac{n}{n+1}$ 趋近于 $2x-y=1$，与圆 $x^2+y^2=2$ 在第一象限的交点无限靠近（1，1），而 $\frac{y_n-1}{x_n-1}$ 可看作点 $P_n(x_n, y_n)$ 与（1，1）连线的斜率，其值会无限接近圆 $x^2+y^2=2$ 在点（1，1）处的切线的斜率，其斜率为 -1.

$\therefore \lim\limits_{n\to\infty}\frac{y_n-1}{x_n-1}=-1$.

答案：A.

三、解答题（本大题共有 5 题，满分 74 分）解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤.

19.（12 分）（2015•上海）如图，圆锥的顶点为 P，底面圆为 O，底面的一条直径为 AB，C 为半圆弧 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，E 为劣弧 $\overset{\frown}{CB}$ 的中点，已知 PO=2，OA=1，求三棱锥 P - AOC 的体积，并求异面直线 PA 和 OE 所成角的大小.



考点：　异面直线及其所成的角.

解析：　由条件便知 PO 为三棱锥 P﹣AOC 的高，底面积 $S_{\triangle AOC}$ 又容易得到，从而带入棱锥的体积公式即可得到该三棱锥的体积.根据条件能够得到 OE∥AC，从而找到异面直线 PA，OE 所成角为∠PAC，可取 AC 中点 H，连接 PH，便得到 PH⊥AC，从而可在 Rt△PAH 中求出 cos∠PAC，从而得到∠PAC.

答案：∵PO=2，OA=1，OC⊥AB；

∴ $V_{三棱锥P-AOC}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times2=\frac{1}{3}$；

E 为劣弧$\overset{\frown}{CB}$的中点；

∴∠BOE=45°，又∠ACO=45°；

∴OE∥AC；

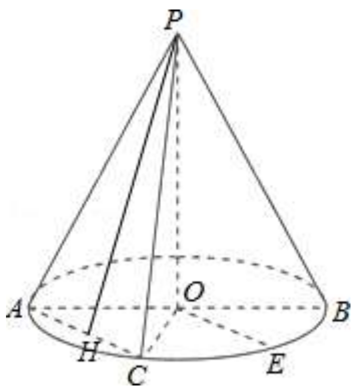
∴∠PAC 便是异面直线 PA 和 OE 所成角；

在△ACP 中，$AC=\sqrt{2}$，$AP=CP=\sqrt{5}$；

如图，取 AC 中点 H，连接 PH，则 PH⊥AC，$AH=\frac{\sqrt{2}}{2}$；

∴在 Rt△PAH 中，$\cos\angle PAH=\frac{AH}{AP}=\frac{\sqrt{10}}{10}$；

∴异面直线 PA 与 OE 所成角的大小为 $\arccos\frac{\sqrt{10}}{10}$.



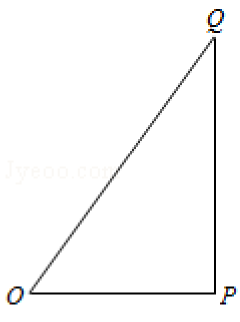
20.（14 分）（2015•上海）已知函数 $f(x)=ax^2+\frac{1}{x}$，其中 a 为常数

(1)根据 a 的不同取值，判断函数 f（x）的奇偶性，并说明理由；
(2)若 a∈（1，3），判断函数 f（x）在[1，2]上的单调性，并说明理由.

考点： 利用导数研究函数的单调性；函数奇偶性的性质.
解析： (1)根据函数的奇偶性的定义即可判断，需要分类讨论；
(2)根据导数和函数的单调性的关系即可判断.

答案：(1)当 a=0 时，f（x）=$\frac{1}{x}$，显然为奇函数，
当 a≠0 时，f（1）=a+1，f（﹣1）=a﹣1，f（1）≠f（﹣1），且 f（1）+f（﹣1）≠0，
所以此时 f（x）为非奇非偶函数.
(2)∵a∈（1，3），f（x）=$ax^2+\frac{1}{x}$，
∴$f'(x)=2ax-\frac{1}{x^2}=\frac{2ax^3-1}{x^2}$，
∵a∈（1，3），x∈[1，2]，
∴$2ax^3-1>0$，
∴$f'(x)>0$，
∴函数 f（x）在[1，2]上的单调递增.

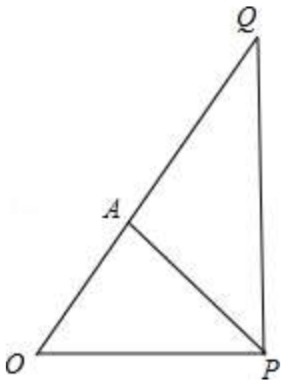
21.（14 分）（2015•上海）如图，O，P，Q 三地有直道相通，OP=3 千米，PQ=4 千米，OQ=5 千米，现甲、乙两警员同时从 O 地出发匀速前往 Q 地，经过 t 小时，他们之间的距离为 f（t）（单位：千米）.甲的路线是 OQ，速度为 5 千米/小时，乙的路线是 OPQ，速度为 8 千米/小时，乙到达 Q 地后在原地等待.设 $t=t_1$时乙到达 P 地，$t=t_2$时乙到达 Q 地.
(1)求 t_1与 f（t_1）的值；
(2)已知警员的对讲机的有效通话距离是 3 千米，当 $t_1\leqslant t\leqslant t_2$时，求 f（t）的表达式，并判断 f（t）在[$t_1$，$t_2$]上的最大值是否超过 3？说明理由.



考点： 函数与方程的综合运用.
解析： （1）用 OP 长度除以乙的速度即可求得 $t_1=\frac{3}{8}$，当乙到达 P 点时，可设甲到达 A 点，连接 AP，放在△AOP 中根据余弦定理即可求得 AP，也就得出 f（t_1）；

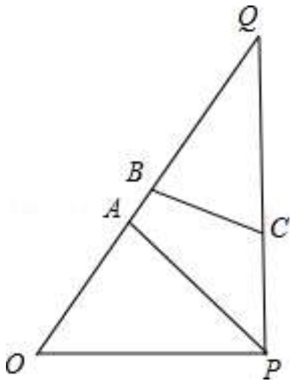
（2）求出 $t_2=\frac{7}{8}$，设 $t\in[\frac{3}{8},\frac{7}{8}]$，且 t 小时后甲到达 B 地，而乙到达 C 地，并连接 BC，能够用 t 表示出 BQ，CQ，并且知道 $\cos\angle OQP=\frac{4}{5}$，这样根据余弦定理即可求出 BC，即 f（t），然后求该函数的最大值，看是否超过 3 即可.

答案：(1)根据条件知 $t_1=\frac{3}{8}$，设此时甲到达 A 点，并连接 AP，如图所示，OA=$5\times\frac{3}{8}=\frac{15}{8}$；



∴在△OAP 中由余弦定理得，$f(t_1)=AP=\sqrt{OA^2+OP^2-2OA\cdot OP\cdot\cos\angle AOP}=\sqrt{(\frac{15}{8})^2+9-\frac{45}{4}\cdot\frac{3}{5}}=\frac{3\sqrt{41}}{8}$（千米）；

(2)可以求得 $t_2=\frac{7}{8}$，设 t 小时后，且 $\frac{3}{8}\leqslant t\leqslant\frac{7}{8}$，甲到达了 B 点，乙到达了 C 点，如图所示：



则 $BQ=5-5t$，$CQ=7-8t$；

∴在△BCQ 中由余弦定理得，$f(t)=BC=\sqrt{(5-5t)^2+(7-8t)^2-2(5-5t)(7-8t)\cdot\frac{4}{5}}=\sqrt{25t^2-42t+18}$；

即 $f(t)=\sqrt{25t^2-42t+18}$，$\frac{3}{8}\leqslant t\leqslant\frac{7}{8}$；

设 $g(t)=25t^2-42t+18$，$\frac{3}{8}\leqslant t\leqslant\frac{7}{8}$，g（t）的对称轴为 $t=\frac{21}{25}\in[\frac{3}{8},\frac{7}{8}]$；

且 $g(\frac{3}{8})=\frac{369}{64}$，$g(\frac{7}{8})=\frac{25}{64}$；

即 g（t）的最大值为$\frac{369}{64}$，则此时 f（t）取最大值$\frac{3\sqrt{41}}{8}$<3;

即 f（t）在[t_1，t_2]上的最大值不超过 3.

22.（16 分）（2015•上海）已知椭圆 $x^2+2y^2=1$，过原点的两条直线 l_1和 l_2分别与椭圆交于点 A、B 和 C、D，记△AOC 的面积为 S.

(1)设 A（x_1，y_1），C（x_2，y_2），用 A、C 的坐标表示点 C 到直线 l_1的距离，并证明 S=$\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|$；

(2)设 l_1：y=kx，$C(\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3})$，S=$\frac{1}{3}$，求 k 的值；

(3)设 l_1与 l_2的斜率之积为 m，求 m 的值，使得无论 l_1和 l_2如何变动，面积 S 保持不变.

考点： 直线与圆锥曲线的综合问题；点到直线的距离公式.

解析：(1)依题意，直线 l_1的方程为 $y=\frac{y_1}{x_1}x$，利用点到直线间的距离公式可求得点 C 到直线 l_1的距离 $d=\frac{|y_1x_2-x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}}$，再利用|AB|=2|AO|=$2\sqrt{x_1^2+y_1^2}$，可证得 S=$\frac{1}{4}$|AB|d=$\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|$；

(2)设直线 l_1的斜率为 k，则直线 l_2的斜率为$-\frac{1}{2k}$，可得直线 l_1与 l_2的方程，联立方程组$\begin{cases}y=kx\\x^2+2y^2=1\end{cases}$，可求得 x_1、x_2、y_1、y_2，继而可求得答案.

(3)方法一：设直线 l_1的斜率为 k，则直线 l_2的斜率为$\frac{m}{k}$，直线 l_1的方程为 y=kx，联立方程组$\begin{cases}y=kx\\x^2+2y^2=1\end{cases}$，消去 y 解得 $x=\pm\frac{1}{\sqrt{1+2k^2}}$，可求得 x_1、x_2、y_1、y_2，利用 S=$\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|=\frac{1}{2}\cdot\frac{|m-k^2|}{\sqrt{(1+2k^2)(k^2+2m^2)}}$，设$\frac{|m-k^2|}{\sqrt{(1+2k^2)(k^2+2m^2)}}$=c（常数），整理得：$k^4-2mk^2+m^2=c^2[2k^4+(1+4m^2)k^2+2m^2]$，由于左右两边恒成立，可得$\begin{cases}c^2=\frac{1}{2}\\m=-\frac{1}{2}\end{cases}$，此时 S=$\frac{\sqrt{2}}{4}$;

方法二：设直线 l_1、l_2的斜率分别为$\frac{y_1}{x_1}$、$\frac{y_2}{x_2}$，则$\frac{y_1y_2}{x_1x_2}$=m，则 $mx_1x_2=-y_1y_2$，变形整理，利用 A（x_1，y_1）、C（x_2，y_2）在椭圆 $x^2+2y^2=1$ 上，可求得面积 S 的值.

答案：(1)依题意，直线 l_1 的方程为 $y=\frac{y_1}{x_1}x$，由点到直线间的距离公式得：点 C 到直线 l_1 的距离 $d=\frac{|\frac{y_1x_2}{x_1}-y_2|}{\sqrt{1+(\frac{y_1}{x_1})^2}}=\frac{|y_1x_2-x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}}$，

因为 $|AB|=2|AO|=2\sqrt{x_1^2+y_1^2}$，所以 $S=\frac{1}{4}|AB|d=\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|$；

(2)设直线 l_1 的斜率为 k，则直线 l_1 的方程为 $y=kx$，

则直线 l_2 的斜率为 $-\frac{1}{2k}$，

设直线 l_1 的方程为 $y=kx$，联立方程组 $\begin{cases}y=kx\\x^2+2y^2=1\end{cases}$，消去 y 解得 $x=\pm\frac{1}{\sqrt{1+2k^2}}$，

根据对称性，设 $x_1=\frac{1}{\sqrt{1+2k^2}}$，则 $y_1=\frac{k}{\sqrt{1+2k^2}}$，

同理可得 $x_2=\frac{\sqrt{2}k}{\sqrt{1+2k^2}}$，$y_2=\frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{1+2k^2}}$，

所以 $S=\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}|x_1-y_1|=\frac{1}{3}$.

所以 $|x_1-y_1|=\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{|k-1|}{\sqrt{1+2k^2}}$，解得 $k=-1$ 或 $-\frac{1}{5}3$

(3)方法一：设直线 l_1 的斜率为 k，则直线 l_2 的斜率为 $\frac{\pi}{k}$，直线 l_1 的方程为 $y=kx$，

联立方程组 $\begin{cases}y=kx\\x^2+2y^2=1\end{cases}$，消去 y 解得 $x=\pm\frac{1}{\sqrt{1+2k^2}}$，

根据对称性，设 $x_1=\frac{1}{\sqrt{1+2k^2}}$，则 $y_1=\frac{k}{\sqrt{1+2k^2}}$，

同理可得 $x_2=\frac{k}{\sqrt{k^2+2m^2}}$，$y_2=\frac{m}{\sqrt{k^2+2m^2}}$，

所以 $S=\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|=\frac{1}{2}\bullet\frac{|m-k^2|}{\sqrt{(1+2k^2)(k^2+2m^2)}}$，设 $\frac{|m-k^2|}{\sqrt{(1+2k^2)(k^2+2m^2)}}=c$（常数），

所以（$m-k^2$）$^2=c^2$（$1+2k^2$）（k^2+2m^2），

整理得：$k^4-2mk^2+m^2=c^2[2k^4+(1+4m^2)k^2+2m^2]$，

由于左右两边恒成立，所以只能是$\begin{cases}2c^2=1\\c^2(1+4m^2)=-2m\end{cases}$，所以$\begin{cases}c^2=\frac{1}{2}\\m=-\frac{1}{2}\end{cases}$，此时 $S=\frac{\sqrt{2}}{4}$，

综上所述，$m=-\frac{1}{2}$，$S=\frac{\sqrt{2}}{4}$.

方法二：设直线 l_1、l_2的斜率分别为$\frac{y_1}{x_1}$、$\frac{y_2}{x_2}$，则$\frac{y_1y_2}{x_1x_2}=m$，

所以 $mx_1x_2=-y_1y_2$，

∴$m^2x_1^2x_2^2=4y_1^2y_2^2=mx_1x_2y_1y_2$，

∵A（x_1，y_1）、C（x_2，y_2）在椭圆 $x^2+2y^2=1$ 上，

∴（$x_1^2+2y_1^2$）（$x_2^2+2y_2^2$）$=x_1^2x_2^2+4y_1^2y_2^2+2$（$x_1^2y_2^2+x_2^2y_1^2$）$=1$，

即（$\frac{1}{\pi}+4m$）$x_1x_2y_1y_2+2$（$x_1^2y_2^2+x_2^2y_1^2$）$=1$，

所以$x_1^2y_2^2+x_2^2y_1^2-2x_1x_2y_1y_2=(x_1y_2-x_2y_1)^2=\frac{1}{2}[1-(4m+\frac{1}{\pi})x_1x_2y_1y_2]-2x_1x_2y_1y_2$

$=\frac{1}{2}-(2m+\frac{1}{2\pi}+2)x_1x_2y_1y_2$，是常数，所以$|x_1y_2-x_2y_1|$是常数，

所以令 $2m+\frac{1}{2\pi}+2=0$ 即可，

所以，$m=-\frac{1}{2}$，$S=\frac{\sqrt{2}}{4}$.

综上所述，$m=-\frac{1}{2}$，$S=\frac{\sqrt{2}}{4}$.

23.（18 分）（2015•上海）已知数列{a_n}与{b_n}满足 $a_{n+1}-a_n=2(b_{n+1}-b_n)$，$n\in N^*$.

(1)若 $b_n=3n+5$，且 $a_1=1$，求{a_n}的通项公式；

(2)设{a_n}的第 n_0项是最大项，即 $a_{n_0}\geq a_n$（$n\in N*$），求证：{b_n}的第 n_0项是最大项；

（3）设 $a_1=3\lambda<0$，$b_n=\lambda^n$（$n\in N^*$），求 λ 的取值范围，使得对任意 m，$n\in N^*$，$a_n\neq0$，且$\frac{a_m}{a_n}\in(\frac{1}{6},6)$.

考点： 数列递推式；数列的函数特性.

解析：(1)把 $b_n=3n+5$ 代入已知递推式可得 $a_{n+1}-a_n=6$，由此得到{a_n}是等差数列，则 a_n可求；

(2)由 $a_n=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1$，结合递推式累加得到 $a_n=2b_n+a_1-2b_1$，求得$b_n=\frac{1}{2}(a_n+2b_1-a_1)$，进一步得到

$b_{n_0}=\frac{1}{2}(a_{n_0}+2b_1-a_1)\geqslant\frac{1}{2}(a_n+2b_1-a_1)$ 得答案；

(3)由(2)可得$a_n=2\lambda^n+\lambda$，然后分 $-1<\lambda<0$，$\lambda=-1$，$\lambda<-1$ 三种情况求得 a_n 的最大值 M 和最小值 m，再由$\frac{M}{m}\in(-2,2)$列式求得 λ 的范围.

解析：(1)：∵$a_{n+1}-a_n=2(b_{n+1}-b_n)$，$b_n=3n+5$，

∴$a_{n+1}-a_n=2(b_{n+1}-b_n)=2(3n+8-3n-5)=6$，

∴$\{a_n\}$是等差数列，首项为 $a_1=1$，公差为 6，

则 $a_n=1+(n-1)\times6=6n-5$；

(2)∵$a_n=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1$

$=2(b_n-b_{n-1})+2(b_{n-1}-b_{n-2})+\cdots+2(b_2-b_1)+a_1$

$=2b_n+a_1-2b_1$，

∴$b_n=\frac{1}{2}(a_n+2b_1-a_1)$，

∴$b_{n_0}=\frac{1}{2}(a_{n_0}+2b_1-a_1)\geqslant\frac{1}{2}(a_n+2b_1-a_1)$.

∴数列$\{b_n\}$的第 n_0 项是最大项；

(3)由(2)可得$a_n=2\lambda^n+\lambda$，

①当 $-1<\lambda<0$ 时，$a_{2n}=2(\lambda^2)^n+\lambda$ 单调递减，有最大值$M=a_2=2\lambda^2+\lambda$；

$a_{2n-1}=2\lambda^{2n-1}+\lambda$ 单调递增，有最小值 $m=a_1=3\lambda$，

由$\frac{M}{m}=\frac{2\lambda+1}{3}$，$\frac{m}{M}=\frac{3}{2\lambda+1}$，

则$\begin{cases}\frac{3}{2\lambda+1}>\frac{1}{6}\\ \frac{2\lambda+1}{3}<6\end{cases}$，解得 $-\frac{1}{2}<\lambda<\frac{17}{2}$.

∴$\lambda\in(-\frac{1}{2},0)$.

②当 $\lambda=-1$ 时，$a_{2n}=1$，$a_{2n-1}=-3$，

∴M=3，m=-1，不满足条件.

③当 $\lambda<-1$ 时，当 $n\to+\infty$ 时，$a_{2n}\to+\infty$，无最大值；

当 $n\to+\infty$ 时，$a_{2n-1}\to-\infty$，无最小值.

综上所述，$\lambda\in(-\frac{1}{4},0)$ 时满足条件.