2016年福建省福州市中考真题数学

一、(共12小题，每小题3分，满分36分，每小题只有一个正确选项)

1. 下列实数中的无理数是(　　)

A.0.7

B.$\frac{1}{2}$

C.π

D.-8

解析：∵无理数就是无限不循环小数，

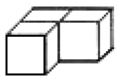
且0.7为有限小数，$\frac{1}{2}$为有限小数，-8为正数，都属于有理数，

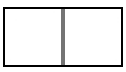
π为无限不循环小数，

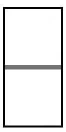
∴π为无理数.

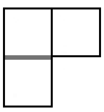
答案：C.

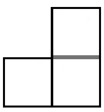
2. 如图是3个相同的小正方体组合而成的几何体，它的俯视图是(　　)



A.

B.

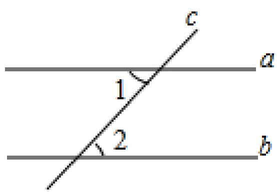
C.

D.

解析：人站在几何体的正面，从上往下看，正方形个数从左到右依次为2，1.

答案：C.

3. 如图，直线a，b被直线c所截，∠1与∠2的位置关系是(　　)



A.同位角

B.内错角

C.同旁内角

D.对顶角
解析：根据内错角的定义求解.
答案：B.

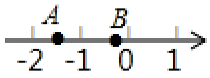
4. 下列算式中，结果等于 a6 的是(　　)
A. a^4+a^2
B. $a^2+a^2+a^2$
C. $a^2\cdot a^3$
D. $a^2\cdot a^2\cdot a^2$
解析：∵$a^4+a^2\neq a^6$，
∴选项 A 的结果不等于 a^6；
∵$a^2+a^2+a^2=3a^2$，
∴选项 B 的结果不等于 a^6；
∵$a^2\cdot a^3=a^5$，
∴选项 C 的结果不等于 a^6；
∵$a^2\cdot a^2\cdot a^2=a^6$，
∴选项 D 的结果等于 a^6.
答案：D.

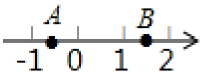
5. 不等式组$\begin{cases}x+1>0\\x-3>0\end{cases}$的解集是(　　)
A. x＞-1
B. x＞3
C. -1＜x＜3
D. x＜3
解析：$\begin{cases}x+1>0①\\x-3>0②\end{cases}$
解不等式①，得
x＞-1，
解不等式②，得
x＞3，
由①②可得，x＞3，
故原不等式组的解集是 x＞3.
答案：B.

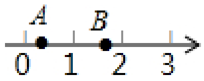
6. 下列说法中，正确的是(　　)
A.不可能事件发生的概率为 0
B.随机事件发生的概率为$\frac{1}{2}$
C.概率很小的事件不可能发生
D.投掷一枚质地均匀的硬币 100 次，正面朝上的次数一定为 50 次
解析：A、不可能事件发生的概率为 0，所以 A 选项正确；

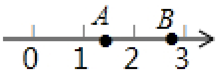
B、随机事件发生的概率在 0 与 1 之间，所以 B 选项错误；
C、概率很小的事件不是不可能发生，而是发生的机会较小，所以 C 选项错误；
D、投掷一枚质地均匀的硬币 100 次，正面朝上的次数可能为 50 次，所以 D 选项错误.
答案：A.

7. A，B 是数轴上两点，线段 AB 上的点表示的数中，有互为相反数的是(　　)

A. 

B. 

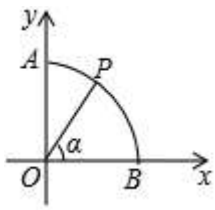
C. 

D. 

解析：表示互为相反数的点，必须要满足在数轴原点 0 的左右两侧，
从四个答案观察发现，只有 B 选项的线段 AB 符合，其余答案的线段都在原点 0 的同一侧，
所以可以得出答案为 B.
答案：B.

8. 平面直角坐标系中，已知▱ABCD 的三个顶点坐标分别是 A(m，n)，B(2，-1)，C(-m，-n)，则点 D 的坐标是(　　)
A. (-2，1)
B. (-2，-1)
C. (-1，-2)
D. (-1，2)
解析：∵A(m，n)，C(-m，-n)，
∴点 A 和点 C 关于原点对称，
∵四边形 ABCD 是平行四边形，
∴D 和 B 关于原点对称，
∵B(2，-1)，
∴点 D 的坐标是(-2，1).
答案：A.

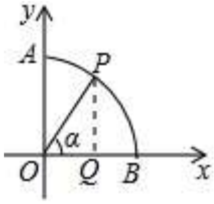
9. 如图，以圆 O 为圆心，半径为 1 的弧交坐标轴于 A，B 两点，P 是 $\overset{\frown}{AB}$ 上一点(不与 A，B 重合)，连接 OP，设∠POB=α，则点 P 的坐标是(　　)



A. (sinα，sinα)
B. (cosα，cosα)
C. (cosα，sinα)

D.(sinα，cosα)

解析：过 P 作 PQ⊥OB，交 OB 于点 Q，



在 Rt△OPQ 中，OP=1，∠POQ=α，

∴$\sin\alpha=\frac{PQ}{OP}$，$\cos\alpha=\frac{OQ}{OP}$，即 PQ=sinα，OQ=cosα，

则 P 的坐标为(cosα，sinα).

答案：C.

10. 下表是某校合唱团成员的年龄分布

年龄/岁	13	14	15	16
频数	5	15	x	10-x

对于不同的 x，下列关于年龄的统计量不会发生改变的是(　　)

A.平均数、中位数

B.众数、中位数

C.平均数、方差

D.中位数、方差

解析：由表可知，年龄为 15 岁与年龄为 16 岁的频数和为 x+10-x=10，

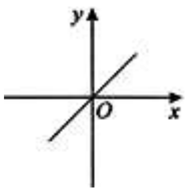
则总人数为：5+15+10=30，

故该组数据的众数为 14 岁，中位数为：$\frac{14+14}{2}$=14 岁，

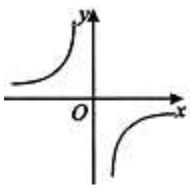
即对于不同的 x，关于年龄的统计量不会发生改变的是众数和中位数.

答案：B.

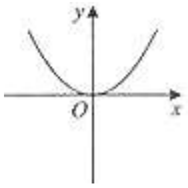
11. 已知点 A(-1，m)，B(1，m)，C(2，m+1)在同一个函数图象上，这个函数图象可以是(　　)

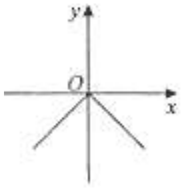


A.



B.


C.


D.

解析：∵点 A(-1，m)，B(1，m)，

∴A 与 B 关于 y 轴对称，故 A，B 错误；

∵B(1，m)，C(2，m+1)，

∴当 x＞0 时，y 随 x 的增大而增大，故 C 正确，D 错误.

答案：C.

12. 下列选项中，能使关于 x 的一元二次方程 $ax^2-4x+c=0$ 一定有实数根的是(　　)

A. a＞0

B. a=0

C. c＞0

D. c=0

解析：∵一元二次方程有实数根，

∴△$=(-4)^2-4ac=16-4ac\geqslant0$，且 $a\neq0$，

∴$ac\leqslant4$，且 $a\neq0$；

A、若 a＞0，当 a=1、c=5 时，ac=5＞4，此选项错误；

B、a=0 不符合一元二次方程的定义，此选项错误；

C、若 c＞0，当 a=1、c=5 时，ac=5＞4，此选项错误；

D、若 c=0，则 ac=0≤4，此选项正确.

答案：D.

二、填空题(共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分)

13. 分解因式：x^2-4=_____.

解析：直接利用平方差公式进行因式分解即可.

答案：(x+2)(x-2).

14. 若二次根式 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_____.

解析：若二次根式 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义，则：x+1≥0，解得 x≥-1.

答案：x≥-1.

15. 已知四个点的坐标分别是(-1，1)，(2，2)，($\frac{2}{3}$，$\frac{3}{2}$)，(-5，$-\frac{1}{5}$)，从中随机选取一

个点，在反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 图象上的概率是_____.

解析：∵$-1\times1=-1$，

$2\times2=4$，

$\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}=1$，

$(-5)\times(-\frac{1}{5})=1$，

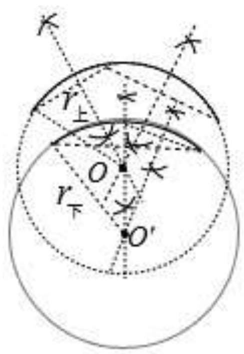
∴2 个点的坐标在反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 图象上，

∴在反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 图象上的概率是 $2\div4=\frac{1}{2}$.

答案：$\frac{1}{2}$.

16. 如图所示的两段弧中,位于上方的弧半径为 $r_{上}$,下方的弧半径为 $r_{下}$,则 $r_{上}$_____$r_{下}$.(填“＜”“=”“＜”)

解析：如图，$r_{上}＜r_{下}$.



答案：＜.

17. 若 $x+y=10$，$xy=1$，则 x^3y+xy^3 的值是_____.

解析：x^3y+xy^3

$=xy(x^2+y^2)$

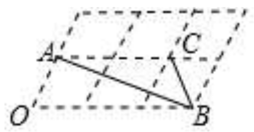
$=xy[(x+y)^2-2xy]$

$=1\times(10^2-2\times1)$

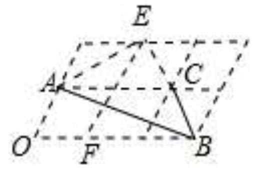
$=98$.

答案：98.

18. 如图，6 个形状、大小完全相同的菱形组成网格，菱形的顶点称为格点.已知菱形的一个角(∠O)为 60°，A，B，C 都在格点上，则 tan∠ABC 的值是_____.



解析：如图，连接 EA，EC，



设菱形的边长为 a，由题意得∠AEF=30°，∠BEF=60°，AE=$\sqrt{3}$a，EB=2a

∴∠AEB=90°，

∴tan∠ABC=$\frac{AE}{BE}=\frac{\sqrt{3}a}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

答案：$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

三、解答题(共 9 小题，满分 90 分)

19. 计算：$|-1|-\sqrt[3]{8}+(-2016)^0$.

解析：直接利用绝对值的性质以及立方根的定义和零指数幂的性质化简求出答案.

答案：$|-1|-\sqrt[3]{8}+(-2016)^0$

=1-2+1

=0.

20. 化简：a-b-$\frac{(a+b)^2}{a+b}$.

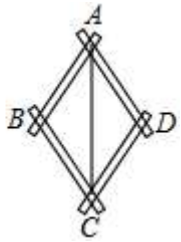
解析：先约分，再去括号，最后合并同类项即可.

答案：原式=a-b-(a+b)

=a-b-a-b

=-2b.

21. 一个平分角的仪器如图所示，其中 AB=AD，BC=DC.求证：∠BAC=∠DAC.



解析：在△ABC 和△ADC 中，由三组对边分别相等可通过全等三角形的判定定理(SSS)证得△ABC≌△ADC，再由全等三角形的性质即可得出结论.

答案：在△ABC和△ADC中，有$\begin{cases}AB=AD\\BC=DC\\AC=AC\end{cases}$，

∴△ABC≌△ADC(SSS)，
∴∠BAC=∠DAC.

22. 列方程(组)解应用题：
某班去看演出，甲种票每张24元，乙种票每张18元.如果35名学生购票恰好用去750元，甲乙两种票各买了多少张？
解析：设甲种票买了x张，乙种票买了y张.然后根据购票总张数为35张，总费用为750元列方程求解即可.
答案：设甲种票买了x张，乙种票买了y张.

根据题意得：$\begin{cases}x+y=35\\24x+18y=750\end{cases}$.

解得：$\begin{cases}x=20\\y=15\end{cases}$.

答：甲种票买了20张，乙种票买了15张.

23. 福州市2011-2015年常住人口数统计如图所示.

根据图中提供的信息，回答下列问题：
(1)福州市常住人口数，2015年比2014年增加了_____万人；
(2)与上一年相比，福州市常住人口数增加最多的年份是_____；
(3)预测2016年福州市常住人口数大约为多少万人？请用所学的统计知识说明理由.
解析：(1)将2015年人数减去2014年人数即可；
(2)计算出每年与上一年相比，增加的百分率即可得知；
(3)可从每年人口增加的数量加以预测.
答案：(1)福州市常住人口数，2015年比2014年增加了750-743=7(万人)；
故答案为：7；

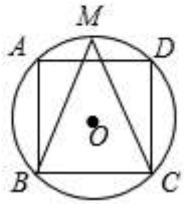
(2)由图可知2012年增加：$\frac{727-720}{720}$×100%≈0.98%，

2013年增加：$\frac{734-727}{727}$×100%≈0.97%，

2014年增加：$\frac{743-734}{734}$×100%≈1.2%，

2015 年增加：$\frac{750-743}{743}$×100%≈0.94%，
故与上一年相比，福州市常住人口数增加最多的年份是 2014 年；
故答案为：2014；
(3)预测 2016 年福州市常住人口数大约为 757 万人，
理由：从统计图可知，福州市常住人口每年增加的数量的众数是 7 万人，由此可以预测 2016 年福州市常住人口数大约为 757 万人.

24. 如图，正方形 ABCD 内接于⊙O，M 为$\overset{\frown}{AD}$中点，连接 BM，CM.



(1)求证：BM=CM；

(2)当⊙O 的半径为 2 时，求$\overset{\frown}{BM}$的长.

解析：(1)根据圆心距、弦、弧之间的关系定理解答即可；
(2)根据弧长公式计算.
答案：(1)证明：∵四边形 ABCD 是正方形，
∴AB=CD，

∴$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$，

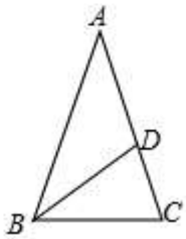
∵M 为$\overset{\frown}{AD}$中点，

∴$\overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{DM}$，

∴$\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{DM}$，即$\overset{\frown}{BM}=\overset{\frown}{CM}$，

∴BM=CM；
(2)解：∵⊙O 的半径为 2，
∴⊙O 的周长为 4π，
∴$\overset{\frown}{BM}$的长=$\frac{3}{8}$×4π=$\frac{3}{2}$π.

25. 如图，在△ABC 中，AB=AC=1，BC=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，在 AC 边上截取 AD=BC，连接 BD.



(1)通过计算，判断 AD^2 与 AC·CD 的大小关系；
(2)求∠ABD 的度数.
解析：(1)先求得 AD、CD 的长，然后再计算出 AD^2 与 AC·CD 的值，从而可得到 AD^2 与 AC·CD 的关系；
(2)由(1)可得到 BD^2=AC·CD，然后依据对应边成比例且夹角相等的两三角形相似证明△BCD∽△ABC，依据相似三角形的性质可知∠DBC=∠A，DB=CB，然后结合等腰三角形的性质和三角形的内角和定理可求得∠ABD 的度数.

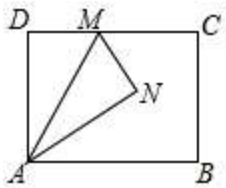
答案：(1)∵AB=BC=1，BC=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

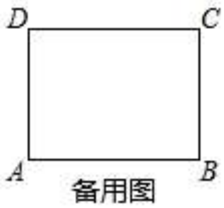
∴AD=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，DC=1−$\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

∴AD2=$\frac{5+1-2\sqrt{5}}{4}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$，AC·CD=1×$\frac{3-\sqrt{5}}{2}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

∴AD^2=AC·CD.
(2)∵AD=BD，AD^2=AC·CD，
∴BD^2=AC·CD，即$\frac{BD}{AC}=\frac{CD}{BD}$.
又∵∠C=∠C，
∴△BCD∽△ABC.
∴$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CB}=1$，∠DBC=∠A.
∴DB=CB=AD.
∴∠A=∠ABD，∠C=∠D.
设∠A=x，则∠ABD=x，∠DBC=x，∠C=2x.
∵∠A+∠ABC+∠C=180°，
∴x+2x+2x=180°.
解得：x=36°.
∴∠ABD=36°.

26. 如图，矩形 ABCD 中，AB=4，AD=3，M 是边 CD 上一点，将△ADM 沿直线 AM 对折，得到△ANM.





备用图

(1)当 AN 平分∠MAB 时，求 DM 的长；
(2)连接 BN，当 DM=1 时，求△ABN 的面积；
(3)当射线 BN 交线段 CD 于点 F 时，求 DF 的最大值.
解析：(1)由折叠性质得∠MAN=∠DAM，证出∠DAM=∠MAN=∠NAB，由三角函数得出 DM=AD•tan∠DAM=$\sqrt{3}$即可；
(2)延长 MN 交 AB 延长线于点 Q，由矩形的性质得出∠DMA=∠MAQ，由折叠性质得出∠DMA=∠AMQ，AN=AD=3，MN=MD=1，得出∠MAQ=∠AMQ，证出 MQ=AQ，设 NQ=x，则 AQ=MQ=1+x，证出∠ANQ=90°，在 Rt△ANQ 中，由勾股定理得出方程，解方程求出 NQ=4，AQ=5，即可求出△ABN 的面积；
(3)过点 A 作 AH⊥BF 于点 H，证明△ABH∽△BFC，得出对应边成比例$\frac{BH}{AH}=\frac{CF}{BC}$，得出当点 N、H 重合(即 AH=AN)时，AH 最大，BH 最小，CF 最小，DF 最大，此时点 M、F 重合，B、N、M 三点共线，由折叠性质得：AD=AH，由 AAS 证明△ABH≌△BFC，得出 CF=BH，由勾股定理求出 BH，得出 CF，即可得出结果.
答案：(1)由折叠性质得：△ANM≌△ADM，
∴∠MAN=∠DAM，
∵AN 平分∠MAB，∠MAN=∠NAB，
∴∠DAM=∠MAN=∠NAB，
∵四边形 ABCD 是矩形，
∴∠DAB=90°，
∴∠DAM=30°，
∴DM=AD•tan∠DAM=3×tan30°=3×$\frac{\sqrt{3}}{3}$=$\sqrt{3}$；
(2)延长 MN 交 AB 延长线于点 Q，如图 1 所示：

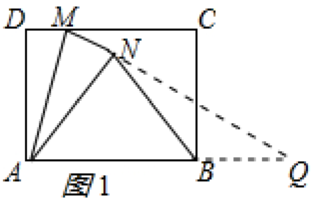


图1

∵四边形 ABCD 是矩形，
∴AB∥DC，
∴∠DMA=∠MAQ，
由折叠性质得：△ANM≌△ADM，
∴∠DMA=∠AMQ，AN=AD=3，MN=MD=1，
∴∠MAQ=∠AMQ，
∴MQ=AQ，

设 NQ=x，则 AQ=MQ=1+x，

∵∠ANM=90°，

∴∠ANQ=90°，

在 Rt△ANQ 中，由勾股定理得：$AQ^2=AN^2+NQ^2$，

∴$(x+1)^2=3^2+x^2$，

解得：x=4，

∴NQ=4，AQ=5，

∵AB=4，AQ=5，

∴$S_{\triangle NAB}=\frac{4}{5}S_{\triangle NAQ}=\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}AN\cdot NQ=\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}\times3\times4=\frac{24}{5}$；

(3)过点 A 作 AH⊥BF 于点 H，如图 2 所示：

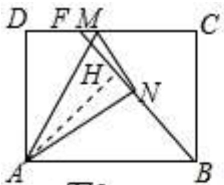


图2

∵四边形 ABCD 是矩形，

∴AB∥DC，

∴∠HBA=∠BFC，

∵∠AHB=∠BCF=90°，

∴△ABH∽△BFC，

∴$\frac{BH}{AH}=\frac{CF}{BC}$，

∵AH≤AN=3，AB=4，

∴当点 N、H 重合(即 AH=AN)时，AH 最大，BH 最小，CF 最小，DF 最大，此时点 M、F 重合，B、N、M 三点共线，如图 3 所示：

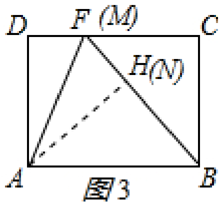


图3

由折叠性质得：AD=AH，

∵AD=BC，

∴AH=BC，

在△ABH 和△BFC 中，$\begin{cases}\angle HBA=\angle BFC\\ \angle AHB=\angle BCF\\ AH=BC\end{cases}$，

∴△ABH≌△BFC(AAS)，

∴CF=BH，

由勾股定理得：$BH=\sqrt{AB^2-AH^2}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$，

∴$CF=\sqrt{7}$，

∴DF 的最大值=DC-CF=4-$\sqrt{7}$.

27. 已知，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$经过原点，顶点为 A(h，k)$(h\neq0)$.
(1)当 h=1，k=2 时，求抛物线的解析式;
(2)若抛物线 $y=tx^2(t\neq0)$也经过 A 点，求 a 与 t 之间的关系式;
(3)当点 A 在抛物线 $y=x^2-x$ 上，且 $-2\leqslant h<1$ 时，求 a 的取值范围.
解析：(1)用顶点式解决这个问题，设抛物线为 $y=a(x-1)^2+2$，原点代入即可.
(2)设抛物线为 $y=ax^2+bx$，则 $h=-\dfrac{b}{2a}$，$b=-2ah$ 代入抛物线解析式，求出 k(用 a、h 表示)，又抛物线 $y=tx^2$ 也经过 A(h，k)，求出 k，列出方程即可解决.
(3)根据条件列出关于 a 的不等式即可解决问题.
答案：(1)∵顶点为 A(1，2)，设抛物线为 $y=a(x-1)^2+2$，
∵抛物线经过原点，
∴$0=a(0-1)^2+2$，
∴$a=-2$，
∴抛物线解析式为 $y=-2x^2+4x$.
(2)∵抛物线经过原点，
∴设抛物线为 $y=ax^2+bx$，
∵$h=-\dfrac{b}{2a}$，
∴$b=-2ah$，
∴$y=ax^2-2ahx$，
∵顶点 A(h，k)，
∴$k=ah^2-2ah^2=-ah^2$，
抛物线 $y=tx^2$ 也经过 A(h，k)，
∴$k=th^2$，
∴$th^2=ah^2-2ah^2$，
∴$t=-a$，
(3)∵点 A 在抛物线 $y=x^2-x$ 上，
∴$k=h^2-h$，又 $k=ah^2-2ah^2$，
∴$h=\dfrac{1}{1+a}$，
∵$-2\leqslant h<1$，
∴$-2\leqslant\dfrac{1}{1+a}<1$，

①当 $1+a>0$ 时，即 $a>-1$ 时，$\begin{cases}\dfrac{1}{1+a}<1\\\dfrac{1}{1+a}\geq-2\end{cases}$，解得 $a>0$，

②当 1+a＜0 时，即 a＜-1 时，$\begin{cases}\dfrac{1}{1+a}<1\\\dfrac{1}{1+a}\geq -2\end{cases}$ 解得 a≤-$\dfrac{3}{2}$，

综上所述，a 的取值范围 a＞0 或 a≤-$\dfrac{3}{2}$.